

観点別評価のための評価規準とその問題例

第 1 学 年

4. 観点別評価のための評価規準とその問題例

第1学年

(1) 数学的な見方や考え方

① 方程式の利用

方程式の中の文字式が表す具体的数量を読みとることができる。

「同じ個数のみかんが入った箱が2箱あります。みかんを生徒に分けるのに、1箱分のみかんを1人に3個ずつ配ると13個たりず、2箱分のみかんを1人に5個ずつ配ると8個余ります。1箱のみかんの個数を求めなさい。」という問題を解くために、次の2通りの方程式をつくりました。それぞれの式の x が表す数量を答えなさい。

$$(1) \quad 3x - 13 = \frac{5x + 8}{2}$$

$$(2) \quad \frac{x + 13}{3} = \frac{2x - 8}{5}$$

② 方程式の利用

方程式を利用して、文章題を解くことができる。

Aさんは、1500 m離れた図書館に向かって家を出発しました。それから12分たって、兄が自転車で同じ道を追いかけてきました。Aさんの歩く速さは毎分70 m、兄の自転車の速さは毎分280 mであるとする、Aさんは家を出発してから何分後に、家から何mの地点で兄に追いつけますか。

③ 方程式の利用

方程式の中の文字式が表す具体的数量を読みとり、文章題を解くことができる。

「ケーキ屋さんにケーキを買いに行きました。持っている金額で、高い方のケーキは4個買えて40円余ります。このケーキより60円安いケーキを買えば、5個買えて100円余ります。高い方のケーキ1個の値段と持っている金額を求めなさい。」という問題を解く

ために、 $5\left(\frac{x-40}{4} - 60\right) = x - 100$ という方程式を作りました。

(1) x , $\frac{x-40}{4}$ はそれぞれ何を表していますか。

(2) 上の方程式を解いて、高い方のケーキ1個の値段と、持っている金額を求めなさい。

(2) 数学的な表現・処理

① 方程式

方程式に解く手順にしたがって、方程式を手際よく解くことができる。

(1) $x + 2 = -3$

(2) $2x = -6$

(3) $3x - 14 = 7$

(4) $7x = 3x - 24$

(5) $6x - 1 = 8 + 5x$

(6) $3(x - 8) = 7x$

(7) $40(9 - 2x) = 200(x - 1)$

(8) $\frac{x}{6} - 3 = \frac{x}{2}$

(9) $\frac{x-2}{4} = \frac{x}{3} + 1$

(10) $1.2x + 0.7x = 3.7x - 4.3$

- (1) x の係数が 1 で、1 回の移項によって求められる。
- (2) 両辺を同じ数でわって求められる。
- (3) 1 回の移項と、両辺を同じ数でわって求められる。
- (4) x の項の移項と、両辺を同じ数でわって求められる。
- (5) 2 回の移項を含んだ方程式が解ける。
- (6) かっこを 1 組含んだ方程式が解ける。
- (7) かっこを 2 組含んだ方程式が解ける。
- (8) 分子が単項式の方程式が解ける。
- (9) 分子が多項式で、両辺に同じ数をかけて求められる。
- (10) 小数を含んだ方程式が解ける。

(3) 数量、図形などについての知識・理解

① 一次方程式

一元一次方程式及びその中の文字や解の意味について理解している。等式や左辺や右辺の意味、また等式の性質の意味を理解している。

佐藤君は、さいころを投げて、出た目を見て次のように言いました。

「わたしの出した目の数に、6 を加えたら、出た目を 3 倍した数に等しい。

このとき、出た目の数を x とすると

$$x + 6 = 3x$$

という等式で表すことができます。

x がとることのできる値 1, 2, 3, 4, 5, 6 を代入して下の表をうめなさい。

x	1	2	3	4	5	6
$x + 6$						
$3x$						

② 一次方程式の利用

方程式を使って文章題を解くときの手順や問題によっては、方程式の解がそのまま文章題の答えにならない場合があることを理解している。

1本80円のボールペンを4本とノート3冊買ったところ、代金が770円になりました。ノート1冊の値段を求めてみよう。

- ① 何を x とおけばよいのですか。
- ② ①でおいた x を用いて、ボールペン4本とノート3冊の合計金額を x を用いて表しなさい。
- ③ 合計金額について、どのような方程式ができますか。
- ④ ③の方程式を解きなさい。
- ⑤ ④で得られた解が問題に合うか確かめなさい。

※①～③では数学的な見方や考え方、④では数学的な表現・処理を評価する。⑤で方程式の解を確認させて、問題解決に適していることを理解しているかどうかを見る。

観点別評価のための評価規準とその問題例

第 2 学 年

第2学年

(1) 数学への関心・意欲・態度

① 式の加法・減法，単項式の乗法・除法

式の加法・減法，単項式の乗法・除法に関心を持ち，それらの計算をしようとする。

$\frac{5}{6}x^2 \div \left(-\frac{10}{3}x\right)$ の計算を太郎さんは次のように計算しました。あなたはど
こが間違えているかわかりますか。間違っているところを示しなさい。

$$\begin{aligned} & \frac{5}{6}x^2 \div \left(-\frac{10}{3}x\right) \\ &= \frac{5}{6}x^2 \times \left(-\frac{3}{10}x\right) \\ &= -\frac{1}{4}x^3 \end{aligned}$$

※正しい答えを出すことのみを求めるのではなく，間違いを示すときにいかにわかりやす
く説明しようとしているのかという意欲・態度をみる。係数と文字との関係や逆数の意
味などをしっかりと理解し，それを根拠にして明確に説明しようとする態度をみる。

② 連立方程式の利用

連立二元一次方程式を利用することにより，応用場面が広がって問題解決が容易に
なるというよさに関心を持ち，積極的に問題を解決しようとする。

50 円切手と 80 円切手を合わせて 25 枚買い，1700 円払った。50 円切手と
80 円切手をそれぞれ何枚買ったか求めなさい。

上記の方程式の利用の問題を解くとき，一元一次方程式よりも連立方程式を使って解
くのが適していると考えられる理由を説明しなさい。

※求めたいものが2つあるということをまず押さえていることと、求めたいものが2つある場合は、1つの変数よりも2つの変数を用いた方が、式に表しやすいことに気づいたり、変数1つの一次方程式よりも、連立方程式の方が、問題解決に適していることなどを理解しているかどうかを見る。

③ 一次関数の利用

一次関数が実生活に深くかかわっていることに気づき、問題の解決に利用しようとする。

一次関数が、身の回りで利用されている例を見つけ、その状況を説明しなさい。

※身の回りにある現象を一次関数の利用としてとらえることができるかを見る。お風呂に水を入れる場合、水道の蛇口の開きを一定にした時、最初の数分間を観察することにより、いっぱいになる時間を推定できること。電気や水道・電話などの公共料金が基本料金と使用料金との合計で決められていることと、使用量がわかると自分でも料金を計算することができること。

④ 場合の数

物の並べ方など、起こり得る場合に関心を持ち、それを順序よく整理して調べようとする。

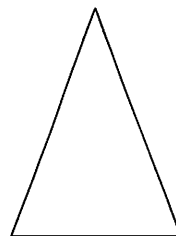
A, B, C, D, Eの5人から2人の委員を選ぶとき、その選び方は何通りありますか。すべての場合を書き出して求めなさい。

※物の並べ方など起こりうる場合の数を調べるときに、樹形図を使ったり、表を用いて求めようとするなど、見通しを持って順序よく整理して調べようとしているかをみる。

⑤ 三角形の性質

二等辺三角形に関心を持ち、それに関する性質を考察しようとしたり、考察したことを他の人にも分かるように説明しようとする。

二等辺三角形に関して学習した性質（定理）の中で、興味を持ったり、印象に残った性質はどんな性質ですか。興味を持った理由をいいなさい。またその性質を証明しなさい。



※ 2 辺が等しいことや底角が等しいという性質だけでなく、頂角の 2 等分線が底辺を垂直に 2 等分することやその逆も成り立つことなどに関して、「図形の新しい性質を知ることにはすごくおもしろい」という反応や、興味を持って学習に取り組んでいるかどうかをみる。

また、その性質を三角形の合同を使って証明するときに、文章だけの証明ではなく、図で的確に表現するなど、その証明をいかに分かりやすく説明しようと工夫しているのかという態度をみる。

(2) 数学的な見方や考え方

① 文字式の利用

帰納や類推によってとらえた数量及び数量の関係を、文字式を用いて簡潔かつ一般的に表現できること、一般的な説明ができることに気づき、一般的に考察することができる。

右の図はある月のカレンダーを示したものである。

2
9
16
のように縦に並んだ3個の数字の和はどこで考
えても、ある数の倍数になることに気がつきました。

日	月	火	水	木	金	土
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30

- (1) ある数とは何か。
- (2) このことが正しいことを文字式を用いて説明しなさい。

※数量の性質について、一般的な説明ができることに気づき、一般的に考察することができる。

② 一次関数の利用

具体的な事象を一次関数を用いて考察し、その結果が適切であるかどうか振り返って考えることができる。

S君が携帯電話を買うことになり、料金を調べたところ、次の表の通りであった。

コース	基本額	加算額	備考
D	3600円	10円/分	基本額は使用時間が4時間まで
T	0円	12円/分	基本額なし

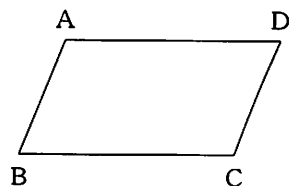
次の問いに答えなさい。

- (1) DとTのどちらのコースが得だろうか。
- (2) 何時間までTコースの方が得か、関係式やグラフを使って考えてみよう。

③ 図形と合同

図形の性質や三角形の合同条件に基づき平行四辺形の性質や条件を考察することができる。

次の四角形 $ABCD$ は平行四辺形であるといえるか。
 いえる場合はそれを証明し、いえない場合は平行四辺形でないことを示す図をかきなさい。



(1) $AB = DC$, $AD = BC$

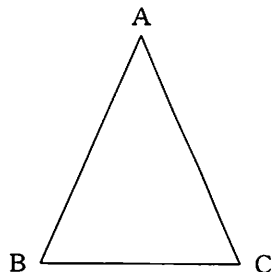
(2) $AB \parallel DC$, $AD = BC$

※ある命題が正しい場合は、証明することにより一般的に認められ、そうでない場合は、その反例を1つ示せばよい。この問題により、三角形・四角形における数学的な見方や考え方を評価する。

④ 図形と合同

図形の性質の調べ方を二等辺三角形の性質を証明することを通して、明らかにしていくことができる。

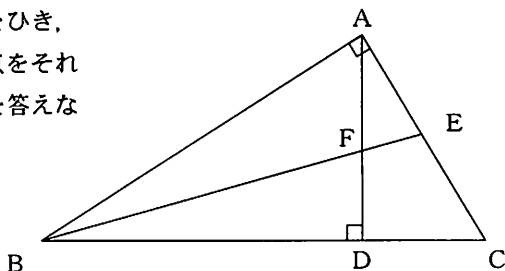
右の図は $AB = AC$ である $\triangle ABC$ です。等しい辺 AB と AC が重なるよう別紙で折ってみて、その結果 $\triangle ABC$ についてわかることを書き出してみましょう。また書き出したことの中から1つを選んで、証明しましょう。



⑤ 図形と合同

二等辺三角形や直角三角形に関する性質を考察することができる。

右の図のように、 $\angle BAC=90^\circ$ の直角三角形 ABC の頂点 A から斜辺 BC に垂線 AD をひき、 $\angle ABC$ の二等分線と AC、AD との交点をそれぞれ E、F とするとき、 $\triangle AFE$ の名称を答えなさい。また、その理由を説明しなさい。



(3) 数学的な表現・処理

① 式の計算

簡単な整式の加法・減法の計算ができる。また、単項式の乗法・除法の計算ができる。

次の計算をしなさい。

- (1) $5x - 7y - 3x + 5y$
- (2) $2a + 5b - (a - 3b)$
- (3) $6x \times (-x)^2 \div 3x^2$

※同類項をまとめること、かっこをはずすことなど、1 年時に学習した計算のしかたと同じように考えて計算ができるかどうかをみる。(2)の問題は、かっこの前に－がある場合で、係数が1の項の処理がきちんとできているかを、(3)の問題では、乗除の混じった計算と2乗の場合の符号を理解できているかを判断することができる。

② 式の変形

具体的な場面で、数量を表す式をきまりに従って変形したり、関係を表す式を目的に合うように変形したりすることができる。

次の式を [] の中の文字について解きなさい。なお、計算の過程は、すべて残しておきなさい。

(1) $m = 2\pi r$ [r]

(2) $x = 12 - 2y$ [y]

(3) $m = \frac{3a - 5b}{8}$ [a]

※等式の性質を使って、式を適切に変形できるかどうかをみる。計算の過程を書かせることにより、途中の段階に使われた等式の性質の意味を理解して変形しているのかを判断することができる。

③ 一次関数の式と変化の割合

一次関数の関係を式・表・グラフなどで表現したり、その特徴をよみとったりすることができる。一次関数の変化の割合を求めることができる。

次の表は、ある一次関数について、xとyの値の関係を表したものである。次の問いに答えなさい。

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-5			1			

- (1) 変化の割合を求めなさい。
- (2) 表の空欄にあてはまる数を書き入れなさい。
- (3) この一次関数の式を求めなさい。
- (4) この一次関数のグラフをかきなさい。(グラフ用紙省略)

※一次関数の表から対応関係を把握し、変化の割合を求めるとともに、変化の割合の意味を理解し、変化の割合を使ってyの値を求めることができるかをみる。また、表や変化の割合から式やグラフに表すことができるかを判断することができる。

④ 方程式とグラフ

連立二元一次方程式の解を、座標平面上の二直線の交点の座標として求めることができる。

右の図について、次の問いに答えなさい。

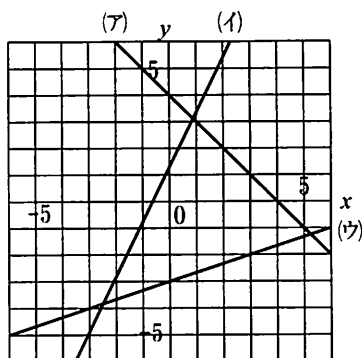
- (1) (ア)～(ウ)の直線の式を求めなさい。
 (2) 次の連立方程式の解を、右の図を利用して求めるとき、問いに答えなさい。

$$\begin{cases} x + y = 4 \cdots \cdots \text{①} \\ 2x - y = -1 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

[1] ①、②のグラフを(ア)～(ウ)からそれぞれ求めなさい。

[2] 解を求めなさい。

- (3) (イ)と(ウ)の交点の座標を求めなさい。解き方を残しておくこと。



※一次関数のグラフと二元一次方程式のグラフとの関係や連立方程式の解とグラフとの関係を理解し、二直線の交点の座標を求めることができるかをみる。解き方の過程を書かせることにより、式とグラフを利用して、自分の解き方を書くことができているかを判断することができる。

(4) 数量、図形などについての知識・理解

① 文字式の利用

数量の関係や整数の性質を文字式で表し、目的に合う式変形のよさとなる等式を変形することの意義を理解している。

△ABCで、底辺BCの長さを a cm、高さを h cm、面積を S cm²とすると、

$S = \frac{1}{2} a h$ と表せる。この式を $a = \frac{2S}{h}$ という式に変形することのよさは何か。次の

中から選び、記号で答えなさい。

- (ア) 高さ h cmがわかっているとき、面積 S cm²を求めるのに便利である。
 (イ) 面積 S cm²がわかっているとき、底辺 a cmを求めるのに便利である。
 (ウ) 高さ h cmと面積 S cm²がわかっているとき、底辺 a cmを求めるのに便利である。
 (エ) 底辺 a cmと高さ h cmがわかっているとき、面積 S cm²を求めるのに便利である。

② 連立方程式とその解

二元一次方程式とその解、連立方程式とその解の意味を理解している。

下の連立方程式について、次の問いに答えなさい。

$$\begin{cases} x + y = 10 \cdots \cdots \text{①} \\ 3x + 2y = 22 \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

- (1) ①の方程式の解になるものを、下のア～オからすべて選びなさい。
(2) ②の方程式の解になるものを、下のア～オからすべて選びなさい。
(3) ①、②の連立方程式の解を求めなさい。

$$\text{ア } (x, y) = (13, -3)$$

$$\text{イ } (x, y) = (-5, 5)$$

$$\text{ウ } (x, y) = (4, 5)$$

$$\text{エ } (x, y) = (2, 8)$$

$$\text{オ } (x, y) = \left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

※二元一次方程式の解となる値の組は、ひとつだけではないこと、2つの二元一次方程式の共通な解が、連立方程式の解であることを理解できているかをみる。

③ 一次関数

関数や「 y は x の関数である」ということ、および一次関数の意味を理解しており、事象の中から一次関数になる関係を見つけることができる。

次の問いに答えなさい。

- (1) 次の①、②で y が x の関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

① 1冊120円のノートを x 冊買うときの代金は y 円である。

② 2つの辺の長さが4cmと x cmの三角形の面積は y cm²である。

①…

②…

(2) 次の①～④の式で、 y が x の一次関数であるものに○、そうでないものに×をつけなさい。

① $y = 2x - 5$ ② $y = 3x^2$ ③ $y = \frac{5}{x}$ ④ $y = 5x$

①… ②… ③… ④…

④ 一次関数のグラフ

変化の様子やグラフの形、変化の割合・傾き・切片の意味など、一次関数の特徴を理解している。

次の条件にあてはまる一次関数を、下の(ア)～(キ)からすべて選び、記号で答えなさい。

- (1) グラフが右上がりの直線になる。
- (2) グラフが(5, 7)を通る直線になる。
- (3) x の値が4増加したとき、 y の増加量が-8となる。
- (4) グラフが y 軸上で、直線 $y = 3x + 5$ と同じ点を通る。
- (5) グラフの切片が2、傾きが4の直線になる。
- (6) グラフがお互いに平行な直線になる。

(ア) $y = 4x + 2$ (イ) $y = \frac{3}{5}x + 4$ (ウ) $y = -4x + 2$
(エ) $y = 7x + 5$ (オ) $y = -2x - 7$ (カ) $y = 4x - 5$
(キ) $y = -7x$

※ $y = ax + b$ の a 、 b の値がグラフをどのように特徴づけるのかについて理解できているかをみる。

観点別評価のための評価規準とその問題例

第 3 学 年

第3学年

(1) 数学への関心・意欲・態度

① 多項式と単項式の乗法

単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式でわる除法に関心を持ち、それらの計算をしようとする。

$(2x + 3y) \times 4x$ の計算を花子さんが次のように計算したところ、太郎さんは花子さんの計算間違いに気づきました。

$$\begin{aligned}(2x + 3y) \times 4x \\&= 5xy \times 4x \\&= 20x^2y\end{aligned}$$

あなたはどこが間違えているかわかりますか。間違っているところを示しなさい。

※間違っているところを指摘しようとし、その根拠を明確に示そうとしている態度をみる。計算問題は、とかく表現・処理の技能だけに着目しがちであるが、設定の仕方によっては、関心・意欲・態度を見きわめることもできる。たとえば x と y に好きな数字を代入して確かめることもできる。

② 多項式の乗法

積の形で表された式を1つの多項式で表すことに関心を持ち、その仕方を考えようとする。

$(a + b)(c + d)$ の計算方法を説明したいと思います。
あなたならどのように説明しますか。

※ $(a + b)(c + d)$ を1つの多項式で表すことに関心をもち、

例えば、① $c + d = M$ とおく

② 分配法則をくりかえして使う

③ 面積を使う

など、積極的に説明しようとする態度を見る。

ここで、積の形が和の形に直されることによって、1つの多項式で表されることを十分意識させる必要がある。

③ 式の計算の利用

数量の間の関係を文字に表したり、その式を展開や因数分解を利用して変形し、問題を解決しようとする。

太郎さんは、「連続する3つの整数では、中央の数の2乗から他の2つの数の積をひいた差は、一定である。」ことを、下のように証明しました。空欄をうめて証明を完成させなさい。

〔証明〕 中央の数を n とすると、

3つの連続する整数は (①), n , (②) と表せる。

$$n^2 - (\text{③}) (\text{④})$$

$$= n^2 - (n^2 - 1)$$

$$= (\text{⑤})$$

したがって、中央の数の2乗から他の2つの数の積をひいた差は一定である。

上の証明において、文字や文字式を使うことにはどのようなよさがあるか説明しなさい。

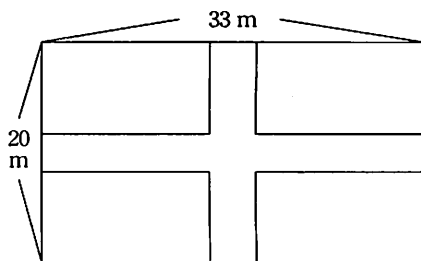
※ 文字のもつ意味やその便利さについて、ふだんから考えさせるようにしたい。文字を用いるよさについて、何かを書こうとしていて、的確に表現できているかを見る。

(2) 数学的な見方や考え方

① 二次方程式の利用

二次方程式を利用して具体的問題を解決するときに、多様な考え方にもとづいて方程式を立式できる。また、立式した方程式の解の吟味ができる。

「縦が 20 m、横が 33 m の長方形の土地に右の図のように、縦、横同じ幅の道路をつくり、残りを畑にしたい。畑の面積が 510m² になるようにするには、道路の幅を何mにすればよいか。」という問題があります。



(1) 一郎君は、畑の面積が 510m² になるということをもとに、二次方程式をつくり、その方程式を解いて、道路の幅を求めました。(ア) には、あてはまる式を、(イ) には、適当な説明を入れなさい。

道路の幅を x m とすると、道路の幅を求めるための方程式は、
(ア) $(33 - x)(20 - x) = 510$ となる。

そして、この方程式を解くと、 $x = 50$ 、 $x = 3$ である。
よって、(イ) $x = 3$ ので、求める道路の幅は 3 (m)。

(2) 久美子さんは、道路の面積が求められることに気づき、道路の面積を計算してから、それをもとに、二次方程式をつくろうと考えました。左辺の () のなかにあてはまる式を入れて久美子さんの考えた方程式を完成しなさい。

道路の幅を x m とすると、道路の幅を求めるための方程式は、
() $= 150$
となる。

※評価問題の見方と評価のポイント

- ① 問題(1)では、畑の面積に着目したとき、道路の位置を移動したりして効率的に二次方程式を立式できるかどうか、また、二次方程式の解の吟味をできるかどうかを評価する問題である。
- ② 問題(2)では、観点を変えて道路の面積に着目したとき、二次方程式を立式できるかどうかを評価する問題である。

＊問題(1)の方程式の立式（解答類型）

- $(20 - x)(33 - x)$ と解答①
- $20 \times 33 - (20x + 33x - x^2)$ と解答②
- $20 \times 33 - (20x + 33x)$ などの不十分な解答③
- 上記以外の解答④
- 無回答⑩

＊問題(1)の説明（解答類型）

- 道の幅は 0 m 以上で 20 m 以下でなければならないと解答①
- 道の幅は 33 m 以下でなければならないと解答②
- 上記以外の解答④
- 無回答⑩

＊問題(2)の方程式の立式（解答類型）

- $20x + 33x - x^2$ と解答①
- $20x + (33 - x)x$ か $33x + (20 - x)x$ と解答②
- $20x + 33x$ などの不十分な解答③
- 上記以外の解答④
- 無回答⑩

〈評価の仕方〉

●問題(1)の立式で①または②を解答し、問題(2)で①または②を解答している生徒は、二次方程式の立式を手際よくできるといえる。特に問題(1)の説明で①を解答している生徒は、具体的問題の解決に二次方程式を効果的に活用できるので、二次方程式に関する数学的な考えが優れているといえる。《問題(1)の解答類型番号の立式で①、②、説明で①、問題(2)の解答類型番号で①、②の場合》【評価 A】

●問題(1)の立式で③、説明で②を解答し、問題(2)で③を解答している生徒は、二次方程式の仕方や具体的問題の解決に二次方程式を活用することにやや抵抗をもっているものの支援することによって理解できるようになるといえる。《問題(1)の解答類型番号の立式で③、説明で②、問題(2)の解答類型番号③の場合》【評価 B】

●二次方程式を利用した具体的問題の解決方法を、立式の仕方や解の吟味を中心に丁寧に指導する必要のある生徒の解答である。《問題(1)の解答類型番号の立式で⑩、説明で⑩、問題(2)の解答類型番号で⑩の場合》【評価 C】

●問題(1)の解答類型番号の立式で④、説明で④、問題(2)の解答類型番号で④の場合【解答を吟味して評価する】

◎本評価問題を実施するにあたって、指導しておくこと

① 方程式を利用して具体的問題を解決させるとき、立式の段階で、生徒にできる限り多くの方程式をつくらせるような授業を展開し、できた方程式を説明させ、それぞれのよさを生

徒に味わわせるようにすることが大切である。

② 具体的問題を二次方程式を利用して解決するときの、解の吟味の仕方を理解させておく。

(3) 数学的な表現・処理

① 因数分解

因数分解をすることができる。

Q 次の1～5を因数分解しなさい。

1 $6x^2 + 3x$

2 $4x^2 - 9$

3 $x^2 - 8x + 16$

4 $x^2 - 8x + 15$

5 $2x^2 + 12x - 32$

※ 重要度の高い学習内容である。後々まで影響をしてくる内容だから、理解度をしっかり把握しながら、評価やその後の指導につなげていきたい。

※ 上の問題例では、

1…共通因数をとり出す

2…和と差の積の公式を利用する

3…平方公式を利用する

4… $(x+a)(x+b)$ の公式を利用する

5…共通因数をとり出し、さらに2～4の公式を利用する

のように配列している。特に、基本は1, 2, 4の方法と考え、これらの場合をまず見分けることができ、実際に因数分解できることを評価の基本と考えている。だから、理解に苦勞している生徒には、1, 2, 4のパターンをじっくり練習させることが効果的だとも考える。

(注：3の場合は、4に帰着して考えることが可能であり、実際そういう方法をとる生徒も多く見かける。)

② 二次方程式とその解き方

平方根の意味に基づいて、簡単な二次方程式を解くことができ、その手順を説明することができる。

Q 次の1～6の二次方程式を解きなさい。

- | | | |
|-----------------------|---------------------|---------------------|
| 1 (1) $x^2=81$ | (2) $x^2=11$ | (3) $x^2=24$ |
| 2 (1) $7x^2=63$ | (2) $5x^2=65$ | (3) $3x^2=36$ |
| 3 (1) $3x^2-108=0$ | (2) $6x^2-36=0$ | (3) $4x^2-48=0$ |
| 4 (1) $(x+5)^2=16$ | (2) $(x+7)^2=14$ | (3) $(x+4)^2=20$ |
| 5 (1) $(x+2)^2-25=0$ | (2) $(x-2)^2-5=0$ | (3) $(x-6)^2-32=0$ |
| 6 (1) $5(x+3)^2-20=0$ | (2) $2(x-4)^2-42=0$ | (3) $3(x-5)^2-24=0$ |

※ 学習指導要領の一部改正(2003年(平成15年)12月26日付)によって、「知ることにとどめるものとし」ていた『二次方程式の解の公式』を「個に応じた指導の充実のために」履修させる場合も多いと考えられるが、その基本となる「平方根の意味に基づく」解法の定着を試す問題例である。

※ 『 $a(x+b)^2-c=d$ 』

を一般式とし、虚数解とならないよう定数を決めてある。上の問題例では $d=0$ の場合しかあげていないが、 d にもいろいろな値をあてはめることも可能であろう。

※ 大問の番号が1→6と大きくなるにつれて、解法の手順が多くなっており、生徒も手順が多くなるがために間違いを犯しやすくなると思われる。そこで、どの段階で間違いを犯しているのかを丁寧に把握することで、到達度を確認でき、評価やその後の指導もしやすくなると考える。ただし、これらの二次方程式の解法については、手順の多少による間違いやすさよりも、出てくる数(特に上の問題例では根号をふくむ数)の複雑さによる間違いやすさの方が重大かもしれない。

上の問題例では、

- (1)…解が整数になるもの。
- (2)…解に根号をふくむが $\sqrt{\quad}$ の中は簡単にできないもの。
- (3)…解に根号をふくみ $\sqrt{\quad}$ の中が簡単にできるもの。

のように配列している。つまり、左辺を「 $x^2=$ 」あるいは「 $(x+b)^2=$ 」の形まで変形したときに、右辺の値が、

- (1)…1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, …平方数
- (2)…2, 3, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15, 17, …
- (3)…8, 12, 18, 20, 24, 27, 28, 32, 40, 44, …

のような数にしている。ただし、生徒によって根号をふくむ数の変形の手得・不得手があったり、そこまでの指導の過程によって、必ずしも(1)の方が簡単で、(3)の方が難しいともいえないと思う。だから、方程式の外見だけでなく、解く過程において扱う数の難易度も十分に考慮し、評価やその後の指導をしたい。ただし、この例は、「平方根の意味に基づく二次方程式の解法」を評価するための問題なので、根号をふくむ数の変形の出来・不出来をどこまで評価するときの対象にするかということも考えなければならないと思う。もちろん、そこまでふくめて二次方程式の解法の理解と捉えるべきかもしれない。

また，問題例では分数になるようなものをふくめていないが，そういうものをふくめることで難易度を上げることもできると思う。ただ，いたずらに平方根の意味に基づく解法を難しくする必要はないとも考える。

(4) 数量，図形などについての知識・理解

① 式の乗法・除法

多項式と単項式の乗法・除法の仕方を理解している。

次の□にあてはまる式を答えなさい。

$$(5x + 2y) \times 3x = 5x \times \square + \square \times 3x \\ = \square + \square$$

② 乗法の公式

乗法公式を理解している。

【1】 次の式で，□にあてはまる式を書きなさい。

① $(x + a)(x + b) = x^2 + (\square)x + ab$

② $(a + b)^2 = a^2 + \square + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - \square + b^2$$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - \square$

【2】 次の□にあてはまる正の数を書きなさい。

① $(x - \square)(x + 3) = x^2 - 4x - \square$

② $(x + \square)^2 = x^2 + \square x + 25$

③ 因数分解

素数や因数の意味を理解している。また素因数分解の意味とその手順を理解している。

【1】 1 から 20 までの自然数のうち、素数であるものをいいなさい。

【2】 次の式の各項に共通な因数をいいなさい。

① $a^2 - ab + 4a$

② $2x^3 + 6x^2y - 8xy^2$

【3】 下の例と同じように 90 を素因数分解し、指数を使って表しなさい。

例
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array} \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

④ 平方根

平方根および根号の意味を理解している。

【1】 次の数の平方根を求めなさい。

① 9

② 11

③ 100

④ $\frac{5}{16}$

【2】 次の数を $\sqrt{\quad}$ を使わないで表しなさい。

① $\sqrt{25}$

② $-\sqrt{36}$

③ $\sqrt{\frac{4}{16}}$

【3】 次の文や式のうち、正しいものをすべて選び、記号で答えなさい。

① 4 の 2 乗は ± 16

② $-\sqrt{5}$ の 2 乗は 5

③ $-\sqrt{25} = -5$

④ $\sqrt{0.04} = 0.02$

⑤ $\sqrt{(-4)^2} = -4$

⑤ 平方根の値

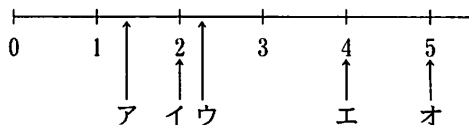
平方根を数直線上に表せることを理解している。また平方根の大小を比較することができる。

【1】 次の各組の数の大小を不等号を使って表しなさい。

① $\sqrt{10}$, $2\sqrt{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{5}$, $\frac{2}{5}$

【2】 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{16}$ は、次の数直線上のどこにありますか。

記号で答えなさい。



【3】 $2 < \sqrt{x} < 3$ にあてはまる自然数 x をすべて求めなさい。

⑥ 二次方程式とその解き方

二次方程式とその解の意味を理解している。

【1】 次の方程式の中から、二次方程式を選び、記号で答えなさい。

ア $x^2 = 3$ イ $4x - 1 = 7x + 5$

ウ $(x - 2)^2 = 1$ エ $x(x - 6) = x^2$

【2】 次の数の中から、二次方程式 $x^2 + 2x - 3 = 0$ の解であるものをすべて選びなさい。

1, 3, -2, -3, -1

⑦ 二次方程式

簡単な二次方程式の解き方を理解している。

【1】 次のように二次方程式を解いた。□にあてはまる数を答えなさい。

① $(x - 3)^2 = 25$

$x - 3 = M$ とおくと $\square = 25$

平方根の考えを使って $M = \square$

M をもとにもどして $x - 3 = \square$

-3 を右辺に移項して $x = 3\square$

② $x^2 + 8x + 3 = 0$

3を移項して $x^2 + 8x = -3$

x の係数の半分の2乗を両辺に加えると

$x^2 + 8x + \square = -3 + \square$

$(x + \square)^2 = \square$

$x + \square = \square$

$x = \square$

③ $x^2 + 2x - 15 = 0$

左辺を因数分解して $(x + \square)(x - \square) = 0$

これより $x + \square = 0$ または $x - \square = 0$

よって $x = \square, \square$

※参考文献

「中学校数学科の絶対評価問題」(明治図書)

「中学校数学科の新評価問題づくり」(明治図書)

「中学校数学科の絶対評価規準づくり」(明治図書)

『問題解決の授業』に生きる『問題』集(明治図書)

「評価及び指導要録の手引き(中学校)」(徳島県教育委員会)

「中学校学習指導要領(平成10年12月)」(文部省)

「評価規準の作成・評価方法の工夫改善のための参考資料(平成14年2月)」

(国立教育政策研究所)