

〈第 3 学 年〉

式の計算（3年）

1 授業のねらい

式の展開の指導は因数分解の指導に直結し、二次方程式の解法の指導にも必要不可欠なので、全員が確実に技能を修得できるように急がず慎重に指導していく必要がある。

本実践は、乗法公式 $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ を理解させるために面積図を活用する。このことにより、視覚的に関係をとらえやすくさせ、理解を助けたい。そして乗法公式を使いこなせるように、できるだけ練習時間をとっていきたい。

2 指導計画

- | | |
|-------------|------------|
| (1) 式の乗法・除法 | 4時間 |
| (2) 乗法の公式 | 4時間（本時1／4） |
| (3) 因数分解 | 6時間 |
| (4) 式の計算の利用 | 3時間 |

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ の形の展開を復習する。 次の式を展開しなさい。 ① $(a+b)(c+d)$ ② $(x+2)(3x+1)$ 2 ① 本時の学習課題を提示する。 1 辺が x m の正方形の花壇を、縦 3 m、横 2 m 伸ばしたとき、花壇の面積を求める式をつくり、その計算もしなさい。 ② プリントの図に 3 m、2 m の拡張を書き込む。 面積図で $x^2 + 5x + 6$ になることを確認する。 ③ 展開して得られた式の x の一次の項の係数 5 はどのように計算されて得られたか考える。定数項のはどのように計算して得られたか考える。 $(x+3)(x+2) = x^2 + 5x + 6$	$(a+b)(c+d)$ 矢印を引くなどして、かけ忘れないように計算しているか。 - 同類項をきちんとまとめることができるか。 - 面積図に示す。 面積図 $(x+3)(x+2)$ $x^2 + 5x + 6$ $\begin{aligned} (x+3)(x+2) &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\ &= x^2 + (2+3)x + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6 \end{aligned}$ 2 と 3 の和になることに気づかせる。 2 と 3 の積になることに気づかせる。

学習内容と学習活動

④ もう一問同じような問題を提示する。

1 辺が x m の正方形の花壇を、縦 1 m、横 5 m 伸ばしたとき、花壇の面積を求める式をつくり、その計算もしなさい。

⑤ プリントの図に 1 m、5 m の拡張を書き込む。

- 面積図で $x^2 + 6x + 5$ になることを確認する。

⑥ x の一次の項の係数 6 はどのように計算されて得られたか考える。

定数項の 5 はどのように計算して得られたか考える。

$$(x+1)(x+5) = x^2 + 6x + 5$$

3 一般化して

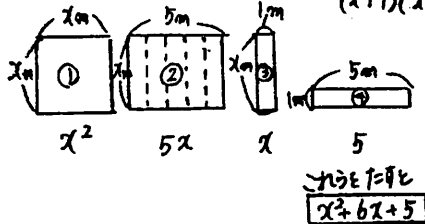
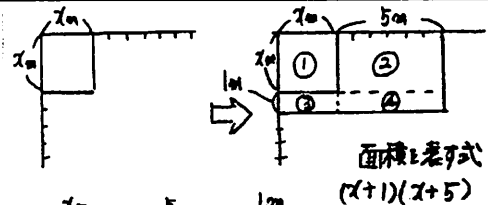
$(x+a)(x+b)$ を展開して x の係数と定数項の求め方を確かめる。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

4 気づいたことを利用して、次の練習問題に取り組む。

- (1) $(x+4)(x+5)$
- (2) $(a+3)(a+7)$
- (3) $(x+4)(x-6)$
- (4) $(x-3)(x-6)$
- (5) $(x+8)(x+2)$
- (6) $(x+3)(x-4)$
- (7) $(x-2)(x+5)$
- (8) $(x-4)(x-7)$
- (9) $(a+0.3)(a-0.2)$
- (10) $(a-\frac{1}{2})(a+\frac{1}{3})$

指導上の留意点



- 1 と 5 の和になることに気づかせる。
- 1 と 5 の積になることに気づかせる。

$$(x+a)(x+b) = x^2 + bx + ax + ab$$

$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

- x の係数は、 $(a+b)$ となって、 a と b の和になることを確認させる。
- 定数項は ab で、 a と b の積になることを確認させる。

- (1) x の係数 $4+5=9$, 定数項 $4 \times 5=20$
- (2) x の係数 $3+7=10$, 定数項 $3 \times 7=21$
- (3) x の係数 $4+(-6)=4-6=-2$
定数項 $4 \times (-6)=-24$
- (4) x の係数 $(-3)+(-6)=-3-6=-9$
定数項 $(-3) \times (-6)=18$
- (5) x の係数 $8+2=10$, 定数項 $8 \times 2=16$
- (6) x の係数 $3+(-4)=-1$
定数項 $3 \times (-4)=-12$
- (7) x の係数 $-2+5=3$, 定数項 $-2 \times 5=-10$
- (8) x の係数 $(-4)+(-7)=-11$
定数項 $(-4) \times (-7)=28$
- (9) x の係数 $0.3+(-0.2)=0.1$
定数項 $0.3 \times (-0.2)=-0.06$
- (10) x の係数 $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$
定数項 $-\frac{1}{2} \times \frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$

参考文献 「CRECER〜クレセール〜」

(南部中学校 坂東千恵子)

平方根（3年）

1 授業のねらい

正方形をできるだけつくり、できあがった正方形の面積や1辺の長さを考えることを通して、新しい数を定義する必要があることを実感してほしい。

2 指導計画

- | | |
|---------------------|------------|
| (1) 平方根…………… | 4時間（本時1／4） |
| (2) 平方根の値…………… | 2時間 |
| (3) 平方根の乗法・除法…………… | 4時間 |
| (4) 根号をふくむ式の計算…………… | 3時間 |
| (5) 問題…………… | 1時間 |

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。 縦、横1cm間隔で点が25個並んでいます。4つの点を結んで、いろいろな大きさの正方形をつくってみましょう。また、そのときの面積の大きさや1辺の長さを求めてみましょう。 - ワークシート①に正方形をかく。 - 正方形の面積を求める。 1辺の長さを求める。 - 発表する。 2 ワークシート②にまとめる。 面積が2 cm^2になる1辺の長さはどれくらいの数になるか求めてみよう。 電卓を使って、2乗して2になる数を求めていく。 3 自分たちがまだ知らない数の存在に気づく。	- 格子点を頂点とする正方形になっているか確認する。（全部で8種類） - 面積の出し方を考えさせる。 - 目盛りを読む。さして測る。 - 一人ひとりの考えを全体で共有できるように、それぞれの考え方を分かりやすく伝えるように配慮する。 2乗して2、5、8、10になる数が正確に測れない場合には、およその値をかかせておく。 - 面積2 cm^2の正方形は、面積1 cm^2と4 cm^2の正方形の間にあるので、1辺の長さは1cmと2cmの間にあることを確認する。 - 長さを何cmと表せばよいか考えさせ、何か方法があるのではないかと疑問をもたせる。

参考文献 「数学大好きわかる楽しい授業のアイデア70集」 明治図書

（鳴門市第二中学校 佐川 佳織）

ワークシート①

正方形をできるだけみつけてみましょう

面積		面積		面積	
1辺		1辺		1辺	

面積		面積		面積	
1辺		1辺		1辺	

面積		面積		面積	
1辺		1辺		1辺	

ワークシート② まとめてみよう

面 積	1	2	4	5	8	9	16	
1 辺の 長 さ								

面積が 2 cm^2 になる正方形の 1 辺の長さを求めてみよう

二次方程式（3年）

1 授業のねらい

教科書の $x^2 + px + q = 0$ の形（ p が偶数の場合）の二次方程式の解き方で、生徒にとって「 x の係数の半分の 2 乗を両辺に加える」というところの理解がとても難しいようだ。そこで『千年以上昔の二次方程式』という話題を取り上げることで、 x の係数の半分の 2 乗を加えて平方完成することが視覚的にとらえられ、生徒の理解の助けとなるのではないだろうかと考えた。また、千年以上も昔に考えられた二次方程式の解き方に挑戦することで、生徒の興味・関心もひくことができるだろう。さらに図を利用した解法と、平方完成によって解く方法とをくらべてみるのもおもしろいと思う。一つの問題をいろいろな考え方で解くことのできる数学的な楽しさ・おもしろさを味わわせたい。

2 指導計画

- | | |
|-----------------|----------------|
| (1) 二次方程式とその解き方 | 4 時間（本時 4 / 4） |
| (2) 二次方程式と因数分解 | 3 時間 |
| (3) 二次方程式の利用 | 2 時間 |
| (4) 問題 | 1 時間 |

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題『千年以上昔の二次方程式』に取り組む。	ワークシートを配布し課題を確認する。
ある数の 2 乗とその数の 10 倍との和が 39 に等しい。ある数はいくらでしょうか。	
2 二次方程式 $x^2 + 10x - 39 = 0$ を解く。	- ある数はいくらかを予想させる。 $(x + m)^2 = n$ の形に変形できれば解くことができることに気づかせる。 - 板書や発問を工夫する。 $x^2 + 10x + \square = 39 + \square$ $(x + \bigcirc)^2 = \Delta$
3 本時のまとめをする。	- 平方完成によって式として解く方法と、課題のように図として解く方法とをくらべさせる。 - 二次方程式を 2 つの解法で解いてみて、どんな感想をもったか発表させる。

千年以上昔の二次方程式

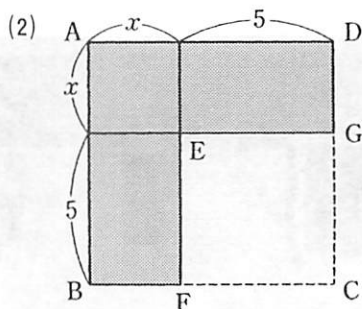
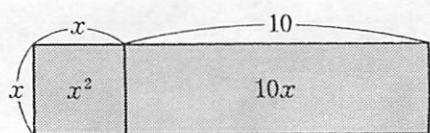
3年()組()番()

9世紀初頭のアラビアに、アル＝フワリズミという数学者がいました。彼の著書『アルジェブル・ワルムカバラ』の中には、二次方程式の問題と、図を利用した解法が載っています。千年以上も昔に考えられた二次方程式の解き方で、次の問題を解いてみましょう。

問題 ある数の2乗とその数の10倍との和が39に等しい。ある数はいくらでしょうか。
図を使って解いてみましょう。

- ① ある数を x として、上の問題は (1) の図のように表せます。
- ② 右側の長方形を2等分して、(2) の図のように位置を変えます。
- ③ 四角形 $EFCG$ の面積はいくらでしょうか。
- ④ 影をつけた部分の面積が39であることから、四角形 $ABCD$ の面積はいくらでしょうか。
- ⑤ 四角形 $ABCD$ は正方形だから、④より1辺の長さはいくらでしょうか。
- ⑥ ある数 x はいくらでしょうか。

(1)



(注) 当時は、負の数は考えていませんでした。負の数も考えた場合、もう1つ答えはあります。

*感想

図形と相似（3年）

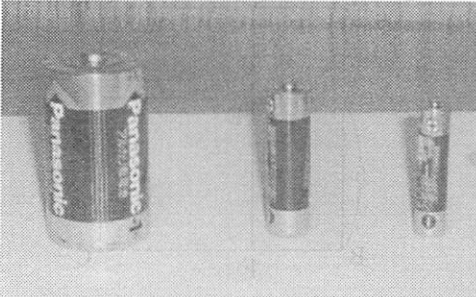
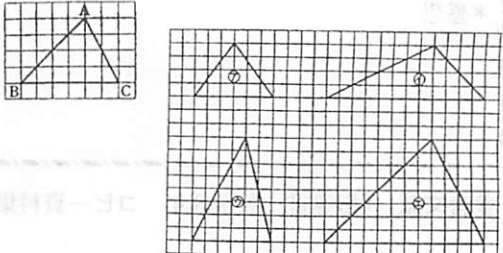
1 授業のねらい

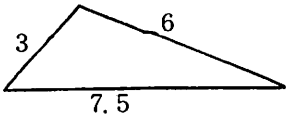
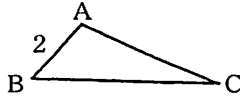
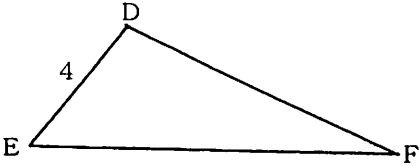
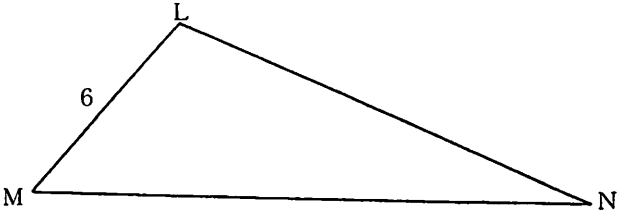
学習することの意義や価値，学習することの楽しさが感じられないことから学習意欲や興味，関心のない生徒にとってはすでに学習に取り組もうとする気持ちが希薄になっているという実態があると思う。本単元では日常，同じ形であると考えているのはどんなことなのかということから曖昧な判断から論理的な判断へ転換していくことの意義を感じ，数理的にとらえることにより線分の長さや比が計算によって求められることの価値を感じられるようにしたい。

2 指導計画

- | | |
|--------------|------------|
| (1) 相似な多角形 | 3時間（本時1／3） |
| (2) 三角形の相似条件 | 2時間 |
| (3) 相似条件と証明 | 3時間 |
| (4) 平行線と線分の比 | 5時間 |
| (5) 中点連結定理 | 2時間 |
| (6) 相似の利用 | 3時間 |

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 普段の生活で「同じ形」と言っているのは，どんなものだろうか。 	• カップヌードルとミニカップヌードルとジャンボカップヌードル，乾電池単一，単三など • 普段「同じ形」といってもそれがどんなことか曖昧であることに気づく。 
2 $\triangle ABC$と同じ形のものはどれか。その辺の長さ，角度の大きさについて比べる。 2つの多角形が相似であることの定義としてまとめる。	
3 相似な三角形でも大きさが様々なものがある。その大きさを比べるとき，辺の比をつかって表してみよう。	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1つの三角形があります。この三角形と相似な三角形をいろいろ作りました。①少し小さめ②少し大きめ③ジャンボサイズと三種類三角形を作りました。残りの辺の長さはいくらですか。また、従来の物と比べて辺は何倍でしょう。 従来の物  ①少し小さめ  ②少し大きめ  ③ジャンボサイズ 	
長さを計算する。 3 できあがった4つの三角形を見て辺の長さについてまとめる。 基準とする三角形から見て辺の長さが何倍になっているか。 相似比、辺の比という言葉进行定義する。 4 相似な四角形の例で残りの辺の長さを求める例題を解く。	- まず③のジャンボサイズのものを考える。 2倍なので長さが計算しやすい。 ①少し小さめ②少し大きめは③のものをもとに考えると計算しやすい。 - 基準をいろいろ変えてみる。 - 整数倍になるように②の少し小さめを基準にしてみるとわかりやすい。 - 分数倍になる場合についても確認する。 $a : b = c : d$ なら $ad = bc$

4 考 察

- 見た目の感じ（形が同じで大きさが違う）をきまりや約束としてまとめ、曖昧さのないものにすることがまず本時の主たる内容である。
- 少し大きめの違う三角形を作図するために辺の長さを決めて書くと良いこと、しかし同時に角の大きさは変わらないことを体験し相似な図形の定義としてまとめさせたい。
- 線分の比について不得意で計算ができない生徒が多いので整数倍で説明ができるように基準とする三角形を用いたまとめ方をしてやりたい。
- 線分の比を用いた式の変形もテクニックとして指導しておく生徒にとっては計算が楽である。

（阿南第一中学校 湯浅 恵次）

三平方の定理（3年）

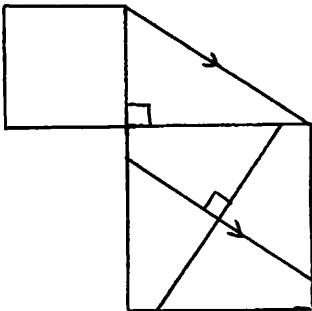
1 授業のねらい

直角三角形の直角をはさむ2つの辺をそれぞれ1辺とする2つの正方形から1つの正方形を作る操作を通じて、三平方の定理について生徒が主体的に考え、発見したのだという自信や喜びを感じさせたい。

2 指導計画

- (1) 三平方の定理…………… 4時間（本時1／4）
- (2) 三平方の定理の利用…………… 5時間
- (3) 問題…………… 1時間

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。 直角三角形の直角をはさむ2つの辺をそれぞれ1辺とした2つの正方形から1つの大きな正方形を作ろう。 • 直角三角形を書く。 • 直角をはさむ2つの辺をそれぞれ1辺とした2つの正方形を書く。 • 大きい方の正方形の中心（対角線の交点）を通して直角三角形の斜辺に平行な直線をひく。また、この正方形の中心を通して、今ひいた直線に垂直な線を引く。	• グラフ用紙(厚紙)に書かせる。  • 正確に書かせ、丁寧に切らせる。

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
• この2本の直線どおりに切った4つの図形と小さい正方形を組み合わせると1つの正方形を作る。 2 できた正方形について気がついたことを発表する。 3 直角三角形の斜辺をc 他の2辺をa, b として関係を式に表す。	The diagram illustrates the first step of the proof. On the left is a square with side length 'a'. To its right is a right-angled triangle with legs of length 'a' and 'b', and hypotenuse 'c'. A small square at the vertex of the legs indicates the right angle. Below these two shapes is a larger square formed by rearranging the pieces. The original square and triangle are cut along lines parallel to the hypotenuse of the triangle, resulting in four congruent right-angled triangles and one small square. These pieces are then rearranged to form a new square with side length 'c'. • どんな直角三角形でも、直角をはさむ2辺上にできる正方形を切り合わせると斜辺上の正方形になることを気づかせる。 This diagram shows a right-angled triangle with legs of length 'a' and 'b', and hypotenuse 'c'. A square is inscribed inside the triangle, with one vertex at the right angle and the other three vertices on the sides of the triangle. The side of the inscribed square is labeled 'x'. This diagram is used to derive the formula for the area of the square on the hypotenuse. • $a^2 + b^2 = c^2$を三平方の定理ということを知らせる。

(坂野中学校 春木 透)