

〈 第 3 学 年 〉

# 数学科学習指導案

## 1 単元名 多項式の計算

### 2 単元設定の理由

中学校では、第1学年で文字を用いて関係や法則を式に表したり式を計算したりして、文字を用いることのよさを学習している。第2学年では、いろいろな事象の数量関係を式に表し活用する能力を伸ばすとともに、簡単な式の四則計算ができるようになってきている。第3学年では、これらの上に立って、単項式と多項式の乗法、多項式を単項式で割る除法及び簡単な一次式の計算ができるようにする。さらに、公式を用いる簡単な式の展開と因数分解を取り扱い、これによって、目的に応じて式を変形したり、見通しをもって式を一層能率的に処理したりできるようにする。

本単元では、第1学年、第2学年で指導してきた「文字の式を用いて数量や数量の間の関係を一般的に表現すること」「文字を使った簡単な式の四則計算をすること」などの力をさらに伸ばし、式の取り扱いが能率的にできるようにすることに主眼がある。文字を使った簡単な式の四則計算や展開・因数分解については、この後の「平方根」、「二次方程式」、「関数  $y = a x^2$ 」、「三平方の定理」で直接利用されることになり、一人ひとりの生徒に確実に身に付けさせるべき内容である。

### 3 単元の目標

- 式を扱いやすい形に変える方法として、展開したり、因数分解することを理解し、式を見通しをもって効果的に活用できるようにする。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
<p>① 多項式と単項式の乗除や多項式の積の展開に関心を持って取り組もうとする。</p> <p>② 乗法の公式を使って式を展開することに、関心を持って取り組もうとする。</p>	<p>① 多項式と単項式の乗除や多項式の積の展開を、長方形の面積で考えたり、数の計算と同じように見ることができる。</p> <p>② <math>(a+b)(c+d)</math> の展開や面積図から、<math>(x+a)(x+b)</math> の展開、平方の公式、和と差の積の公式を考えることができる。</p>	<p>① 多項式と単項式の乗除や、多項式の積の展開ができる。</p> <p>② 乗法の公式を使って、式を展開することができる。</p>	<p>① 多項式と単項式の乗除の計算のしかたを理解している。また、展開することの意味、展開のしかたを理解している。</p> <p>② 乗法の公式を理解している。</p>

## 5 指導計画（8時間）

- 第1次 式の乗法、除法 ..... 4時間  
 第2次 乗法の公式 ..... 4時間（本時4／4）

## 6 本 時

### (1) 本時の目標

- 乗法の公式を利用して $(x + 1)^n$ の展開を考えることを通して、その中に潜む規則性に気づくことができる。

### (2) 展 開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
8分	1 乗法の公式の復習をする。	• フラッシュカードを用いて乗法の公式を利用した展開をさせる。		
15分	2 $(x + 1)^3$ , $(x + 1)^4$ を展開する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>n = 3</math> のときは、2乗を展開した式に、分配法則を使って展開させる。</li> <li>• <math>n = 4</math> のときは、二つの方法で展開できるようにさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• アの②</li> <li>• ウの②</li> </ul>	机間指導ワークシート
22分	3 $(x + 1)^5$ の展開を予想し、項の係数に潜むきまりを考え、話し合う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 見つけたきまりを、わかりやすく説明させる。</li> <li>• なかまと協力して話し合いながら、課題を解決させる。</li> </ul>	• アの②	机間指導ワークシート
5分	4 本時の学習のまとめをする。	• 本時の学習を振り返り、自己評価させる。		

### (3) 評価及び指導の例

アの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	乗法の公式を使うと、 $(a + b)(c + d) = a c + a d + b c + b d$ のように順番に展開するよりも効率的に計算できるよさに関心を持ち、進んで計算に取り組もうとする。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	生徒同士の話し合いの中で、他の生徒の気づいたことや考えたことを紹介したり、ヒントカードを与えたりして、意欲を高めるよう支援する。

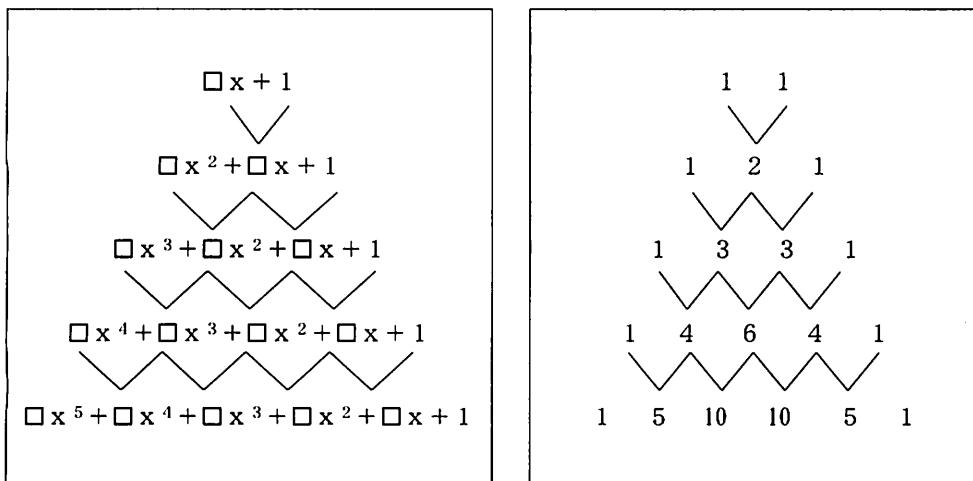
ウの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	乗法の公式を使って、いろいろな式を展開することができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	分配法則や乗法の公式を振り返らせ、式の展開の方法を再確認する。

(4) 授業の実際

本校数学科部会では、確かな学力の向上をめざし、生徒一人ひとりの実態に応じたきめ細かな指導の充実を図るために、補充的な学習や発展的な学習をおこなっている。そのための教材の開発や、指導方法・授業形態の工夫や改善に取り組んでいる。本授業では、発展的な学習の一環として、生徒の主体的な学習を促し、一人ひとりの良さを伸ばすことがねらいである。具体的には、本時の学習内容は、高校の学習内容に基づくものであるので $(x + 1)^n$ の計算ができることが目的ではない。各項の係数に着目させ、その並び方を観察することによって、その中の規則性を発見させたい。

生徒は、乗法の公式を使って、3乗の計算までは何とかこなすことができた。しかし、4乗になると、やはり戸惑ったり計算ミスをしたりする生徒が多かった。4乗を3乗と1乗に分けて計算する方法と、4乗を2乗と2乗に分けて計算する方法を、生徒のノートを実物投影機を使って紹介した。また、それぞれのレベルに合わせたヒントカードを与えることにより、解決することができた。その後、項の係数のきまりを見つける学習では、考える時間を十分に与え、課題解決に主体的に取り組ませたことによって、いろいろなアイデアを出しながら帰納的に考えることができた。



(三加茂中学校 武井 和夫)

## $(x + 1)^n$ の展開を考えよう

1  $(x + 1)^2$  を展開しよう。

※ 答えは  $x^2 + \boxed{2} x + 1$

2  $(x + 1)^3$  を展開すると  $x^3 + \boxed{\quad} x^2 + \boxed{\quad} x + 1$  となります。

$\boxed{\quad}$  にあてはまる数字を求めよう。

※ 答えは  $x^3 + \boxed{3} x^2 + \boxed{3} x + 1$

3  $(x + 1)^4$  を展開すると  $x^4 + \boxed{\quad} x^3 + \boxed{\quad} x^2 + \boxed{\quad} x + 1$  となります。

$\boxed{\quad}$  にあてはまる数字を求めよう。

※ 答えは  $x^4 + \boxed{4} x^3 + \boxed{6} x^2 + \boxed{4} x + 1$

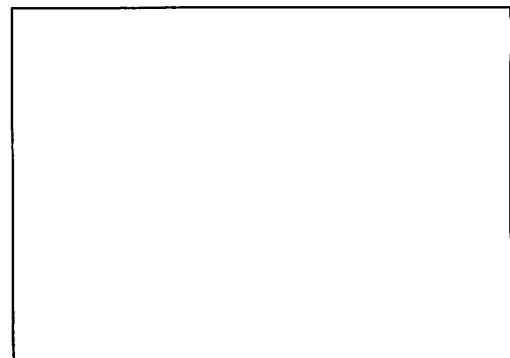
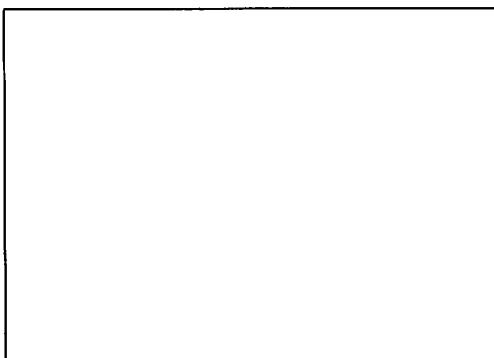
4  $(x + 1)^5$  を展開すると  $x^5 + \boxed{\quad} x^4 + \boxed{\quad} x^3 + \boxed{\quad} x^2 + \boxed{\quad} x + 1$  となります。

$\boxed{\quad}$  にあてはまる数字を予想してみよう。

5 各項の係数には、どんなきまりがあるのか考えてみよう。

〈ことばであらわしてみよう〉

〈図や表であらわしてみよう〉



# 数学科学習指導案

## 1 単元名 二次方程式の利用

### 2 単元設定の理由

二次方程式は、中学校数学における「数と式」の領域の総仕上げの内容であり、今まで学習してきた数と式に関する多くの知識・技能を振り返り、それらを活用して学習を進める単元である。また、二次方程式を利用することによって、面積や三平方の定理を用いた問題を扱えるようになり、解決できる問題の範囲が飛躍的に広がってくる。ここでは、一次方程式や連立方程式で学習したことを振り返り、今までと同じように等しい数量の関係に着目して方程式をつくることを意識させたい。

### 3 単元の目標

- 二次方程式とその解の意味を理解する。
- 平方根の意味にもとづいて二次方程式を解くことができる。
- 因数分解を用いて二次方程式を解くことができる。
- 二次方程式を問題解決に利用することができる。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
① 二次方程式を利用して、問題を解決しようとする。	① 二次方程式を利用して問題を解決し、その過程を振り返って考えることができる	① 二次方程式を利用して問題を解決することができる。	① 二次方程式を利用して問題を解決する手順を説明できる。

### 5 指導計画（4時間）

第1次 二次方程式の利用 ..... 2時間(本時1／2)

第2次 問題 ..... 2時間

### 6 本時

#### (1) 本時の目標

- 二次方程式を利用して、問題を解決しようとして、解を吟味することができる。
- 多様な解き方ができることが分かる。

(2) 展 開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的評価規準	評価
5分	1 本時の課題を知る。			
	<p>問題1.</p> <p>縦の長さが16m、横の長さが25mの長方形の畑があります。これに、右の図のように縦と横に同じ幅の道をつくり、残った畑の面積が360m<sup>2</sup>になるようにします。道の幅を何mにすればよいでしょう。</p>			
10分	2 各自で考える。	<ul style="list-style-type: none"> <li>道の幅をx mとして、立式して考えさせる。</li> <li>畑の面積と、道の面積に着目して考えさせる。</li> <li>xの変域は<math>0 &lt; x &lt; 16</math>であることをおさえ、解の吟味をさせる。</li> </ul>	・イの①	ワークシート
10分	3 求め方を班で話し合う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>自分が作った方程式をどのように考えて作ったのか、発表させ合う。</li> </ul>		発表 ワークシート
10分	4 発表する。			
15分	5 問題を発展させ、考え合う。			ワークシート
	<p>問題2</p> <p>自分で下の条件に合う問題をいろいろ考えてみましょう。</p> <p>問題ができたら、まずは自分で解き、解ければ、友達にも聞いてもらいましょう。</p> <p>条件1 縦の長さが16m、横の長さが25mの長方形の畑がある。</p> <p>条件2 この畑に同じ幅の道をつくる。</p> <p>条件3 道の形や本数にはこだわらない。</p> <p>条件4 残った畑の面積も指定すること。</p> <p>Q 縦の長さが16m、横の長さが25mの長方形の畑があります。これに、右の図のように（　　）に同じ幅の道をつくり、残った畑の面積が（　　）m<sup>2</sup>になるようにします。</p> <p>道の幅を何mにすればよいでしょう。</p>			

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
		<ul style="list-style-type: none"> <li>・まず、問題1を参考にして考えるように伝える。</li> <li>・1問作れたら、ほかにもできなか考えさせる。</li> <li>・道の形や本数にもこだわらなくてもよいことを伝える。</li> <li>・道の本数を合計3本以上に増やすと、まだその方程式は解けないので、そのときは高校で学習することを伝える。</li> <li>・友達へ出題用のプリントとして1枚余分に配布する。</li> </ul>		

### (3) 評価及び指導の例

イの①

「十分満足できる」と判断される状況（A）	数量の関係を的確にとらえ、二次方程式を利用して問題を解決し、その過程を振り返って考えることができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	畑の面積と道の面積に着目して、言葉で式を立てて考えてみるように支援をする。

### (4) 授業の実際

生徒たちはおおむね興味を持って取り組めていた。

問題を発展させる場面では、道が斜めになった問題や、ぎざぎざの道、道の本数を増やした問題などが考え出された。お互いに問題を解き合うことができていた。

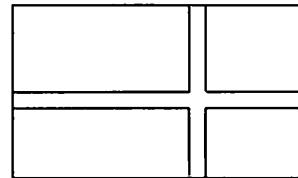
(徳島中学校　日野　智代)

## 二次方程式の利用

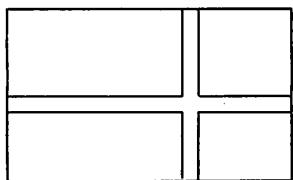
(      ) 番 氏名 (      )

### 問題 1

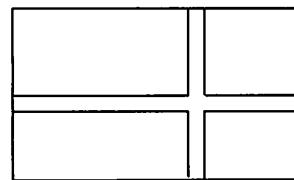
縦の長さが 16 m、横の長さが 25 m の長方形の畠があります。これに、右の図のように縦と横に同じ幅の道をつくり、残った畠の面積が 360  $m^2$  になるようにします。道の幅を何 m にすればよいでしょう。



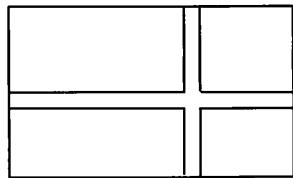
### 考え方 1



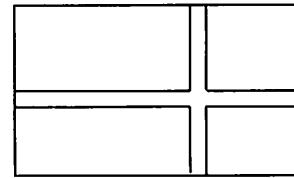
### 考え方 2



### 考え方 3



### 考え方 4



氏名 ( )

## 問題 2

自分で下の条件に合う問題をいろいろ考えてみましょう。

問題ができたら、まずは自分で解き、解ければ、友達にも解いてもらいましょう。

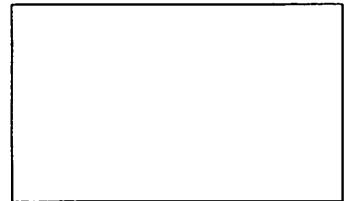
条件 1 縦の長さが 16 m、横の長さが 25 m の長方形の畠がある。

条件 2 この畠に同じ幅の道をつける。

条件 3 道の形や本数にはこだわらない。

条件 4 残った畠の面積も指定すること。

Q 1 縦の長さが 16 m、横の長さが 25 m の長方形の畠があります。これに、右の図のように ( ) に同じ幅の道をつくり、残った畠の面積が ( ) m<sup>2</sup> になるようにします。道の幅を何mにすればよいでしょう。



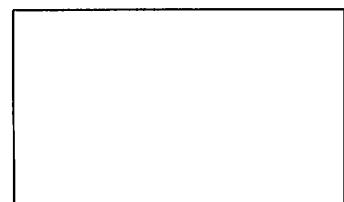
Q 2 縦の長さが 16 m、横の長さが 25 m の長方形の畠があります。これに、右の図のように ( ) に同じ幅の道をつくり、残った畠の面積が ( ) m<sup>2</sup> になるようにします。

道の幅を何mにすればよいでしょう。



Q 3 縦の長さが 16 m、横の長さが 25 m の長方形の畠があります。これに、右の図のように ( ) に同じ幅の道をつくり、残った畠の面積が ( ) m<sup>2</sup> になるようにします。

道の幅を何mにすればよいでしょう。



# 数学科学習指導案

## 1 単元名 平方根

### 2 単元設定の理由

小学校では自然数から小数・分数へ、中学校1年生では正の数・負の数まで数概念の拡張が行われてきた。本単元では、さらに有理数から無理数へと数が拡張される。

この単元の指導では、正方形の面積と1辺の長さの関係を取りあげ、有理数の範囲では正確に表すことのできない量の存在に気づかせる。また、平方根の大小を比較することで、与えられた数の平方根の値を小数点以下何桁でも求められることを理解し、平方根は限りなく続く小数で表されることを知らせる。

これらの指導を通して、平方根の存在を意識させるとともに、数の概念の理解をいっそう深めていくために本単元を設定した。

### 3 単元の目標

- 数の平方根の意味や根号を使った表し方、平方根の大小など、平方根について理解することができる。
- 数の平方根の意味を理解し、電卓を用いてそのおよその値を求めることができる。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
① 平方根に関心を持って調べようとする。  ② 平方根の値を求めることが 관심を持って取り組もうとする。	① 正方形の面積と辺の長さの関係から新しい数を見つけることができる。  ② 平方根の近似値を求め、限りなく続く小数であることがわかる。	① 数の平方根を求めたり、平方根の大小を不等号を用いて表したりすることができます。  ② 数の大小関係を利用して、平方根の値を求めることができ、電卓を用いて平方根のおよその値を求めることができます。	① 平方根の必要性や意味、根号の意味や使い方を理解している。  ② 平方根のおよその値の求め方や、数直線上に表すことができることについて理解している。

### 5 指導計画（5時間）

第1次 平方根 ..... 3時間(本時1／3)

第2次 平方根の値 ..... 2時間

## 6 本 時

### (1) 本時の目標

- 正方形の面積と辺の関係から、新しい数の存在を知り、その数の必要性と意味を理解し、数の概念を広める。

### (2) 展 開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価方法
10分	1 ペーパージオボードに輪ゴムをかけ、いろいろな正方形をつくってみる。できた正方形は方眼にかき写しておく。	<ul style="list-style-type: none"><li>正方形がつくれていない生徒にはヒントを与える。</li><li>方眼にうつし間違わないよう注意する。</li></ul>	・アの①	観察 机間指導
10分	2 正方形の面積を求め、1辺の長さについて考える。	<ul style="list-style-type: none"><li>1辺の長さが容易にわかるものと、はっきりしないものがあることを確認させる。</li></ul>		
20分	3 1辺の長さを実測し、電卓を用いて2乗してみる。小数点以下の桁を増やして2乗し、面積に近づけていくことで1辺の長さを求める。	<ul style="list-style-type: none"><li>電卓での2乗の計算方法を知らせておく。</li><li>小数点以下何桁でも求められることを理解させる。</li></ul>	・イの①	観察 机間指導
10分	4 1辺の長さを表すために、記号 $\sqrt{\phantom{x}}$ について知る。	<ul style="list-style-type: none"><li>根号の必要性を感じさせ書き方や使い方について確認させる。</li></ul>		ワークシート

### (3) 評価及び指導の例

アの①

「十分満足できる」と判断される状況（A）	課題に興味をもち、学習に意欲的に取り組んでいる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	補足説明やヒントを与えて、課題に興味・関心がもてるよう支援する。

イの①

「十分満足できる」と判断される状況（A）	正方形の面積と辺の関係から、新しい数の存在を知り、その数の必要性と意味を理解する。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	具体的な操作をとおして、限りなく続く小数で表される数の存在に気づかせる。

(4) 授業の実際

具体的なものを使っての授業だったので、生徒は積極的に活動できた。しかし、正方形をつくる場面や面積を求める場面でとまどう生徒もいて、予定よりも時間がかかってしまった。近似値の求め方はほとんどの生徒がすぐに理解して、熱心に電卓を使って求めることができた。どこまでやってもちょうどの数にならないことに驚きを感じる生徒も多く、新しい数の存在を実感できたように思う。

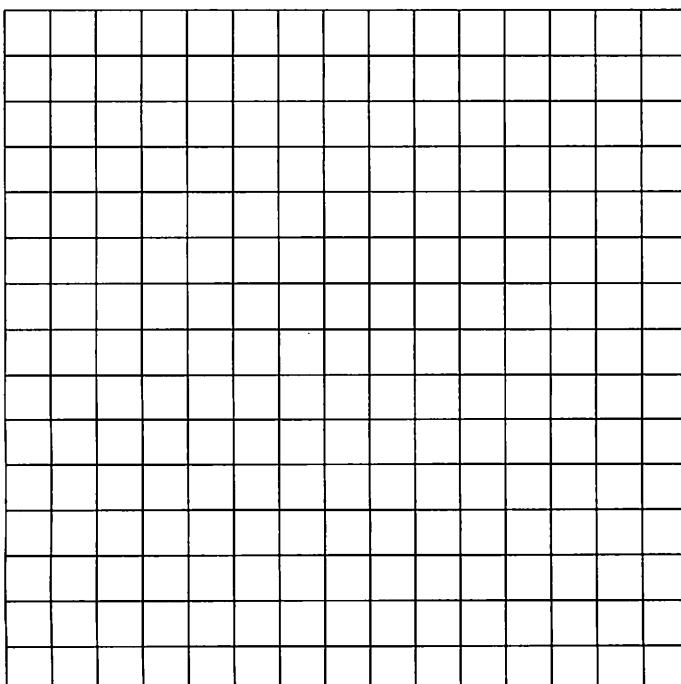
(石井中学校 板橋 典子)

〈ワークシート〉

## 正方形をつくろう！

( ) 組 氏名 ( )

- 1 ペーパージオボードをつくり、輪ゴムをかけていろいろな正方形をつくってみましょう。  
つくった正方形を、下の方眼にかいてみましょう。（1目盛り 1cmの方眼）



2 つくった正方形に番号をつけて、面積を求めましょう。

番号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
面積								
1辺の長さ								

1辺の長さを求めてみましょう。

3 1辺の長さが整数で表せなかった正方形を1つ選び、電卓を利用して1辺の長さを小数で求めてみよう。

選んだ正方形の面積（ ）

4まとめ

# 数学科学習指導案

## 1 単元名 関数 $y = ax^2$ の利用（課題学習）

### 2 単元設定の理由

本単元である関数  $y = ax^2$  は、高校で学習する二次関数の基礎にもなる重要な内容である。第1学年では比例・反比例、第2学年では一次関数と、二つの数量関係について取り扱ってきた。いずれも、具体的な事象の中から二つの数量を取りだし、それらの変化や対応を調べることを通して学習している。また、操作式だけに重点を置くことなく、関数表現である表・式・グラフの特徴を関連づけてとらえ、それぞれの特徴を生かしながら、問題解決のために考察できるように学習してきた。しかし、学年があがるとともに苦手意識を持つ子どもが増えていくことも確かな事実である。二つの数量関係が複雑になっていくために事象とグラフ、表、式が関連づけて考察しにくくなることが原因になっていると考えられる。

応用問題や文章問題と聞くと、すぐに抵抗を感じたり学習意欲が低下したりする生徒も多い。そこで本時では、その抵抗を少しでも減らせるように視覚的に訴える方法で説明を加えた。また教材を工夫することにより事象とグラフ、表、式を関連づけやすくし、様々な角度から問題解決のために考察する力を養いたい。さらにその考察が、理解へと結びついたときの喜びを味わうとともに、関数関係を考察する際に、グラフや表の有用性に気づくことができるよう本題材を設定した。

### 3 単元の目標

具体的な事象から二つの数量関係を導き出すとともに、その関係をグラフや表で表すことができる。また、事象とグラフの関連性を用いて、数学の「よさ」や「美しさ」に触れるとともに、その関連性も根拠に、グラフから事象を考察する力を養う。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
① 関数 $y = ax^2$ の変化のようすに関心を持ち、変化の割合を一次関数と比較して調べようとする。	① 事象とグラフの関連性を用いて、数学の「よさ」や「美しさ」に触れるとともに、その関連性やグラフの特性を根拠にグラフから事象を読み取ることができる。	① 関数 $y = ax^2$ のグラフを正確にかくことができる。	① 関数 $y = ax^2$ の変化の割合、一次関数との特徴の違いを理解している。

### 5 指導計画（10時間）

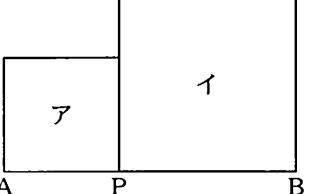
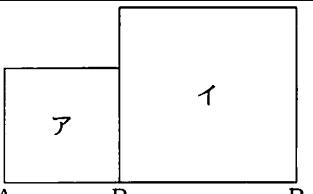
第4次 課題学習 ..... 2時間（本時2／2）

### 6 本時

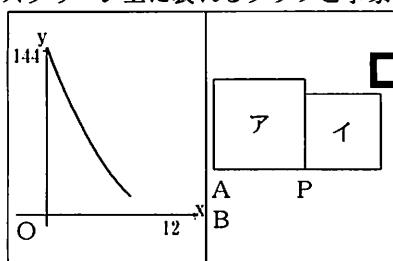
#### (1) 本時の目標

事象とグラフの関連性を用いて、数学の「よさ」や「美しさ」に触れるとともに、その関連性も根拠に、グラフから事象を考察する力を養う。

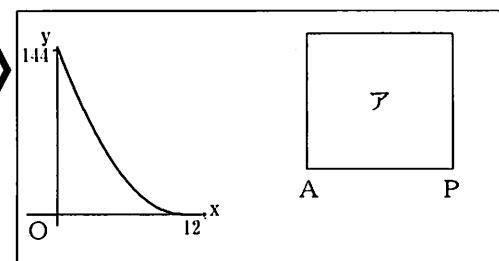
(2) 展 開

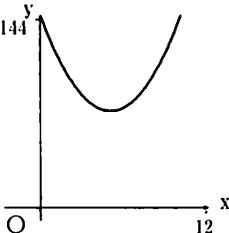
時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的評価規準	評価
2分	1 前時の復習をする。	<p>長さ 12cm の線分AB上を点PがAからBまで移動していく。APを1辺とする正方形をア, PBを1辺とする正方形をイとする。AP=xとおくとき,</p> <p>(1) アの面積を <math>y \text{ cm}^2</math> として、xとyとの関係を式とグラフに表してみよう。</p>		
20分	2 課題を把握し、取り組む。	<p>長さ 12cm の線分AB上を点PがAからBまで移動していく。APを1辺とする正方形をア, PBを1辺とする正方形をイとする。AP=xとおくとき,</p> <p>(2) イの面積を <math>y \text{ cm}^2</math> として、xとyとの関係を式とグラフに表してみよう。</p> <p>① イのグラフを予想する。</p> <p>② イのグラフをかく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• グラフをかくときに工夫や注意したことを確認する。</li> </ul>	

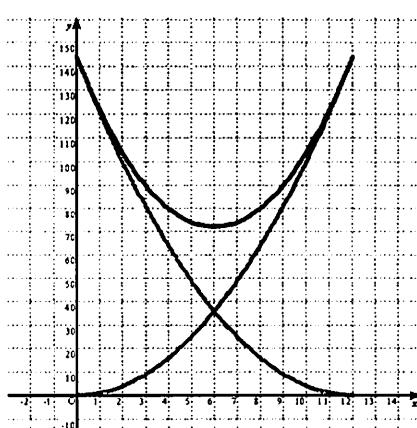
スクリーン上に表れるグラフと事象



<スクリーン上>



時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
23分	3 課題を把握し、取り組む。	<p>スクリーン上に表れたグラフは、どのようなことを表したグラフだろうか。</p>  <p>&lt;スクリーン上&gt;</p>		
3分	① 課題について各自で考察する。 ② 各グループで課題について話し合い、推測する。 ③ 各グループの推測を、その根拠を用いて発表する。 ④ 各グループの推測が正しいか確認し、関係をまとめる。 5 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> <li>表や式、グラフなどを用いて、様々な角度から思考するよう指示する。</li> <li>グループ学習を通して、他の生徒の考え方から新しい発見ができるようにさせる。</li> <li>他のグループの意見を聞き、新しい発見ができるようにさせる。</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>事象と3つのグラフの動きを同時に見せることでグラフと事象の関連性、数学のよさや美しさに気づかせる。</li> </ul>		学習の取り組み方の観察



<スクリーン上にあらわされた3つのグラフ>

### (3) 評価及び指導の例

イの①

「十分満足できる」と判断される状況（A）	事象にともなって2つのグラフも対称になっていることや、2つのグラフから、面積の和のグラフの特徴に気づき、数学の美しさやグラフの有用性を感じることができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	他の生徒の考え方を紹介したり、グラフに座標を取ったりして、様々な角度から問題に取り組むように指示し、理解が深められるように解説を加える。

### (4) 授業の実際

この授業では子どもたちが、とても積極的に取り組むことができたと感じている。ひとつに、視覚的教材を使うことによって、課題が理解しやすかったことがあげられると思う。また、事象とグラフが同時に動いていくことで、事象とグラフの関連性がはっきりと理解でき、視覚的な面だけでなく、グラフや表をもちいる良さが理解しやすかったように感じる。ただ、内容は非常に難しいものなので、「数学の良さ」や「表やグラフの有用性」に焦点をあてて、授業に取り組み、「数学って楽しい」「数学って美しい」と感じられるような雰囲気作りをしなくてはならないと感じた。

(瀬戸中学校 佐古高伸)

# 数学科学習指導案

## 1 単元名 関数 $y = ax^2$ の利用

### 2 単元設定の理由

関数については、第1学年で比例や反比例の関係、第2学年で一次関数をそれぞれ学習してきた。第3学年ではこれを受けて、関数  $y = ax^2$  の性質やグラフを学習し、変域や変化の割合について一次関数と比較しながら、違いや特性をしっかりととらえられるように考慮してきた。

ここでは、一次関数のグラフと関数  $y = ax^2$  のグラフの交点を二次方程式を解くことにより求め、交点と原点を結ぶことによってできる三角形の面積を様々な方法で導き出すことで、自分の考えと他の生徒の考え方を比較・関連づけ、考察を深めるため、本単元を設定した。

### 3 単元の目標

- 身のまわりの事象の中から関数  $y = ax^2$  の関係を見つけ、それを利用して、問題を解決することができる。
- 三角形の面積を導き出すことに関心を持ち、三角形の面積を様々な方法で求めることができることを知る。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
① 身のまわりの事象の中から関数 $y = ax^2$ の関係を見つけようとする。 ② 三角形の面積を導き出すことに関心を持つ。	① 身のまわりの事象の中から関数 $y = ax^2$ の関係を見いだすことができる。 ② 三角形の面積を様々な方法で求めようと考察することができる。	① 関数 $y = ax^2$ の関係になっている事象を式に表したり、平均の速さを求めることができる。 ② 一次関数のグラフと関数 $y = ax^2$ のグラフの交点を結ぶことによってできる三角形の面積を導き出すことができる。	① 関数 $y = ax^2$ の関係が事象のどのような場面で用いられているかを理解している。 ② 三角形の面積の求め方をしっかりと理解している。

### 5 指導計画（4時間）

- 第1次 身のまわりの関数  $y = ax^2$  ..... 2時間  
第2次 課題学習 ..... 2時間（本時 2 / 2）

## 6 本 時

### (1) 本時の目標

- ・三角形の面積を求めることができる。
- ・三角形の面積は様々な方法で求めることができることを知る。

### (2) 展 開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価標準	評価
10分	1 以前習ったことの復習として、課題を考える。	・以前習ったことを確認する。		
	<p><b>その1</b></p> <p>関数 <math>y = x^2</math> と一次関数 <math>y = x + 2</math> のグラフの交点の座標A, Bを求めよ。</p>			
15分	2 本時の課題 <b>その2</b> を把握し、考える。	・課題の内容を理解させる。		
	<p><b>その2</b></p> <p>関数 <math>y = x^2</math> と一次関数 <math>y = x + 2</math> のグラフの交点をA, Bとするとき、<math>\triangle AOB</math>の面積を求めよ。</p>			
10分	3 面積の求め方を発表する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・様々な考え方で面積を求めることができないか考えさせる。</li> <li>・様々な求め方があり、それぞれの求め方の利便さを確認する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・イの②</li> <li>・ウの②</li> </ul>	机間指導 発表
10分	4 類似問題を解く。		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ウの②</li> </ul>	ワークシート
5分	5 本時のまとめをする。	・面積を導き出す重要な点をおさえる。		

### (3) 評価及び指導の例

イの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	三角形の面積を様々な方法で求めることができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	三角形の面積の出し方はどのような方法があるか、ヒントを与えていたり、周囲と相談してもよいことを伝え、支援する。

ウの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	三角形の面積を手際よく導き出すことができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	面積を導き出せるよう、補助線を引いたり、三角形の底辺を定めるなどの助言を与える。

### (4) 授業の実際

三角形の面積を求める方法が様々あることに気づき、楽しさを感じている生徒が多くいた。

一つの求め方を見つけるのは早かったが、他の考え方で求めるには時間がかかり、生徒どうして意見を交換したり、違う視点から考えるなどして、新たな発見をした生徒の表情からは、感動と驚きの表情が見えた。実際にグラフを目でとらえ考えることができる問題は、生徒の興味や関心を喚起することができる再認識した。

(相生中学校 山田 孝志)

# 数学科学習指導案

## 1 単元名 図形と相似

### 2 単元設定の理由

本単元では、図形の相似の概念を理解し、三角形の相似条件をもとにして図形の性質についての理解をさらに深めることができることである。そのねらいを達成するために、2年生で学習した図形の調べ方や図形の性質と証明で学んだことを十分に生かせるような配慮が必要だと考える。合同条件を根拠として基本的な図形の性質を論理的に確かめてきたことを活用しながら、三角形の相似の概念をもとに図形の相似について学んでいくことに重ね合わせながら、本単元での学習の理解を深めていきたいと考える。

また、具体的な活動を取り入れることで、主体的に学習に取り組む意識を育み、学んだことを積極的に生かそうとする態度を身につけさせたい。さらに、自分がこれまでの学習から学んだことを生かし、自分で見つけたり、考えたりすることで学習の喜びを実感させたい。自分の考えをまとめ、表現する機会を積極的に取り入れることで、筋道を立てて伝え合うことの良さも実感させたいと考え、本単元を設定した。

### 3 単元の目標

三角形の相似条件を知り、証明の根拠としてそれを用いて三角形の相似が証明できるようにする。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
① 三角形の相似条件や図形の性質を使って、証明することに関心を持つて取り組もうとする。	① 証明すべき2つの三角形を見つけることができる。	① 三角形の相似条件を用いて証明することができる。	① 相似条件を用いた証明について理解している。

### 5 指導計画（9時間）

- |     |          |            |
|-----|----------|------------|
| 第1次 | 相似な図形    | 3時間        |
| 第2次 | 三角形の相似条件 | 2時間        |
| 第3次 | 相似条件と証明  | 3時間（本時3／3） |
| 第4次 | 縮図の利用    | 1時間        |

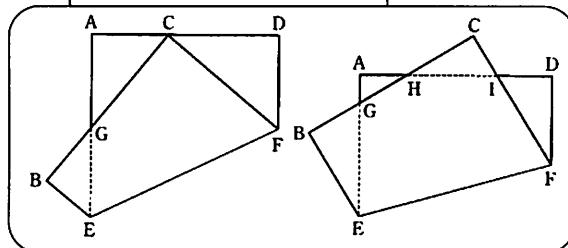
### 6 本時

#### (1) 本時の目標

- 相似な三角形を見つけることができる。
- 三角形の相似条件や図形の性質を用いて証明することができる。

(2) 展開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
5分	1 課題を把握し、配られた長方形の紙を適当に折ってみる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>問題の内容を理解させる。</li> </ul> <p>長方形の紙を、適当に2つに折ってみましょう。その時にできる三角形で、相似な三角形はいくつあるでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>適当にずらしながら重ねるように用紙を折らせる。</li> <li>さまざまな折り方で折れるように支援する。</li> <li>折り上げる方の角が重ねようとする辺上、もしくはそれをこえるように伝える。</li> </ul>		
10分	2 課題①に取り組む。	<ul style="list-style-type: none"> <li>問題の内容を理解させる。</li> </ul> <p>①相似になりそうな三角形をすべて挙げてみましょう。 もし、形の違う相似な図形があると思う場合は、それぞれの形の違うものをまとめて表してみよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>重なって見えない線分も意識して三角形が見つけられるようにさせる。</li> <li>すべての三角形が見つけられるように支援する。</li> <li>見つけた三角形を表現しやすいように各点にアルファベットをつけるなど工夫させる。</li> <li>相似の関係を記号を使って表せるようにさせる。</li> <li>問題の内容を理解させる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>イの①</li> </ul>
10分	3 課題②に取り組む	<p>②相似になりそうな三角形の組を選び、相似になることを証明しましょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>三角形の組を選び、等しい辺や角に同じじるしをつけさせる。</li> <li>どの相似条件が使えるのか考えさせる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ウの①</li> </ul>



机間指導  
ワークシート

机間指導  
ワークシート

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
15分	4 グループになり、それぞれがどのような三角形を見つけ、選んだのか、また、どうして相似になるのかを説明し合う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>自分がこれまでにやってきたことを積極的に話し合えるように支援する。</li> <li>自分の言葉で、相手に分かりやすく伝えるために説明に必要な辺や角、理由となる仮定や性質などを付せんに書き込み、グループの中で内容や順序を考えさせる。</li> <li>これまで学習してきたことを生かしてまとめられるように支援する。</li> </ul>		机間指導ワークシート観察
10分	5 話し合ったことをもとに、証明を仕上げる。			

### (3) 評価及び指導の例

イの①

「十分満足できる」と判断される状況（A）	折り返した図形を積極的に考察し、相似条件のどれが使えるのか見通しを持って、証明すべき2つの三角形を見つけることができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	折り返した図形をよく観察させ、相似の意味と性質が理解できるように支援する。

ウの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	図形の性質や三角形の相似条件を用いて筋道を立てて証明を説明したり表現したりできる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	三角形の相似条件を再度確認しながら、図形のなかで等しいことがらを見つけ、相似条件と重ねて考えられるように支援する。

### (4) 授業の実際

この授業にあたっては、三角形の相似を示す証明を前時までに学習しているために、比較的に早くに三角形を見出すことができ、新しい課題に対してもスムーズに取り組めていた。また、長方形の紙を折ったり、はさみで切り取った三角形を操作するなどの活動を取り入れたので、生徒も大変意欲的に取り組むことができていた。グループでの話し合いも切り取った三角形を上手に使いながら、相似条件にあてはまるように考えを出し合う姿もよく見られた。

証明は、論理的に筋道を立てていかなければならず、それが見通せる生徒は話し合いをさせても活発に自分の意見を言うが、そうでない生徒は十分な理解が得られていないのが現状である。その課題を解決する一つの取り組みとして、証明の展開を視覚的に捉えさせようと、図形の性質や等しい辺や角、ことがらを一つづつ付せんに書き込ませ、それを利用して貼り分けを行いながら、証明の展開の様子を示す工夫をしてみた。グループみんなが仲間の意見をよく聞き、理解も深めることができて活発な話し合いがなされ、付せん活用の有効性も確認できた。

この授業は、数学的活動を積極的に取り入れた授業であり、どの生徒も意欲的に取り組んでいた。今後も、このような数学的な活動を取り入れながら、意欲・関心を高め、理解を深められる授業実践に取り組んでいきたい。

(江原中学校 河野 昭一)

# 数学科学習指導案

## 1 単元名 平行線と線分の比

### 2 単元設定の理由

本単元では、三角形の相似条件を用いて、三角形や平行線と比に関する図形の性質を論理的に確かめる活動を通して、数学的な推論の仕方についての理解を深めることがねらいとなる。図形の性質を演繹的に推論していく学習では、既習の図形の性質や定理などを確実に理解していなければ、証明の見通しを持つことが困難になる。そこで、本単元では毎時間の導入で、既習の図形の性質や定理などを視覚的に確認させ、新たに図形の性質を調べる際にそこに潜む既習の図形の性質や定理に気づく土台になるようにと考えている。また、コンピュータを活用し、ディスプレイ上で視覚的に問題を追及させることで、試行錯誤しながらも主体的な態度で学習に取り組ませ、解決の見通しを持たせたい。

### 3 単元の目標

- 平行線と線分の比についての性質を見いだし、これを活用することができるようとする。
- 三角形の中点連結定理を理解する。

### 4 単元の評価規準

ア 数学への関心・意欲・態度	イ 数学的な見方や考え方	ウ 数学的な表現・処理	エ 数量・図形などについての知識・理解
① 平行線と線分の比に関する興味を持ち、その性質を調べようとする。 ② 中点連結定理を用いて、図形の性質を明らかにしようとする。	① 「線分の比と平行線」が「平行線と線分の比」の逆になっていることを理解する。 ② 中点連結定理が、「線分の比と平行線」の特別な場合であると見ることができる。	① 平行線と線分の比の性質を利用して、辺の長さを求めるとができる。 ② 中点連結定理を使って、辺の長さを求めることができる。	① 平行線と線分の比に関する性質を理解している。 ② 中点連結定理を解している。

### 5 指導計画（7時間）

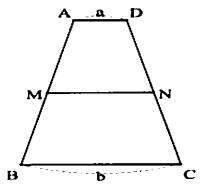
- 第1次 平行線と線分の比 ..... 5時間  
第2次 中点連結定理 ..... 2時間（本時2／2）

### 6 本時

#### (1) 本時の目標

- 中点連結定理を用いて辺の長さを求めることができる。

## (2) 展開

時間	学習活動	指導上の留意点	学習活動における具体的な評価規準	評価
5分	1 前時の復習をする。			発表
12分	2 本時の課題を把握し、各自でワークシートに記入する。	• 結果を予想してみるよう促す。	• アの②	ワークシート 机間指導
	AD//BCの台形ABCDがある。AB, CDの中点をM, Nとする。線分MNについて、どのようなことがいえるでしょうか。			
20分	3 求め方を説明しあう。(班活動)その後、全体で証明を発表する。	• 自分以外の考え方があることに気づかせ、それぞれのよさを認める。	• ウの②	発表
8分	4 ディスプレイ上の連続的に変化する図を観察し、班で話し合う。	• 点Dを移動させ、3つの線分の長さの変化について着目させる。		観察
5分	5 まとめと自己評価をする。	• 今日のめあてに対し、どれだけ理解できたか自己評価させる。		ワークシート 机間指導

## (3) 評価及び指導の例

### イの①

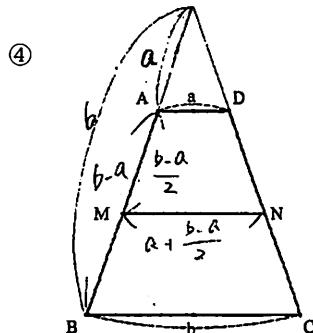
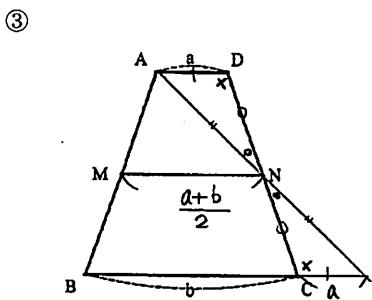
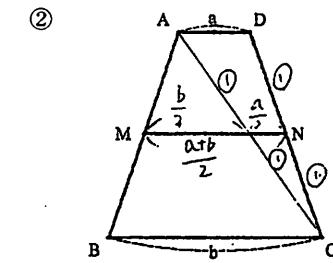
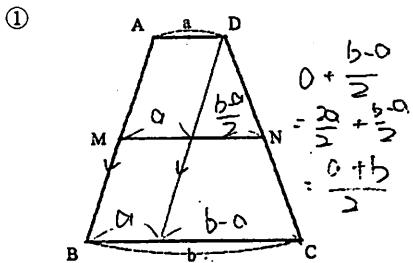
「十分満足できる」と判断される状況（A）	中点連結定理を既習の図形の性質や条件とあわせて、図形の論証に生かし、複数の証明方法を考えることができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	補助線を用いて図形を分割することの有効性を気づかせる。また、分割された三角形や平行四辺形を組み合わせることで、証明の流れに気づかせる

### ウの②

「十分満足できる」と判断される状況（A）	具体的な表現の箇所を示して、的確に説明することができる。
「おおむね満足できる」状況（B）を実現するための具体的な指導	全体で発表する生徒が論理的に説明するために用いたキーワードを教師が板書し、説明できなかった生徒にメモをとらせ、役立たせる。

#### (4) 授業の実際

<生徒のワークシート 「補助線をひいて考えてみよう」より>



まず個人で補助線をひく活動のときには、①と②のようなひき方をした生徒がほとんどであった。班活動になってから、三角形の合同を使った③や中点連結定理は使っていないが相似比を用いた④のようなひき方で考えはじめ、それぞれが自分たちでMNの長さを説明できたことに喜びを感じていた。

授業最後に行う自己評価（○今日の学習をして感じたことは…）の欄には、次のような感想があった。

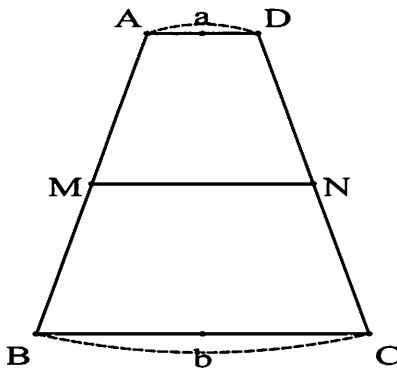
- 一人で考えるより、意見を出し合った方が解くことができた。
- いろいろな考え方があって驚いた。
- 補助線をどこにひくかという着目点で、解きやすかったり解きづらかったりした。
- 一つのことを説明するのにも、たくさんの方があると思うと楽しかった。
- 補助線をひくと分かりやすいので、活用しようと思った。
- 図形はいろいろな見方ができておもしろい。
- 中点連結定理を使いこなしたい。

結果を予想する段階で、「MNはもしかしたら台形の上底と下底の和の半分の長さになっているのでは」と答える生徒も数名おり、本当にそうなるのか考察している様子が伺えた。班活動では、わかりやすく説明をし合ったり、 $MN \parallel BC$ ,  $MN = \frac{1}{2}(AD+BC)$  を導くためにいろいろな補助線をひいて、試行錯誤しながらも熱心に考えたりする様子が見られた。

また、連続的に点Dを移動させることで、普遍的な見方や考え方へ気づく生徒もいた。後半の点Dを点A側に移動させた図でも、補助線を的確にひき、 $MN = \frac{1}{2}(\text{長い辺} - \text{短い辺})$  という解答を生徒自ら導くことができた。

(山川中学校 重清 里佳)

中点連結定理 ワークシート 3年 組 番 ( )



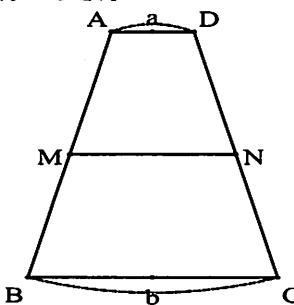
AD//BCの台形ABCDがある。  
AB, CDの中点をM, Nとする。  
線分MNについて、どのようなことがいえるでしょうか。

<予想>

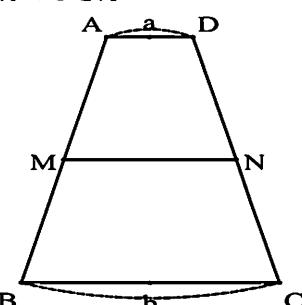
★めあて★ 中点連結定理を使って、辺の長さを求めることができる。

補助線をひいて考えてみよう。

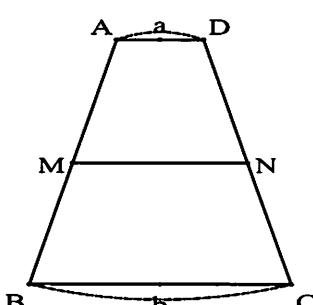
自分のひき方



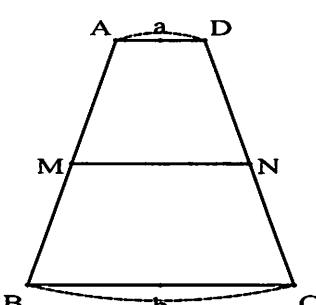
自分のひき方

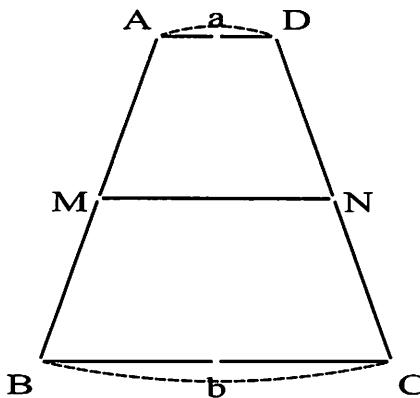


( ) のひき方



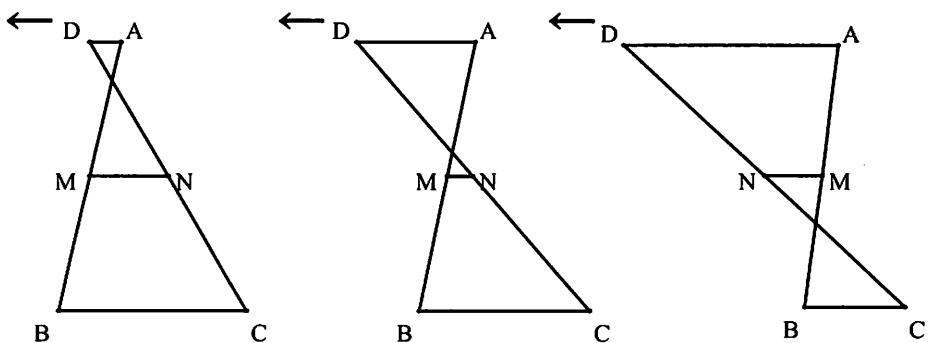
( ) のひき方





$AD=a\text{ cm}$ ,  $BC=b\text{ cm}$  とする。

ちなみに…もし、点Dが点Aの左側まで動いたら、線分MNの長さはどうなるでしょう。



### 今日の自己評価

○意欲的に取り組むことができた。

とてもできた

5

4

3

2

まったくできなかった

1

○今日のめあてを理解することができた。

とてもできた

5

4

3

2

まったくできなかった

1

○今日の学習をして感じたことは…