

〈 第 2 学 年 〉

数 学 科 学 習 指 導 案

1 単 元 図形の調べ方

2 単元設定の理由

第2学年では、推測した図形の性質や関係の正しさ、一般性を保証していく。その際、推論の根拠となる事柄や推論に用いる用語の定義を明確にし、仮定と結論の意味を明らかにして、論理的に筋道を立てて正しい推論を行い、その過程を表現できるようにすることを目標としている。ここでの学習では、活動の中に、作図・実測等、操作的活動を多く取り入れ、自発的に問題解決に取り組む姿勢を養いたい。

3 単元の目標

図形の性質を調べる上で、基礎となる見方・考え方や基本的性質を明らかにし、論証の意義と推論の進め方について理解する。そのために、観察、操作や実験を通して、

- ① 対頂角の性質や、平行線と角の関係について調べる。
- ② 三角形の内角の和について調べさせそれらをもとに多角形の角について調べる。
- ③ 合同な図形の性質、三角形の合同条件などを明らかにする。
- ④ 「証明」することの意義や仕組みについて理解する。
- ⑤ 平行線と角の関係や三角形の合同条件を根拠にした証明の進め方や図形の性質の調べ方について理解する。

4 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	表現・処理	知識・理解
対頂角の性質や平行線と角の関係、多角形の角の性質などに関心を示し自分で調べようとする。確かな根拠に基づき筋道を立てて考えようとする。	証明することがらについて、仮定と結論を明らかにし、確かな根拠をもとにして、論理的に推論することができる。	角の大きさを求めたり、三角形の合同条件を使って簡単な図形の性質を証明できる。	図形の基本的性質や証明に関する用語・記号について説明できる。根拠となる基本的な図形の性質をあげることができる。

5 指導計画

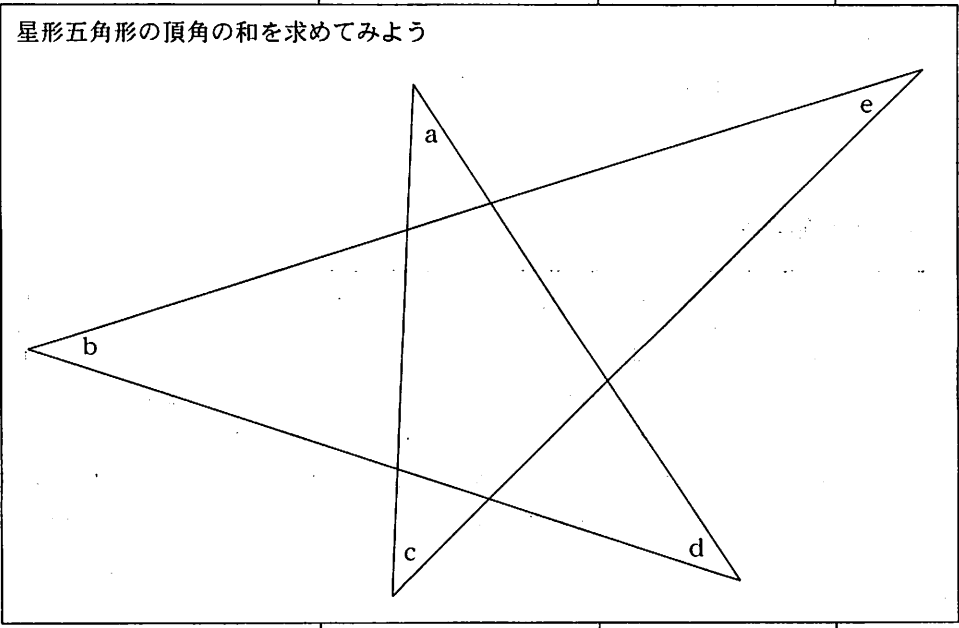
- § 1 平行線と角 3 時間
- § 2 三角形の角 4 時間 (本時 4 / 4)
- § 3 三角形の合同 3 時間
- § 4 証明 3 時間
- § 5 合同条件と証明の進め方 3 時間

6 本時の学習指導

(1) 本時の目標

- 図形に興味を持ち、これまでに明らかにしてきた図形の性質を用いて星形五角形の頂角の和を様々な方法で求めることができる。

(2) 展 開

時間	学 習 活 動	指導上の留意点	学習活動における 具体の評価基準	評 価
10	1 本時の学習課題を知る。	興味を持たせるよう一筆書きをしたり、頂角の和を予想させる。	興味を持って様々な角度から図形を見ることができる。 (関心・意欲・態度)	発 表
星形五角形の頂角の和を求めてみよう 				

時間	学 習 活 動	指導上の留意点	学習活動における 具体的評価基準	評 価
30	2 印を付けたところの角度の和が何度になるか考える。	- まず、個人で考えさせ、代表的な方法を説明し、理解させる。 - グループになり班で別の求め方を考えさせる。 5つ以上の方法を考えるよう目標を持たせる。	1つの方法でまず、角度の和を求めることができ、その後、意欲的に他の方法を考えることができる。 (数学的な見方や考え方)	ワークシート
10	3 まとめ 班で考えた方法を発表し、様々な解き方があるが結果は一致することを確認する。	- 班の代表者に発表させる。 - 角度を求めるには様々な方法があり、補助線を引くことも有効な方法であることを知らせる。		

(3) 評価及び指導の例

数学的な見方や考え方

「十分満足できる」と判断される状況	これまでに明らかにしてきた性質などを用いて様々な方法で角度を求めることができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	多角形の内角の和は三角形の内角の和が基本になっていることを再確認し、また、三角形の内角と外角の関係などこれまでに学習してきた事柄を確認し、図形に補助線を引くなど工夫をして取り組ませる。

関心・意欲・態度

「十分満足できる」と判断される状況	図形に興味を持ち、意欲的に頂角の和を求めようとする。他の生徒が用いた方法にも興味を持ち、その方法をさらに発展させようとする姿勢がある。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	分度器を用いて頂角の和を求めさせ、具体的な数字で考えさせることによって興味を持たせる。

7 考察と今後の課題

南部中学校の2学年の生徒はまじめで授業中は学習に集中できている。しかし、方程式の利用など、今までに学習したことのない問題に対して時間をかけて解いてやろうという意欲に欠けるところがある。これは教材の提示の仕方や内容についての研究不足からだと思われている。生徒がより意欲的に取り組み、数学の授業を楽しく受けることができるようにしたいと考え図形の調べ方では教材について吟味し1時間の授業で1問は星形五角形のような問題を学習するようにした。生徒の反応は上々で生き生きと学習できていた。授業後に「楽しい」、「数学が好きになった」という声が聞こえるようになってきた。数学の得意な生徒は次の方法はないかとどんどん考えることができ、苦手な生徒も自分にあった方法を学んでいくことができた。今まであきらめていてノートに黒板の板書を写すだけだった生徒も自分で考えることができていた。また、能力が高くいつも速く解けて退屈そうにしていた生徒も生き生きしていた。

この星形五角形の他に星形七角形も取り組んでみた。星形七角形は書くところから授業をスタートした。なかなか星形七角形が書けず苦勞していたが楽しく学習に取り組めたようであった。授業後の反省として、星形五角形、七角形に限らず左右対称な整った図を与えるよりも指導案の図のように変形させた図を与えた方がより多くの解き方を発見できることがわかった。同じ多角形であっても形や大きさが違うだけで生徒にとっては別の問題になってしまうようである。見本の図をどのようにするかによっても授業が変わることがわかった。

生徒はどの子も「分かりたい」「できるようになりたい」と考えて授業に臨んでいる。その期待に応えるためにも改めて教材の大切さがわかった。授業の中でどの生徒も「今日はこれがわかった」と家におみやげを持って帰れるような授業をしたいと考えている。

(南部中学校 豊田 勝)

数 学 科 学 習 指 導 案

1 単 元 名 図形の調べ方

2 題 材 星形多角形の先端の角の和

3 題材について

本題材は、図形の性質を調べる上で基礎となる「平行線と角」、「三角形の角」等の既習内容を総合して解決にあたる課題であり、筋道を立てて考え、それを表現する力が要求される。さらに、授業で学んだ内容を発展させ、条件を変えて新たな問題作りをするなどの要素も含んでいる。また、他の生徒のものの見方、考え方を知ることにより、問題解決への意欲も高まるものと考え、本題材を設定した。

4 評価規準

ア. 数学への関心・意欲・態度	イ. 数学的な見方や考え方	ウ. 数学的な表現・処理	エ. 数量, 図形などについての知識, 理解
① 星形多角形の先端の角の和の調べ方やそれを発展させる問題作りに関心を持ち, 自ら課題を見つけ, 推論を進めようとする。	① 星形多角形の先端の角の和を調べたり, それを発展させた問題をつくる際に, 確かな根拠に基づいた推論を進めることができる。	① 平行線と角, 三角形の角, 多角形の角などの既習内容を用い, 星形多角形の先端の角の和を求めることができ, その求め方を説明することができる。	① 図形の基本的な性質や証明についての用語, 記号などの意味を理解している。 ② 証明の意義と証明の根拠として使われることがらについて理解している。

5 指導計画 (17 時間)

1 平行と合同

§ 1 平行線と角	3 時間
§ 2 三角形の角	4 時間
§ 3 三角形の合同	2 時間
問 題	1 時間

2 図形と証明

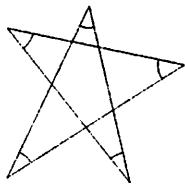
§ 1 証 明	1 時間
§ 2 証明のしくみ	2 時間
§ 3 合同条件と証明の進め方	1 時間
問 題	1 時間
課題学習	2 時間

6 課題学習の実践

(1) 目 標

- ・星形五角形の先端の5つの角の和を既習の内容を用いて、いくつかの方法で求めることができ、筋道を立てて説明をすることができる。(1時間目)
- ・星形五角形の問題を発展させ、新たな問題を作ることができ、その問題を筋道を立てて解くことができる。(2時間目)

(2) 展 開 (1時間目)

時間	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	学習活動における 具体の評価規準	評 価
5	1 本時の課題を把握する。			
	星形五角形の先端の5つの角の和は何度になるか求めてみよう。 			
20	2 グループに分かれ課題を追求する。	・自分の予想を立てさせてから考えさせる。 ・既習の図形の性質を確認し、筋道を立てて考えさせる。 ・いろいろな求め方で考えさせる。	アの① イの①	机間指導 ワークシート
20	3 それぞれの考えを発表しあう。	・他の者の意見を聞き、いろいろな考え方の良さを認めあえるようにする。	ウの①	机間指導 発表
5	4 本時の学習のまとめをする。	・本時のまとめをし、次時の予告をする。		

展 開 (2時間目)

時間	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	学習活動における 具体の評価規準	評 価
5	1 本時の課題を把握する。			
	前時の問題を発展させることにより、どのような問題を作ることができるか考え、その答えを導こう。			

時間	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	学習活動における 具体の評価規準	評 価
20	2 グループに分かれ課題を追求する。	•それぞれの発想を大事にさせる。 •どのような問題ができるか確認させる。 •筋道を立てて問題を解かせる。 •グループ内でできたいろいろな問題について考えさせる。	アの① イの①	机間指導 ワークシート
20	3 それぞれの問題と解き方を発表しあう。	•他の者の意見を聞き、いろいろな発展のさせかたがあることに気づかせる。	ウの①	机間指導 発表
5	4 本時の学習のまとめをする。	•本時のまとめをし、自由研究について指示する。		

(3) 評価及び指導の例

アの①

「十分満足できる」と判断される状況	星形多角形の先端の角の和の調べ方や問題作りに強い関心を持ち、積極的に自ら課題を見つけ、推論を進めようとする。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	他の生徒の取り組みを紹介し、学習への意欲を高めるように支援する。

イの①

「十分満足できる」と判断される状況	星形多角形の先端の角の和を調べたり、それを発展させた問題をつくる際に、多くの場合について、論理的に推論を進めることができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	平行線と角、三角形の角、多角形の角などの既習内容を確認させ、どこにどの性質が使えるよう考えさせる。

ウの①

「十分満足できる」と判断される状況	既習内容を用い、星形多角形の先端の角の和を求めることができ、その求め方を明確に、適切に言葉で表現することができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	図形の性質を確認させ、他の生徒の気づいたことや考えたことを紹介し、どのような表現が分かりやすいか考えさせる。

7 考 察

(1) 生徒の感想（アンケートより抜粋）

① いろいろな求め方で考えるということについて

- 初めは、意味が分からなくて、どうしていいか迷っていたが、考えていくうちにどんどん頭に浮かんできました。自分で考える方が頭に残るような気がして楽しかった。
- いろんな考えがあって楽しかった。でも、自分ではほとんど考えが出てこなくて困った。
- 分からなかったことが少しずつでも分かってくるのはすごく楽しいことだと思いました。

② 自分で問題をつくり解くということについて

- きれいな星形多角形の描き方が分かった時は、「おおー、すごいなあ。」と思いました。今までよりも図形の問題が大好きになりました。
- 線がいっぱいあって分かりづらかったけど、頂点が偶数の場合は簡単に解ける方法が分かった。奇数の場合に手こずった。
- うまく星形ができない場合もあって難しかったが、規則性が分かれば簡単だった。
- いろんな問題をつくって、友達や先生に分かってもらえるのがすごくうれしい。

③ グループでの学習について

- 他の人のいろんな解き方も分かるし、間違いをその場で指摘しあって、みんながともに成長しあうところがいいと思いました。勉強が“苦痛”でなく、“楽しみ”になった。
- グループで話し合いをしたら、自分と違う考え方が出てきてよかったけれど、話し合いに参加できていない人もいて残念だった。

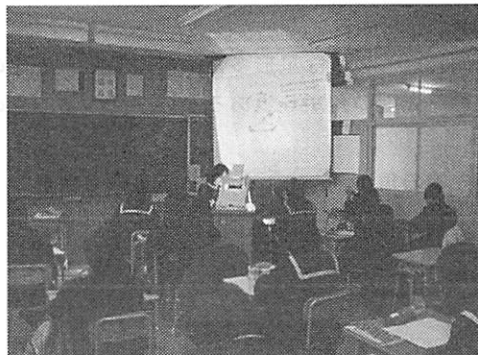
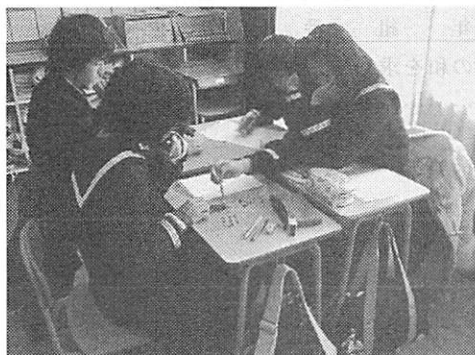
④ 発表について

- みんなの前で発表するのはいやと思っていましたが、すごく楽しかった。でも、説明するのは本当に難しかったです。人の意見もすごく勉強になってよかったと思います。
- みんなの前で発表するのは楽しいです。緊張はするけれど、いろいろ違う意見を聞かせ、それを参考に発表することができてよかったです。
- 発表するとき、自分が考えていることがうまく伝えることができなくて悔しかった。

(2) 考 察

- 星形五角形については、ほとんどの生徒が興味関心を持ち取り組むことができていた。自分の力に応じて取り組める題材であるということが、「考える楽しさ」という生徒の感想につながったと考えられる。
- 星形多角形の問題作りについては、安易な問題作りに満足する生徒が多かったが、何人かは難問を作り、それに挑戦する者も出てきた。グループの中で触発されがんばる生徒も増え、普段は見られない個々の能力を発揮しあう場となった。
- グループでの学習に十分参加できない生徒もいた。今回は、席が近くの者での班構成であったが、数学科独自の学習班を作ることで、より効果的な取り組みになると思われる。
- 発表の仕方については、まだまだ独りよがりな面が多く、表現の仕方に工夫が必要であった。発表の場を多く設定し、訓練する必要性を感じた。
- m 点とばしの星形 n 角形の先端の角の和については $180^\circ \times (n - 2(m + 1))$ という一般的な解とその求め方があるが、今回はそこまでは言及しなかった。また、時間的に不十分な点は、自由研究という形で各自の取り組みに任せることにした。

(3) 授業の様子



参考資料

- 「指導書 数学2年」(啓林館)
- 「中学校学習指導要領の展開 数学科編」(明治図書)
- 「観点別学習状況の新評価基準表」(図書文化)
- 「数学科における絶対評価」16年度版(笹田晋介)
- <http://www.shinko-keirin.co.jp/j-math/index.htm>
- <http://fish.miracle.ne.jp/adaken/kyoka/sugaku/kadai.htm>

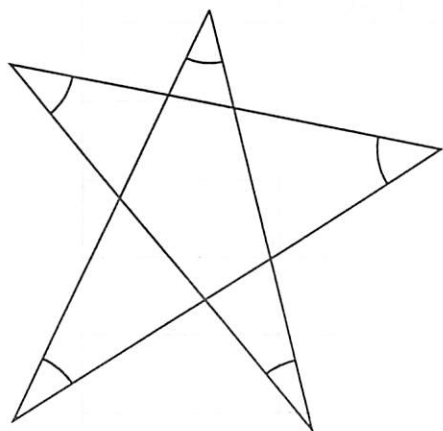
(不動中学校 木下 隆司)

ワークシートからの抜粋

星形五角形の先端の角の和(その1)

2年 組 番 氏名

【問】下の星形五角形の印をつけた先端の角の和を求めてみましょう。



左の図を、B4用紙に表に4つ、裏に4つ印刷したものをワークシートとして使用した。
必要な生徒には、2枚、3枚…と配布した。

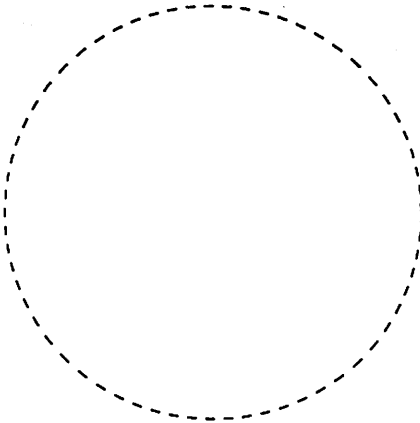
星形多角形の先端の角の和(その2)

2年 組 番 氏名

【問】 いろいろな星形多角形をつくり、先端の角の和を求めてみましょう。

(先端の角が6つあるもの、7つあるもの、……とを考えてみましょう。)

先端の角が () 個ある星形多角形



左の図を、B4用紙に表に4つ、裏に4つ印刷したものをワークシートとして使用した。

必要な生徒には、2枚、3枚…と配布した。

自由研究

2年 組 番 氏名

☆いろいろな星形多角形をつくり、その先端の角の和について調べたことをまとめてみよう。

先端の角 の個数	先端の角の和			
	0点とばし	1点とばし	2点とばし	
5				
6				
7				
8				
9				

(以下省略)

B5用紙に印刷し配布し、自由研究とした。

数 学 科 学 習 指 導 案

1 題 材 名 ハノイの塔

2 題材について

楽しくゲームをすることを通して、興味・関心を持って主体的に問題に取り組むことができる題材である。数学的な作業から、規則性に気づいたり、一般的な式を立てて考えることの便利性・有用性を感じ取れるとともに、数学的な驚きを味わうことができるので、2年生選択授業の課題学習として本題材を設定した。

3 評価規準

関心・意欲・態度	数学的な考え方	表現・処理	知識・理解
課題に興味を持って、意欲的に取り組むことができる。	見通しを立てて、課題の解決方法を考えることができる。	図や表、式を用いて、ものごとを能率よく処理することができる。	ハノイの塔のルールを理解することができる。

4 指導計画

- ・ハノイの塔のゲームを楽しもう 1時間
- ・32枚の円盤の移動 1時間（本時1／1）

5 本 時

(1) 目 標

- ・円盤の移動が完成するまでの最小回数から規則性を見つけ、一般式をつくろうとすることができる。
- ・32枚の円盤を移動させるのに要する時間を予想を立てて考えることができる。

(2) 展 開

時間	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	学 習 活 動 に お け る 具 体 的 な 評 価 規 準	評 価
20	1 円盤を動かす最小回数について考える。	・規則性をみつけ、そうなる理由も考えさせる。	【表現・処理】 規則性を言葉や式で表すことができる。	机間指導 発表
15	2 円盤32枚の場合の回数を考える。	・文字を使い、一般式で表すことを考えさせる。円盤の枚数と移動回数との関係から考えるよう助言する。	【数学的な考え方】 見通しを持って、一般式を作ろうとすることができる。	観察 机間指導
15	3 円盤を1回移動するのに1秒かかるとすると、移動完了までにどのくらいの時間がかかるか考える。	・予想を立てさせる。	【関心・意欲・態度】 課題に興味関心を持って取り組むことができる。	観察 机間指導

(3) 評価及び指導の例

【関心・意欲・態度】

「十分満足できる」と判断される状況	課題に興味関心を持ち、学習に意欲的に取り組んでいる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	補足説明やヒントを与えたりして、課題に興味・関心が持てるように支援する。

【数学的な考え方】

「十分満足できる」と判断される状況	円盤の枚数と移動回数との関係から、見通しを持って一般式をつくろうとすることができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	円盤の枚数と移動回数の関係に着目して考えられるように助言する。

【表現・処理】

「十分満足できる」と判断される状況	作業や表から、規則性を見つけ、式に表したり、わかりやすく説明することができる。
「おおむね満足できる」状況を実現するための具体的な指導	ハノイの塔の作業を確認しなおしたり、表に記入した回数を縦に見ていくことで、規則性に気づくように支援する。

6 考 察

(1) 授業の実際

- 1人に1組ずつ円盤を用意した。友達と円盤の動かし方を相談したり、最小回数を言い合ったりしながら、大変積極的に活動に取り組めた。
- 円盤の枚数が6枚目くらいになると、表から次の数を求められることに気づくことができた。

(例1) 円盤の最小移動回数は、1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , …… ずつ増えることに気づく生徒は多かった。

円盤の枚数	最小移動回数	差
1	1	2 $2^2 = 4$ $2^3 = 8$ $2^4 = 16$
2	3	
3	7	
4	15	
5	31	
・	・	・
・	・	・
・	・	・

(例2) 柱Aの一番下にある円盤を動かす前と後の移動回数が同じことに気づいた生徒は次のような式を立てた。

$$\begin{array}{l}
 1 \\
 3 = 1 \times 2 + 1 \\
 7 = 3 \times 2 + 1 \\
 15 = 7 \times 2 + 1 \\
 \cdot \\
 \cdot \\
 \cdot \qquad \qquad \Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \quad (1 \text{ つ前の回数}) \times 2 + 1
 \end{array}$$

- 数名の生徒が、円盤の枚数 n 枚のときの、最小移動回数が $2^n - 1$ となることを予想できた。

- 32 枚の円盤を移動するには、どのくらい時間がかかるか予想を立てさせたところ、

Aさん：約 20 分？ Bさん：約 1 時間？ Cさん：約 3 日？

実際は・・・約 136 年

たった 32 枚の円盤を移動するのに、4, 294, 967, 295 回の操作が必要であり、時間に換算すると約 136 年かかるということに、生徒たちは声を上げて驚いた。

(2) 反省と課題

活動時間が多く、体験や発見、驚きがあり、生徒たちは意欲的に課題に取り組めた。最後に、円盤の移動時間を考えさせることで、数学的な課題をずいぶん現実の生活に近づけてとらえられたようである。生徒たちが数に対してもっている感覚には曖昧な部分が多いが、時間としてとらえることでより具体的に感じ取ることができたようである。円盤の枚数を増やすだけでなく、棒の数を増やすといった発展問題についても、また、挑戦してみたい。

参考ホームページ

- 数学パズル・ハノイの塔（虹のバージョン）

（貞光中学校 多田 千洋）

#