

選択数学の実践事例集

平成 12 年 4 月

徳島県中学校教育研究会数学部会

ま え が き

徳島県中学校教育研究会数学部会会員の先生方には、生きる力の育成をめざした数学教育の実践に日々取り組まれ、また、本部会の発展のためにご尽力をいただき、厚く感謝を申し上げます。

平成11年8月23日・24日には、第32回中国・四国数学教育研究（徳島）大会が、大会主題「変化する社会の中で創造的に生きる力を育てる算数・数学教育」のもと、アスティートくしま（中学校部会）で行われました。また、平成11年10月8日には、第29回徳島県中学校数学教育研究大会が、「たくましく心豊かな生徒を育てる数学教育－生きる力を育てる学習指導のあり方」のテーマのもとに、麻植郡鴨島東中学校を会場に、麻植・阿波数学部会のご協力のもと開催されました。中国・四国（徳島）大会では夏季にも関わらず、多数の会員が参加し、質の高い研究会を行うことができました。また、統一大会では、生徒が生き活きと活動する授業が行われ、日頃の研究成果が発揮されていました。両会とも、先生方のご参加・ご協力により、盛会であったことにお礼と感謝を申し上げます。

さて、本部会の研究委員会では、平成5年度から本年度にいたるまで、研究テーマとして「たくましく心豊かな生徒を育てる数学教育」をきっかけ、「課題学習の実践研究」と、「チーム・ティーチング指導のあり方」「コンピュータの活用推進」「選択数学の素材研究」について、実践研究を進めてまいりました。今年度はこれまでの研究内容をまとめ、実践研究を行い、「選択数学の実践事例集」を編集いたしました。

21世紀を創造的に生きるためには、ゆとりの中で「生きる力」を育成することが、教育の重要な課題です。私たち数学教育に取り組む教師は、今、まさに教師としての力量が問われる時代にあるのではないのでしょうか。先生方におかれましては、日々の教科指導に本書を利用していただければ幸いです。

終わりに、本書の編集にご尽力くださいました研究委員の先生方、事務局の先生方に厚くお礼を申し上げ、発行の言葉といたします。

平成12年4月

徳島県中学校教育研究会数学部会
会長 村瀬久夫

目 次

<第1学年>

1	ともなって変わる量を見つけよう (1年).....川内中学校	宮浦 理恵.....2
2	正方形を使って (1年)....."	"4
3	立体の切断 (1年)....."	"6
4	不思議なてんびん (1年).....阿南第二中学校	紅露 友香.....8
5	石取りゲーム (1年)....."	"10
6	たるの中のくぎは何本 (1年)?....."	"12
7	4つの数字を使ってできる数 (1年).....阿波中学校	佐川 佳織.....14
8	点を結んでできる図形の面積 (1年)....."	"16
9	魔方陣をつくってみよう (1年)....."	"18
10	一筆書きの秘密 (1年).....津田中学校	上田 美恵.....20
11	タングラムで遊ぼう (1年)....."	"22
12	カライドサイクルを作ろう (1年)....."	"24

<第2学年>

13	マッチ棒を使って (2年).....石井中学校	西浦 陽子.....28
14	規則性を見つけよう (2年)....."	"30
15	長方形を5等分しよう (2年)....."	"32
16	図形の問題を作ってみよう (2年).....上勝中学校	北田 雅哉.....34
17	2点間を往復しよう (2年)....."	"36
18	めざせ! タイル・デザイナー (2年)....."	"38
19	変わっていく量を見つけよう (2年).....藍住東中学校	河野 恵子.....40
20	三角形や四角形から, 平行四辺形をつくろう (2年)....."	"42
21	二等辺三角形の性質 (2年)....."	"44
22	バネの性質を調べよう (2年).....鴨島第一中学校	森本 千晶.....46
23	六角形の内角の和を求めよう (2年)....."	"48
24	お茶わんのマジック (2年)....."	"50
25	条件を変えた問題づくり (2年).....宮浜中学校	清水 浩三.....52
26	はかれるかな? (2年)....."	"54
27	NOT 100 (2年)....."	"56
28	一次関数のグラフで絵をかこう (2年).....穴吹中学校	多田 千洋.....58
29	基石を使って (2年)....."	"60
30	学校を調べよう (2年)....."	"62

<第3学年>

31	3・4・5の世界 (3年).....小松島中学校	吉田 速人.....66
32	F1レース (3年)....."	"68
33	無理数トランプ (3年)....."	"70
34	円に内接する六角形と360° (3年).....由岐中学校	猪谷 正治.....72
35	一組の三角定規を使って (3年)....."	"74
36	マッチ棒を使って (3年)....."	"76
37	1000番目はどの数字? (3年).....鳴門市第一中学校	鈴江 美紀.....78
38	わたしてきれい? (3年)....."	"80
39	T型パズルで遊ぼう (3年)....."	"82
40	三角形の内接円 (3年).....北井上中学校	森岡 俊哉.....84
41	九九表の中からきまりを見つけよう (3年)....."	"86
42	なぜ面積が増える? (3年)....."	"88

ともなって変わる量を見つけよう（1年）

1 授業のねらい

いろいろな事象の中から、ともなって変わる2つの数量を見つけ出し、その変化や対応の様子を、表・グラフ・式を通してとらえ、活用していくことを指導の重点に置いている。1年では、小学校の復習として比例（正比例）、反比例の関係を中心にし、特に大切にしたいことは、日常生活の中からともなって変わる量を見つけ出せること、その変化の様子を表・グラフ・式を用いてとらえることができるようにしたい。

また、数学の歴史的発展の結果、関数は変量間の対応＝写像というように関数概念が考えられ、それをふまえて関数を変化する量の対応関係ととらえる立場で関数を取り扱うことにした。そこで、問題点として、数学固有・応用の問題があり、応用の問題として自然現象・社会現象があり、これらの問題を関数の視点で考察することにした。

2 指導計画

- (1) ともなって変わる量……………2時間
- (2) 比 例……………3時間
- (3) 比例のグラフ……………4時間
- (4) 反比例とそのグラフ……………2時間
- (5) 問 題……………2時間（本時2/2）

3 展 開

	学習内容と学習活動	教師の指導・支援・留意点	
導 入	1 ともなって変わる2つの変数 x , y があり、 x の値を決めるとそれに対応して y の値が1つに決まる関数の定義を確認する。	T 1	T 2
展 開	2 考えてみよう！ 私たちの身の回りでともなって変わる量を見つけよう！		
ま と め	3 数学的事象、自然現象、社会事象で考察する。	• 1年の内容（比例・反比例）で考えさせる。	• 表、グラフ、式を通してとらえ、活用させる。

4 考 察

(生徒の作った問題)

(1) 幾学的現象 (比例と反比例)

(中1) 円と円の関係について
円と円の関係について考えてみよう。
半径 r (cm) の円の円の長さを l (cm) とする。このとき、 l は r の
どのような式で表されるだろうか。



いま、いくつかの円について、 r と l の関係を調べると、次の表ようになった。

円の半径 r (cm)	1	2	3	...
円 周 l (cm)	6.28	12.56	18.84	...

よから r が 1, 2, 3 (cm) と変化するときも l は 6.28, 12.56, 18.84 (cm) と変化することがわかる。
このとき、 $\frac{l}{r}$ を計算すると $\frac{6.28}{1} = \frac{12.56}{2} = \frac{18.84}{3} = \dots = 6.28$ (一定) となり

l と r の比が一定であることがわかる。 $r = 1, 2$ とすると $l = 2 \times r$ の関係になる。
この関係は、 $y = ax$ の関係の特別なものである。したがって、この関係は l が r に比例している
ことを示している。

(2) 自然現象 (比例と反比例)

(中1) 容器への注水時間の入水量と排水までにかかる時間
体積 50ℓ の水そうに、いっぱいになるまで水を入れていく。
毎分 10ℓ の割合で入れていくとき、入水量と時間の関係について
考えよう。水を入れ始めてから x 分後の水の量を y ℓ とする。 y は
 x のどのような式で表されるだろうか。



いま、 x と y の関係を調べると、次の表ようになった。

時間 x (分)	0	1	2	3	4	...
入水量 y (ℓ)	0	10	20	30	40	...

よから x が 0, 1, 2, 3, 4 (分) と変化するときも y は 0, 10, 20, 30, 40 (ℓ) と変化することがわかる。
このとき、 $\frac{y}{x}$ を計算すると $\frac{10}{1} = \frac{20}{2} = \frac{30}{3} = \dots = 10$ (一定) となり

y と x の比が一定であることがわかる。したがって、 x と y は、 $y = 10x$ (0 ≤ x) の関係になる。こ
の関係は y が x に比例することを示している。

いま、 x と y の変化の割合を計算すると、
 $\frac{10-0}{1-0} = \frac{20-10}{2-1} = \frac{30-20}{3-2} = \dots = 10$ (一定) となり変化の割合が一定であることがわかる。
このような比例関係では、 x と y の変化の割合が一定であることがわかる。

(3) 社会現象 (比例と反比例)

(中1) 品物の個数と代金

1個 80円のみかんを何個か買うとき、みかんの個数を x 個とし、支払う代金を y 円とする。
このとき、 y は x のどのような式で表されるだろうか。

いま、 x と y の関係を調べると、次の表ようになった。

個数 x (個)	1	2	3	4	...
代金 y (円)	80	160	240	320	...

よから x が 1, 2, 3, 4 (個) と変化するときも y は 80, 160, 240, 320 (円) と変化することがわかる。
このとき、 $\frac{y}{x}$ を計算すると $\frac{80}{1} = \frac{160}{2} = \frac{240}{3} = \frac{320}{4} = \dots = 80$ (一定) となり

y と x の比が一定であることがわかる。このとき、 x と y の関係は y の変化と x の変化の割合が一定
であるという関係にあることがわかる。したがって、 x と y は $y = 80x$ の関係になる。この関係は y
が x に比例していることを示している。

(中1) 面積が一定の三角形の底辺と高さの関係について
底辺が一定の三角形の底辺と高さの関係について考えてみよう。
底辺 x (cm) 高さ y (cm) の面積が 12 (cm²) である三角形の底辺と高さについて、
 y は x のどのような式で表されるだろうか。



いま、いくつかの三角形について、 x と y の関係を調べると、次の表ようになった。

底辺 x (cm)	1	2	3	4	...
高さ y (cm)	2.4	1.2	0.8	0.6	...

よから x が 1, 2, 3, 4 (cm) と変化するときも y は 2.4, 1.2, 0.8, 0.6 (cm) と変化することがわかる。
このとき、積 xy を計算すると $1 \times 2.4 = 2 \times 1.2 = 3 \times 0.8 = 4 \times 0.6 = 2.4$ となり積 xy が一定である。

したがって、 x と y の関係は、 $y = \frac{2.4}{x}$ の関係になる。この関係は y が x に反比例しているこ
とを示している。

(中1) 品物の個数と回転数について

品物の個数と回転数について
品物の個数と回転数について考えてみよう。
回転数が 40 で毎秒 6 回転する歯車 A と、歯数 x で y 回転する歯車 B が噛み合っているとす
 y は x のどのような式で表されるだろうか。

歯車の性質より $xy = 240$ となることがわかる。積 xy が一定である。したがって $y = \frac{240}{x}$ の
関係になる。この関係は、 y が x に反比例していることを示している。

いま、 x と y の関係を調べると、次の表ようになった。

歯数 x	0	10	20	30	...
回転数 y (回)	0	24	12	8	...

x を 20, 30, ... とすると、 y は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍、... となっていることがみえる。

(中1) 一定金額で買える品物の単価と個数

一定金額 1000 円で買物をするとき、買える品物の単価を x 円、個数を y 円とする。このとき、
 y は x のどのような式で表されるだろうか。

いま、 x と y の関係を調べると、次の表ようになった。

単価 x (円)	10	20	40	50	...
個数 y (個)	100	50	25	20	...

よから x が 10, 20, 40, 50 (円) と変化するときも y は 100, 50, 25, 20 (個) と変化することがわかる。
このとき、積 xy を計算すると $10 \times 100 = 20 \times 50 = 40 \times 25 = 50 \times 20 = 1000$ となり積 xy が一定である。

したがって、 x と y の関係は、 $y = \frac{1000}{x}$ の関係になる。この関係は y が x に反比例しているこ
とを示している。

身近な問題を通して関数を変化する量の対応ととらえることによって、その変化の割合に一定の
法則性を見出し、逆にその法則を満たす自然現象・社会現象を表す関数を決定することができる
ようになる。これによって、自然現象・社会現象の解析を数学的に行うことが可能になり、将
来高校で学習する微積分に通じる考え方が学習できる。

参考文献 「授業と楽しくする数学用語の由来」 片野善一 著 (明治図書)

(川内中学校 宮浦 理恵)

正方形を使って（1年）

1 授業のねらい

これまで、方程式を解くための技能面を中心に指導してきたが、実際の問題について、導入で文字の式を確認した上で、数量の関係を考察して方程式を作り、問題を解決することをねらいとする。

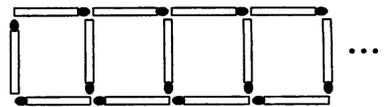
- (1) マッチ棒の本数を、文字を使って表される便利さに気づかせる。
- (2) マッチ棒を使った操作活動を通じて、主体的な学習活動を促し、様々な考え方で方程式を作らせる。

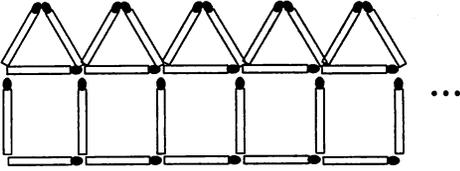
2 指導計画

- (1) 方程式とその解3時間
- (2) 方程式の解き方3時間
- (3) 方程式の利用4時間
- (4) 問題2時間（本時 2/2）

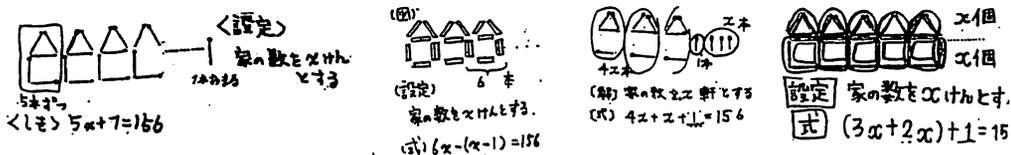
3 展開

		学習内容と学習活動		教師の指導・支援・留意点	
導	入	1 マッチ棒の本数が文字を使って表されることを確認した上で、それぞれの方法を発表し合い、共通点や違いを理解する。 やってみよう！ マッチ棒を、右の図のように正方形の形を作るように並べていきます。正方形を x 個作るとき、マッチ棒は何本必要でしょう。 いろいろな考え方をしてみましょう。	T 1	T 2	
			<ul style="list-style-type: none"> 問題を読み、分かりやすく説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> 問題を書いたワークシートを配る。 	
			<ul style="list-style-type: none"> つまづいている生徒を机間指導する。 		
展	開	2 本時の課題を確認し、各班でマッチ棒を使って考える。	<ul style="list-style-type: none"> 黒板でマグネットを利用して、家の作り方・数え方を確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 問題を書いたワークシート、OHPシート、マッチ棒20本を各班に配る。 	



	学習内容と学習活動	教師の指導・支援・留意点
展 開	<p>—考えてみよう！—</p> <p>右の図のようにマッチ棒を並べて家を作ります。マッチ棒が全部で156本あるとき、家を何けん作ることができ るか方程式を作ってみましょう。</p> 	
	<p>3 問題の中の数量関係に目をつけ、家のけん数を求めればよいことからこれをxで表し、マッチ棒の総数の関係を考えて方程式を作る。</p> <p>4 それぞれの班の方法をOHPシートにまとめ説明し合う中で、式変形の過程でどれも同じ方程式になることに気づく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 班学習になじめない生徒を机間指導する。 • マッチ棒を使って家をいくつかの部分に分けて数えられないか考えさせる。 • 前問と比較させながら、方程式を作る過程をワークシートにまとめさせる。
ま と め	<p>5 マッチ棒の数え方により、方程式の作り方自体に多様な考え方があることを理解する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 方程式の便利さに気づかせる。

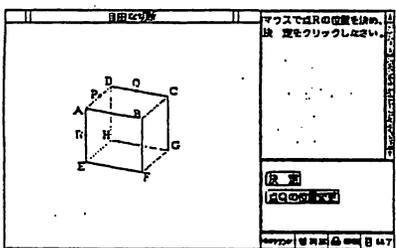
4 考 察



今回、方程式のまとめ問題として課題学習的な内容を初めて導入したが、初め生徒たちは、マッチ棒を使った作業的学習にとまどっていたが、T-T授業で机間指導を行い支援するうちに、マッチ棒を分けしていく楽しさに各班とも発展していった。また、授業の導入で文字の式を確認し合ったので、文字を使って式を作ることは比較的スムーズに流れたように思う。発表形態としてOHPを利用することにより、画面を通して直感的に分かるし、班員全員が前に出て協力して発表することにより、生徒一人一人の自主性も見え、その解は家のけん数31けんと1つでも様々な考え方が出て私自身驚かされた。このように、生徒一人一人の発想を大切に、「方程式を使って解ける便利さ」を体験的学習を通し体感できる授業を今後も活用していきたい。

参考文献 「高校への数学」(東京出版)

(川内中学校 宮浦 理恵)

	学習内容と学習活動	教師の指導・支援・留意点
展	<p>考えてみよう！</p> <p>右の図のような立方体で、点P, Q, Rはそれぞれ辺CD, DA, AEの中点である、次の問いの答えよ。</p> <p>① この立方体を次のような3点を通る平面で切ったときにできる切り口の形を答えよ。</p> <p>㊦ 3点D, B, Eを通る平面で切る。 <input type="text"/></p> <p>㊧ 3点P, Q, Fを通る平面で切る。 <input type="text"/></p>	<p>㊦ 3点P, Q, Eを通る平面で切る。 <input type="text"/></p> <p>㊧ 3点Q, R, Bを通る平面で切る。 <input type="text"/></p> <p>② この立方体を1つの平面で切った切り口は多角形になる。その辺の数がもっとも多いのは何角形か。 <input type="text"/></p>
	<p>3 コンピューターを利用して切断面を確認する。</p> <p>4 問題について、発表する。</p> <p>5 立方体の切断面をいろいろな視点から観察し、自由な切断を考える。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • つまずいている生徒を机間指導する。 • シミュレーション図形編ソフトでサブメニューの操作方法を説明する。 • 最初に考えた切断面と合っているかどうかワークシートに記録させる。 • 立方体の切断面の種類を発表し合い、辺上の3点を決めればすべての平面が表現できることを確認する。 • サブメニューの「自由な切断」を用いて、立方体の切断面にどんな図形ができるかをいろいろと考えさせ、追加記録させる。
まとめ	6 本時のまとめを聞く。	<ul style="list-style-type: none"> • 見通しを持って考えることの大切さを押さえる。 • 切断面についてどのように分析、観察したかまとめさせる。

4 考 察

前時の学習においても、生徒が平面で切る場面を思い浮かべ、手作業で切断面をかけることを目標においた。が、三次元空間である立方体になると二人一組の学習形態でも、かなり切断面をかくことに試行錯誤を繰り返していたように思う。T-Tの利点をいかし、教師の画面を転送する工夫を行う中で、視覚的に平面・直線の位置関係も学習できたように思う。また、コンピューターの操作活動に入る前に、切断面を予測する時間確保や教師が事前にソフトの確認をしておき「サブメニュー（ ）番」と指示すると時間も有効に使える。また、立方体は面が6個より最大6角形しかできないといった具体性を持って説明を加えると、分かりやすかったと反省している。

参考文献 「図形ランチボックス」

(川内中学校 宮浦 理恵)

不思議なてんびん（1年）

1 授業のねらい

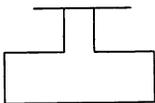
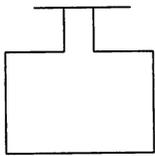
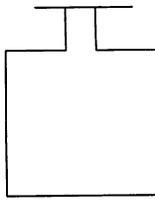
数学の学習において特に計算問題では、単に答えが出ればよいという安易な考えから単調な作業訓練に陥ってしまう場合がある。また、数学に苦手意識を持つ生徒のなかには、解こうとする意欲が持てなかったり、最初からできないとあきらめてしまったりする様子が見られる。

そこで、まず方程式をてんびんとしてとらえることで身近なものに感じさせ、課題に親しみを持たせたい。そして、「本当にそんなことができるのか。」という疑問を抱かせ、生徒自らが追求してみたいと感じる心を大事にしたい。また、考えていく過程に注目することで数字やてんびんの状況の規則性を発見し、解決できるような発展的課題にも取り組ませたい。

2 指導計画

- (1) 方程式とその解3時間（本時3/3）
- (2) 方程式の解き方3時間
- (3) 方程式の利用4時間
- (4) 問題2時間

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を構成する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 上皿てんびんではかるものの重さは変わっていくので、文字xで表すことを確認する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>《課題》 次の3つのおもり（1g, 3g, 9g）を使って、1gから13gまで、1gきざみの重さをはかれるだろうか。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; text-align: center;"> <div data-bbox="332 1510 487 1647">  <p>1 g</p> </div> <div data-bbox="584 1457 739 1647">  <p>3 g</p> </div> <div data-bbox="836 1412 991 1647">  <p>9 g</p> </div> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 上皿てんびんを提示しながら、ものの計量の仕方に着目させ、課題を考えていけるようにする。 • はかれるかどうかを予想させる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 自力解決を進める。</p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシートに図をかいて考える。 考えが進まなかったり、行き詰まったりした場合は班で助け合う。 <p>3 解決の過程について発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 13gまではかり方について発表する。 3つのおもりだけで、はかれることを理解する。 <p>4 学習のまとめをし、さらに発展的な場合について考えていく。</p> <ul style="list-style-type: none"> 27gのおもりがあれば、40gまではかれることを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> それぞれの生徒が解決の考え方や方法について見通しがもてるよう助言する。 個人・グループにより、それぞれの方法で解決をめざすことができるよう個別指導する。 発表された内容と自分の考えや方法と比較し、似ているところや異なるところがあることに気づくようにする。 あと何gのおもりがあれば、何gまではかれるのかについて、発見できるように支援する。

4 考 察

2クラスで実践してみたが、共通していえることは生徒の主体的な姿が見られたということである。普段の授業ではなかなか興味をもたせることが難しい生徒もいきいきとした表情で課題を考えている様子、数学に苦手意識を持つ生徒が友達と相談しながら、あきらめずに取り組んでいる様子に出あえたことは、私にとっても大きな励みとなった。教室のあちこちから「できた。」「分かった。」と興奮気味に喜ぶ声が聞こえ、とても明るい雰囲気が進んでいくのを感じた。

しかし、反省点もいくつか挙げられる。まずは、方程式の解から方程式をつくっていくという事で、課題の意味が理解しにくい生徒が多かったことである。そこで課題把握の時に例を2つしてから班活動に移ってみるとかなり理解ができていた。次に、初めの課題では明るく和やかな雰囲気で進んでいたのに、発展的な課題になったときに、行き詰まり投げやりになってしまっている生徒が出てきたことである。4つ目に増やすおもりには自由な発想であてはめさせ、その場合には何gまではかれるのかを考えさせるようにすればよかったのではないかと思った。そしてそのなかでより重いものまではかれるものは何gかを考えさせれば、もっと多くの生徒が27gを発見できたのではないかと反省している。今後さらに改善を加えていきたい。

参考文献 平成11年度「選択数学の実践研究」 井村 俊吾

(阿南第二中学校 紅露 友香)

石取りゲーム（1年）

1 授業のねらい

数学に苦手意識を持つ生徒は数多い。それは数学の特性に系統的なところがあり、習熟の程度に差ができるとスタートラインが異なってくること、また抽象的な思考を伴い、学習内容と日常生活を結びつけにくく、実感が得にくいことが考えられる。

そこで、習熟度でスタートラインに差が生じにくく、「こんなところに数学が使われていたのか。」といった感動が味わえる課題を考え、数学に対する意欲・関心を向上させたい。

2 指導計画

石取りゲーム2時間（本時1/2）

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p>	<p>• 教師が実際にゲームをして課題を理解させる。</p>
<p>ここに1～30までの番号がついた30個の石が並んでいます。この石を2人で交互に取り合うゲームです。</p> <p>①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳㉑㉒㉓㉔㉕㉖㉗㉘㉙㉚</p> <p>〔ルール〕(1) 番号の若い順に取っていく。 (2) 一度に取れる石の個数は、1個、2個、3個のいずれかである。 (3) 30番の石を取ったほうが勝ちとする。</p> <p>〔課題〕(1) このゲームに必勝法があるのだろうか。 (2) 石の個数を変えて必勝法を考えよう。</p>	
<p>• 班ごとに、ゲームをしてルールを確かめる。</p> <p>2 班の代表者によるゲームの対戦をする。</p> <p>• 班ごとに作戦を考える。</p> <p>• 作戦を見て気づいたことをワークシートに記入する。</p>	<p>• ルールをしっかりと理解させる。</p> <p>• 勝敗を予想しながら必勝法を考えさせる。</p> <p>• 対戦中は、試合の流れが分かるように、しっかりと見させる。</p> <p>• 勝者がどのような共通点を持っているかに気づかせる。</p>

学習内容と学習活動	指導上の留意点
3 必勝法を考察する。 ・班ごとに意見をまとめ発表する。	<ul style="list-style-type: none"> 勝者の作戦には、規則性があることに気づかせる。 発表された内容と自分の考えを比較し、似ているところに気づかせる。
4 必勝法をまとめる。 ・ゲームに数学的な考え方が使われていることを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> このゲームの規則性を理解させる。

(次時)

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 前時の復習をする。	<ul style="list-style-type: none"> 前時のゲームが先手必勝のゲームだったことを確認させる。
2 石の個数を変えて必勝法を見つける。	<ul style="list-style-type: none"> 石の個数により、先手必勝の場合と後手必勝の場合があることに気づかせる。
3 必勝法の存在する問題を作る。	<ul style="list-style-type: none"> 問題例を示す。

《 必 勝 法 》

- | | | |
|------------------------|---|-------|
| ・最初にある石の個数が $4n$ 個のとき | ⇒ | 後手を選ぶ |
| ・最初にある石の個数が $4n$ 以外のとき | ⇒ | 先手を選ぶ |
- 自分が取った後、 $4n$ 個の石が残るようにする。

4 考 察

石取りゲームではルールを変えた方法がいくつか紹介されている。最後の1個を取った方が負けの場合、番号の若い順に取っていくというルールをはずした場合、円筒上に石を並べる場合、などがある。

参 考 文 献 平成10年度「選択数学の素材研究」 吉田 京子, 村岡 文英
 平成11年度「選択数学の実践研究」 岸田 正

(阿南第二中学校 紅露 友香)

たるの中のくぎは何本？(1年)

1 授業のねらい

私たちの身の回りには、関数関係という視点から見ることができるものがたくさんある。例えば、不動産屋の住宅紹介は「駅から歩いて1.5kmです。」という表示より「駅から歩いて20分です。」という表示をしている。この場合は、距離ではなくその比例関係にある時間を表示することでより感覚的に分かりやすくしているのである。このように、関数は日常生活のなかでしばしば必要であり、有効に利用されていることがある。

そこで、身近に感じられ、ゲーム的要素を含み、多様な解き方ができる課題を設定した。そして関数を用いることの便利さやよさに気づかせたい。

2 指導計画

- (1) ともなって変わる量……………3時間
- (2) 正比例……………2時間
- (3) 課題学習「たるの中のくぎは何本？」……………1時間(本時)
- (4) 正比例のグラフ……………4時間
- (5) 反比例とそのグラフ……………4時間
- (6) 問題……………2時間

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> • くぎの大きさ、重さは全て同じであることに注意させ、本数と重さの間に比例関係があることに気づかせる。
<p>《課題1》金物店の店先にくぎがいっぱい入っているたるがあった。太郎君は「すごい！いったい何本入っているのかな？」と考えた。どんな方法で求められるだろうか。</p>	
2 比例関係に着目して考える。	
<p>《課題2》実際にはかってみると、くぎ10本の重さが5gであった。また、たるの中のくぎの重さは25gであった。たるの中のくぎの本数を求めてみよう。</p>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<ul style="list-style-type: none"> • 班ごとに計算し、発表する。 • 比例の関係を確認する。 <p>3 比例の式を活用する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 発表された内容と自分の考えを比較し、より簡単で便利な方法を考えさせる。
<p>《課題3》 同じくぎの入ったたるが3個ある。それぞれ16kg, 21kg, 28kgとなっていくとき、くぎの本数を求めよう。</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • たるの中のかぎの数を能率よく求めるには、課題2で出てきた方法のなかでも、どの方法がよいか考える。 <p>4 yがxに比例すれば、xはyに反比例することを確かむ。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $y = ax$の式を用いると統一的な処理ができることに気づかせる。
<p>《課題4》 くぎ15gの代金が45円である。お客さんの中には、「200gください。」と言う人と「300円分ください。」と言う人がいる。どちらの場合にも早く計算するにはどうすればよいか。</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • xgのかぎの代金をy円としてxとyの関係を式に表してみる。 	<ul style="list-style-type: none"> • 「xがyに比例する。」「yがxに比例する。」の2つともいえることに気づかせる。

4 考 察

身近で、生徒の興味・関心をひき、多様な見方ができる課題の設定は、生徒の自主性を引き出し、問題を解決していこうとする態度に有効であることが分かった。また、課題3では、解き方を指定していなかったにもかかわらず比例関係に目を付けて解こうとした生徒が多かったことは、課題2で様々な解き方を知るとともに、一般的な方法としては式を利用するほうが便利であることをつかんだようである。

参考文献 平成7年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 岸田 恭子

(阿南第二中学校 紅露 友香)

4つの数字を使ってできる数（1年）

1 授業のねらい

「数と式」に関する既習の知識を統合して、すべての生徒に意欲的に問題に取り組ませることがねらいである。また、時間を十分に取って、グループ活動をさせる中で、1つの数をつくるにも複数の式が考えられることや、数というものの不思議さ、おもしろさに気づかせ、達成感を味わわせたい。

2 指導計画

正の数、負の数学習後

「1から9までの4つの整数を使ってできる数」……………2時間（本時）

① 1, 2, 7, 8, の4つの数字を一度だけ使って、1から10までの整数をつくる
……………1時間

② 1, 2, 7, 8, 以外の4つの数字を使って、1から10までの整数をつくる ……1時間

3 展 開

本時 $\frac{1}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>1, 2, 7, 8の4つの数字の間に四則計算やかっこなどを使って、1から10までの整数をつくることができるだろうか。ただし、4つの数字はすべて一度だけ使うものとする。</p> </div> <p>2 各自で課題に取り組む。</p> <p>3 グループで考え、意見をまとめて発表する。</p> <p>4 次時の課題を確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● ルールについての確認をさせる。 「4つの数字の順番は変えてもよいか」 「21や87などの数にしてもよいか」 「指数は使ってもよいか」 「分数・小数にしてもよいか」 などの質問にはクラスで考えさせる。 ● 1つの例を発表させ、つくり方を確認させる。 ● 1から10までの数がすべてできるかどうか予想させ、意欲をもって取り組ませる。 ● まだできていない者には、グループで協力して取り組ませる。 ● 同じ数でもいろいろな式ができることに気づかせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>1, 2, 7, 8, の4つの数字でも同じように, 1から10までの整数をつくることができるだろうか。</p> </div> <p>2 各自で課題に取り組む。</p> <p>3 グループで考え, 意見をまとめて発表する。</p> <p>4 まとめをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 前時の内容を思い出させる。 • 時間を十分に取って考えさせる。 • 早くできた者は他の4つの数字でも考えさせる。 • できるだけ多くの者に発表させる。

- <応用>
- 同じ数字を4個使い, 1~10までの整数をつくる。
 - 自分の家の電話番号の4つの数字を使って, 1~10までの整数をつくる。
 - 4つの数字を負の数にかえてみる。

4 考 察

- 生徒たちはゲーム感覚で楽しく取り組んだ。しかし, ルールを決める時には厳格で, 数字の順番を変えることや指数を使うことは, すんなり認めたが, 21や87などにして使うということには, クイズみたいでいやという声が多かった。
- かっこの意味やはずし方についても考えることができた。
- 式をつくる時に, $2 - 1 = 1$ だから, $2 - (8 - 7) \times 1 = 1$, $(8 - 7) \times 2 - 1 = 1$ と論理的に考えて式とつくっている生徒もいた。また, 1, 3, 5, 9を使って10をつくろうとしていた生徒は, $9 + 1^{(9+5)} = 10$ という式を考え出した。生徒の発想の豊かさには驚かされた。(3年生で, 「平方根」を学習した後に考えさせれば, もっと多様な考え方もでてくると予想される。)

参考文献 平成8年度「個性を生かし自ら学ぶ力を育てる学習指導」 川真田摂弥

(阿波中学校 佐川 佳織)

点を結んでできる図形の面積（1年）

1 授業のねらい

本課題は、題材として「ピックの定理」を取り上げた。生徒たちはこれまでに図形領域において図形の考察をしたり、求積公式を用いて多角形の面積を求める学習をしてきている。

ここでは、格子点を結んでできる図形の面積は、その内部や辺上の点の数を数えれば求められるということを学習しながら、図形の面積を違った角度からとらえ、数学の持つ豊かさ、おもしろさを生徒自身が感じ取れるような学習をさせたい。

本単元では、具体的な操作活動やグループ学習を取り入れながら、格子点と面積の関係を表や式に表すことを通して、関数的な見方ができる能力を育てることをねらいとした。

2 指導計画

- 変化と対応の学習後「点を結んでできる図形の面積」…………… 3時間
- (1) 面積の等しい図形の共通点を探す……………1/3時間
- (2) 格子点の数と図形の面積の関係を見つける……………2/3時間（本時）
- (3) ピックの定理を使って面積を求める……………3/3時間

3 展 開

(2時間目)

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> 既習事項を確認し課題を把握させる。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;">格子点の数と図形の面積の関係を見つけよう</div>	
2 図をかき、表を作って、規則性を見つける。 <ul style="list-style-type: none"> 内部の点が1個の場合について考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 内部の点の数がいろいろあるとその表から規則性は見つけにくいので、内部の点を固定して考えさせる。 規則性が見つけやすいように、辺上の点の数がだんだん増していくように表を作らせる。 図形の面積と格子点の数が正比例の関係 ($y = \frac{1}{2}x$) になることに気づかせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>● 内部の点が0個の場合について考える。</p> <p>3 本時のまとめをする。</p>	<p>● 面積の小さい図をかいて考えさせる。</p> <p>● 班の中でいろいろと意見を出し合わせながら規則性を考えさせる。</p> <p>● 図形の面積と格子点の数がどのような式になるか予想させる。</p> <p>● いままで学んできたことを利用するよさを気づかせる。</p> <p>● 次時の予告をし、意欲づけをする。</p>

<ワークシート>

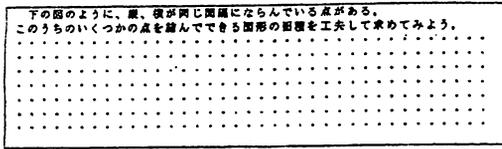
(1時間目)

点を結んでできる図形の面積

いくつかの例からさまりを見つけろ

氏名

下の図のように、横、縦が同じ四角にならんでいる点がある。このうちのいくつかの点を結んでできる図形の面積を工夫して求めてみよう。



①	②	③	④
1 面積が0.5の図形をかいてみよう	共通		
2 面積が1の図形をかいてみよう	共通		
3 面積が1.5の図形をかいてみよう	共通		
4 面積が2の図形をかいてみよう	共通		

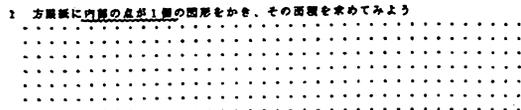
(2時間目)

点を結んでできる図形の面積

いくつかの例からさまりを見つけろ

氏名

- 方眼紙に内部の点が1個の図形をかき、その面積を求めてみよう

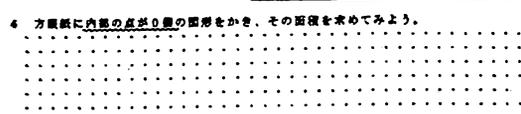


- 下の表を完成させよう。(辺上の点の数が少ない順にかこう)

辺上の点	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
面積										

- 2の表から内部の点の数が1個である図形で、辺上の点の数をx、面積をyとするとき、yをxの式で表してみよう。

- 方眼紙に内部の点が0個の図形をかき、その面積を求めてみよう



- 下の表を完成させよう。(辺上の点の数が少ない順にかこう)

辺上の点	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
面積										

- 内部の点の数が0個のとき辺上の点の数をx、面積をyとして関係を調べてみよう。

4 考 察

- 辺上の点の数と面積が正比例の関係になるときは、ほとんどの生徒が規則性を発見できていたが一次関数の関係になるときは難しかったようである。
- 1年生の変化と対応の学習後に行ったが、2年生の一次関数の導入時に行っても取り組みやすい課題になるのではないかと思う。

参考文献 「数学科課題学習の教材集」 明治図書

平成9年度「個を生かし自ら学ぶ力を育てる学習指導」 川井 茂美

(阿波中学校 佐川 佳織)

魔方陣をつくってみよう（1年）

1 授業のねらい

魔方陣の仕組みを知り、生徒一人一人が興味・関心を持ってそれに取り組む過程で、筋道を立てて考えることのよさを味わうことができる。

2 指導計画及び授業の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 内容について知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> 魔方陣の作成と法則性の追求 </div> <ul style="list-style-type: none"> • 魔方陣の定義を知る。 • 魔方陣（3×3）を作成する。 	<ul style="list-style-type: none"> • 魔方陣の仕組みについて理解させる。 • ワークシート、数字カードを配布し、魔方陣を作成させる。
<p>2 魔方陣（4×4）を作成する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 1～16までのカードを配り並べる。 <p>3 前時のカードを並べたのをワークシートにまとめる。</p> <p>4 作成した魔方陣の答え合わせをし、3方陣、4方陣の特徴について話し合う。</p> <p>5 魔方陣（3×3）、（4×4）の作成方法、法則について考察を深める。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ワークシート、数字カードを配布し、魔方陣を作成させる。 • 3方陣は本質的に1つしか存在しないことに気づかせる。 • 4方陣はたくさん考えられることを知らせる。 • 机間巡視をし、必要であれば助言指導をする。
<p>6 作成方法・法則についてまとめる。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 自己評価をする。 	<ul style="list-style-type: none"> • 他にもいろいろな形をした魔方陣があることを紹介し、「数」への興味・関心を高める。

魔方陣 (Magic Square) 3×3に挑戦!

課題：1から9までの自然数を1回だけ使って3×3の魔方陣を完成させよう。

自由に書いてみよう

完成!(これが3×3の魔方陣だ)

- 作り方, 考え方などの工夫したこと

年 組 氏名

魔方陣 (Magic Square) 4×4に挑戦!

課題：1から16までの自然数を1回だけ使って4×4の魔方陣を完成させよう。

自由に書いてみよう

完成!(これが4×4の魔方陣だ)

- 作り方, 考え方などの工夫したこと

年 組 氏名

挑 戦 問 題

下の図の空所に0~9までの数字を1つずつ入れ、三角形の各辺と横線上の数字の和が、どれも等しくなるようにしてみよう。

■ ヒント 魔方陣の変形版(三角陣?)です。和を決めるところが難しいでしょう。なお、和は1つではありませんが、1つの場合ができていれば結構です。

* 考え方, 工夫したことを書いてください。

自分たちで、魔方陣の変形版を考えてみよう。

<生徒作品>

3 考 察

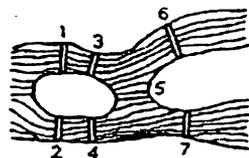
- 数字の与えられた魔方陣の空欄を埋める問題ではなく、自分ですべて完成させるということとで意欲的に取り組めた。
- 最初は適当に数をはめていたが、次第に3つの数の合計が15になればいいことに気づいた。

参 考 文 献 平成11年度「選択数学の実践研究」 吉田 温子
(阿波中学校 佐川 佳織)

一筆書きの秘密（1年）

1 授業のねらい

「雑誌で一筆書きできるものはどれか」という問題を見かけたことがある。この問題では、実際に試行錯誤を繰り返すことによって一筆書きできるかどうかを確かめることが多い。そこで、いくつかの図形を一筆書きできるものとできないものに分類し、その違いに気づかせるとともに、そのために必要な条件は何かを理解させたい。その際、ある町に住む人たちが一見簡単で興味深い問題の解決に「町中燃えに燃えた」と言うおもしろい話をぜひ取りあげたい。ケーニヒスベルクの7つの橋の問題である。「町を流れるプリューゲル川にかかっている七つの橋を、全部、しかもただ一回ずつ渡ってもとの場所に帰れるか。」という明瞭な問題である。大人から子どもまで挑戦したという。このような日常のなにげないクイズの中に数学的なルールがあることを発見することで図形に対する興味・関心も高まっていく。



2 指導計画

一筆書きの秘密をさぐる……………1時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 ケーニヒスベルクの七つの橋問題を話題に取り上げ、本時の学習課題を把握する。	・橋の問題が一筆書きであることを説明する。
<p>問題 下図の各図形は同じ線を二度とおることなく一筆で書けるだろうか。</p> <div style="display: flex; flex-wrap: wrap; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> 1</div> <div style="text-align: center;"> 2</div> <div style="text-align: center;"> 3</div> <div style="text-align: center;"> 4</div> <div style="text-align: center;"> 5</div> <div style="text-align: center;"> 6</div> <div style="text-align: center;"> 7</div> <div style="text-align: center;"> 8</div> </div>	
2 一筆書きできるものとできないものに分類しそれぞれの共通点を考える。	・意見の分かれた問題についてはいろいろ考えさせ、始点がどこだったか確認する。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
3 一筆書きできるものの中には、始点の場所を指定しなくてもよいものと指定しなければならないものがあることを理解する。	<ul style="list-style-type: none"> • 一つ一つの点で一筆書きできるかできないか確かめさせる。
4 一筆書きの秘密についてまとめる。	<ul style="list-style-type: none"> • 偶点の場合は、入る道と出る道がつねにペアにできているから出入りが自由である。 • 奇点の場合は、入る道と出る道の数があわないから出発点か終点にしなければならない。

4 考 察

ケーニヒスベルクの七つの橋の問題を話すと興味をおこし、どの生徒も一生懸命に考えた。そのうち、生徒は解けないのではないかと言い出す。しかし教師は解けないのには理由があるはずだとさらに考えさせる。実はその理由を見つけたのはこの町出身のオイラーとい人だよと話をすると、一筆書きの秘密を探ろうと乗り気になってきた。2年生で授業してみると、線の数で決まるものじゃないか、面の数じゃないか、点の数じゃないかと、図形の基本である線、面、点の3つが出て来て1年でならった図形の知識が身についていると感じた。また、奇数偶数じゃないか、点から出る線の数じゃないかとまで目をむけた答えはでてこなかった。1年生でしたときは、まだ、図形の授業をしてなかったので点、面、線と言う言葉は出て来なかったが、できる場合のいろいろなルートがあると自分のやり方を熱心に出し合い楽しい授業ができた。また、だいたい分かっていた生徒がいたので最後に説明させたが、教師の説明より熱心に聞いていた。2クラスで授業してみたが、どちらも秘密はなかなか発見できなかったのも、こちらで答えた。原因として展開の3のところが丁寧にできてなかったとも考えられるが、3つの場合を比べるのはすこし難しいようである。

<生徒感想>

- すごく難しかった。通る道がすぐになくなって何度もやりなおしたけど、できそうでできなかった。
- 考えているとなんだか腹が立ってきた。簡単そうでむつかしかった。
- まさか決まったルールがあるなんて驚きました。分かったときはうれしかった。むっちゃ疲れた。でもおもしろかったです。こんな問題ならいっぱいしたいです。
- オイラーはよく見つけられたもんだと思う。

参考文献 「数学の玉手箱」ナビギン（東京図書株式会社）1990年10月25日新装第1刷発行
平成10年度「選択数学の素材研究」 荒井 俊輔

（池田中学校 上田 美恵）

タングラムで遊ぼう (1年)

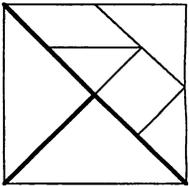
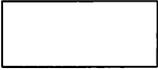
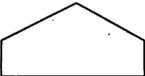
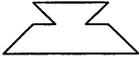
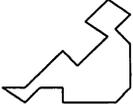
1 授業のねらい

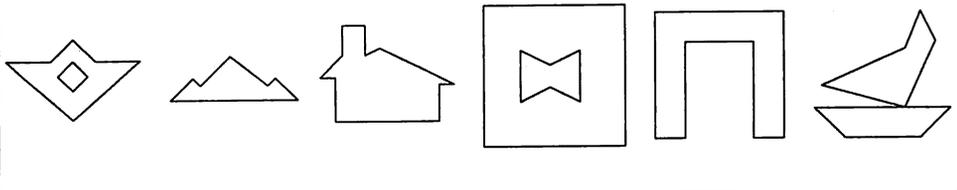
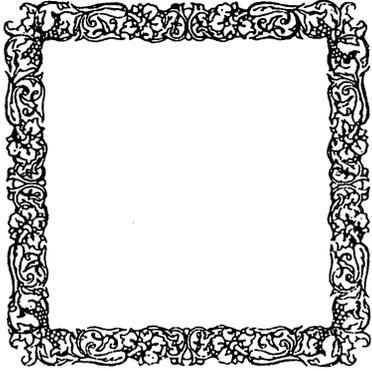
タングラム (Tangram) とは、7枚の板でつくられた中国のおもちゃで知恵の板である。今からおよそ200年ほど前 (1800年) 中国で生まれ、ヨーロッパで伝えられて爆発的に流行した、有名なパズルである。また、日本でも清少納言の知恵の板と呼ばれるものやナポレオンがやったであろうパズル、お店などで売られている十字架パズルⅠ、Ⅱなどがある。このようなタングラムのふしぎやおもしろさに触れることで、図形に対し苦手意識をもっている生徒にも興味や関心をもたせることができる。また、図形を学習するにあたって、このような操作活動は基本的な平面図形の特徴を体感させることにもなる。

2 指導計画

タングラムで遊ぼう.....1時間 (準備のり, はさみ)

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 本時の学習課題を把握する。	• タングラムについて話す。
2 《チャレンジNo.1》 (1) タングラムの太線を切り取り、3枚の直角三角形に分ける。 (2) これを組み合わせて、次の図形を順番につくってみましょう。 正方形→長方形→直角三角形→台形→平行四辺形	
	• 図形の移動で面積の等しい図形になることを知らせる。
3 《チャレンジNo.2》 (1) 細線も切り取り、7枚の部分に分ける。 (2) これらをすべて使って、次の12個の図形に挑戦しましょう。どこから行ってもかまいません。制限時間は20分間です。	<div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 33%;">① 長方形</div> <div style="width: 33%;">② 五角形</div> <div style="width: 33%;">③ 六角形</div> <div style="width: 33%; text-align: center;"></div> <div style="width: 33%; text-align: center;"></div> <div style="width: 33%; text-align: center;"></div> <div style="width: 33%;">④ 白鳥</div> <div style="width: 33%;">⑤ 聖火台</div> <div style="width: 33%;">⑥ 青春時代</div> <div style="width: 33%; text-align: center;"></div> <div style="width: 33%; text-align: center;"></div> <div style="width: 33%; text-align: center;"></div> </div>

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>⑦ムササビマン ⑧山 ⑨家 ⑩箱の中のちょう ⑪アーケード ⑫ヨット</p> 	
	<ul style="list-style-type: none"> • 太線を切るとき、まちがわれないよう気をつける。 • 7つの紙片の形や性質をよく見て始めるよう助言する。
<p>4 《チャレンジNo.3》</p> <p>最後に7枚を組み合わせて、オリジナルの作品をつくってみましょう。作品名も考え、作品出展用紙にはり、出展してください。</p> <div data-bbox="119 818 642 1123" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>ループル美術館所蔵展のご案内</p> <p>拝啓、皆様におかれましては、運動や勉強にと汗をかいて動んでいらっしゃることを存じます。</p> <p>さて、このたび、ループル美術館のご協力を得まして、『ザ・タングラム』を開催することになりました。21世紀に活躍が期待される新進気鋭な画家たちのまぶしいばかりの作品をそろえました。</p> <p>皆様にはご多忙の折、誠に恐縮とは存じますが、なにとぞ近隣お付き合いのうえお越し下さいますようお願い申し上げます。</p> <p style="text-align: right;">特具</p> </div> <p>とき 平成____年____月____日から ____月____日まで</p> <p>ところ _____中学校 1年____組教室</p> <p>入場料 無料</p> <p>● この期間中は夜間場が大変混雑いたしますので、お早めお越しのご配慮願います。</p> <p style="text-align: right;">ループル美術館館長 Mr. タングラム</p>	<p style="text-align: center;">ループル美術館所蔵展</p>  <p style="text-align: center;">氏名 _____ TEL _____</p>
	<ul style="list-style-type: none"> • 自由に発想させ、お互い発表し合う。

4 考 察

1時間でなんとか終わらせることができたが、2時間使っても良かったと思う。時間をかけるともう少し見直しを持って取り組めるようになるので図形に対する数学的な考え方が育つと思われる。チャレンジ2は問題を入れ替えても良いと思う。チャレンジ3は、意欲的に取り組んでくれた。しかし作品の中には、7つの紙片をバラバラにした「顔」「おでん」といったものもあり、1つに組み合わせるように指導すれば良かったと思う。タングラムの紙はいろいろな色の色画用紙を使って楽しくなるようにした。そのほか、選択学習などでたっぷり時間が取れる場合は、オリジナルタングラムを自分で作らせても良い。

参考文献 「観察・実験を取り入れる数学の授業」 渋谷 久 (明治図書)
「中学校数学科課題学習・選択学習の事例集」 根本 博 (明治図書)
平成10年度「選択数学の素材研究」 十川 富博
(池田中学校 上田 美恵)

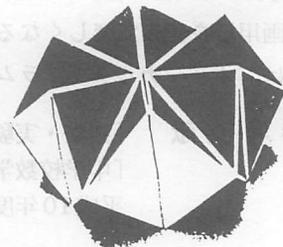
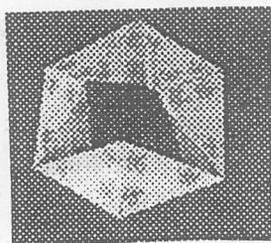
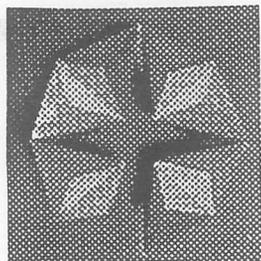
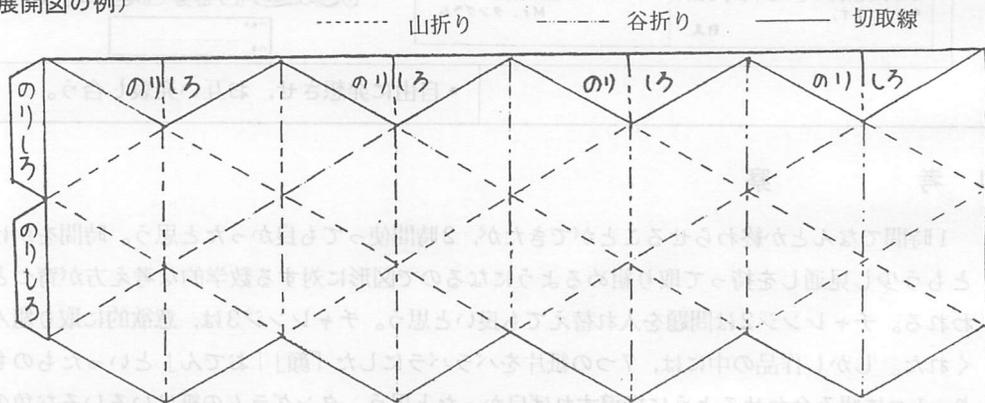
カライドサイクルを作ろう (1年)

1 授業のねらい

普通の数学の授業では生徒が模型作りなどの活動をするのはごく少ない。進度の都合で時間がとれなかったりするからだ。しかし模型を作ることにより深く考えたり、数学への興味・関心を引き起こしたりすることができる。立方体の模型を作って実際に切りながら切断面の形を考えるなど、問題を解決するために模型を作ることも考えられるが、教科書の内容にとらわれる必要のない選択数学では、模型作りを目的とすることで、生徒が課題に没頭し、空間図形についての意識を深めていくことをねらいとする方がふさわしいように思う。ここでカライドサイクルを取り上げたのは、面に色を塗ったり絵を描いたりして、回転させた時にきれいな模様になるように工夫されることで、ただの立体模型よりも生徒の興味をひきつけ、面と面との関係についてなど、より深い理解を図ることができると考えたからである。また、何度回してもねじれないことなど、生徒に自分でそのしくみを解明したいと思わせるような魅力的な題材であると思う。

カライドサイクルとは、いくつかの四面体でできた三次元のリングでリングは中心から回転させることができる。そして回転させるごとに形状が変化し、5回転するともとの形状に戻り、それを繰り返すことができる。リングは四面体を6個以上の輪の形につなげなければ回転させることはできない。下図のように正四面体を8列に敷き詰めたものを展開図を折っていき、端と端とをつなげて輪の形にするとできる。四面体の形や数をいろいろ変えてもおもしろい。

(展開図の例)



2 指導計画

- (1) 正多面体を作ろう。……………1時間
 (2) カライドサイクルを作ろう。……………4時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点(☆は評価)
1 カライドサイクルとは何かを知る。	<ul style="list-style-type: none"> ●用意した模型をいくつか見せ、実際に手に取って確かめさせる。ここで十分に時間をとり、関心をもたせる。 ☆四面体の連なりでできていることに気づいたか。(考え方)
2 どの方法で作るかを決め、展開を考える。	<ul style="list-style-type: none"> ●展開図の例を知らせる。 ●四面体の数や形を変えることでいろいろな種類ができることを知らせる。 ☆四面体の展開図を考えることができたか。(知識・理解)
3 展開図を書いて、カライドサイクルを作る。展開図に色を塗る。(ここで2時間必要)	<ul style="list-style-type: none"> ☆集中して取り組んでいたか。(意欲・態度) ●コンパスの先などで折り目を入れるときれいにできることを知らせる。 ●苦手な生徒には、できあがってから色を塗らせてもいいことにする。 ☆できあがりを考えて色の配色を工夫できたか(知識・理解) ●作業後のかたづけをきちんとすることや、忘れ物がないように徹底させる。
4 お互いの作品を鑑賞し工夫した点や感想などを発表する。	<ul style="list-style-type: none"> ●互いの作品のよさを感じ取らせる。

4 考 察

空間図形の苦手な生徒も色を工夫して塗るなど、興味・関心をもって取り組めると思う。できあがってから色を塗るなら、絵を描かせてもいい。得意な生徒には違う展開図を考えさせて作らせてもいい。

四面体をすぐに作ることができるように、カライドサイクルを作る前に正多面体を作る時間を1時間とっているが、これは必要ないかもしれない。

参考文献 「遊びの博物誌2」 坂根 巖夫 (朝日文庫)

平成11年度「選択数学の実践研究」 杉谷 操

(池田中学校 上田 美恵)

マッチ棒を使って (2年)

1 授業のねらい

関数的な考え方を身につけていくために、実際にマッチ棒を使って、

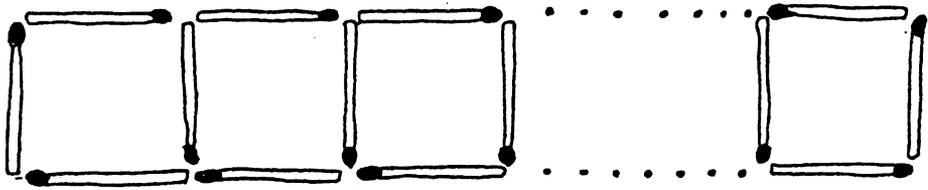
- (1) マッチ棒をいろいろな形にならべ、その規則性を見いだす。
- (2) 課題の解決に興味をもち、意欲的に活動する。

2 指導計画

- (1) 一次関数 2時間
- (2) 一次関数のグラフ 4時間
- (3) 一次関数の式を求めること 3時間
- (4) 一次関数を使って 4時間
- (5) マッチ棒を使って 2時間 (本時)

3 展 開

本時 $\frac{1}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 本時の学習課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> • 本時の学習目標を知らせる。
<p>マッチ棒を下の図のように、正方形が横にできるように並べて、正方形を x 個作った。このとき、使ったマッチ棒の本数を求めよ。</p> 	
2 正方形の数とマッチ棒の数の関係を調べる。 3 調べたことを発表する。	<ul style="list-style-type: none"> • どのような考え方をしているか把握する。 • いろいろな考え方のあることに気づかせる。 • 式の求め方を確認させる。 • 正方形の数とマッチ棒の数の関係が一次関数の式に表せることを確認させる。

本時 $\frac{2}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 本時の学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>マッチ棒を使った問題を作ってみよう。 また、できた問題を式に表してみよう。</p> </div> <p>2 マッチ棒を使って、問題作りをして、関係を式に表すことができるか考える。</p> <p>3 グループごとに発表する。</p> <p>4 関係を式に表せなかった問題について考えてみる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 本時の学習目標を知らせる。 • どのような考え方があるか把握する。 • いろいろな問題を作れることに気づかせる。 • 何を変数 x, y と置いているか明確にさせる。 • 多様な考え方のあることに気づかせる。 • 式の求め方を確認させる。 • 一次関数の式で表せない場合のあることを知らせる。

4 考 察

(本時 $\frac{1}{2}$)

変わっていく量(変数)と変わらない量(定数)を図の中で見つけると、

ア $4 + 3(x - 1)$ イ $1 + 3x$ ウ $4x - (x - 1)$

エ $2 + 2x + (x - 1)$ オ $(x + 1) + 2x$

などがある。また、一次関数の学習の後なので、正方形の数、マッチ棒の数の2変数を見つけて表を作り、 $y = ax + b$ の式を求める方法もある。ア～オの式も最終的には、 $3x + 1$ になる。しかし、早く答を求めるだけでなく、定数、変数を使って、いろいろと考えることで次の学習に結びつけることができたと思う。

(本時 $\frac{2}{2}$)

マッチ棒という具体的な事象を使う作業によって、変わっていく量を見つけやすく、また、興味を持って取り組むことができ、自由な発想で、絵や文字、立体と発展させた。週2時間あるティーム・ティーチングの時間を使ってこの課題学習を行ったが、一人一人により多く対応できたことで生徒の意欲が高まった。また、生徒どうして話し合いながら進んで学習に取り組めた。今度は頂点の数、面積、周の長さなど、多様な変数を見つけて作ることも指導できたらと思う。また、3年生になって二次関数の学習のときに、もう一度考えさせてみたい。

参考文献 平成7年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導の実践研究」 鈴木賀代合

(石井中学校 西浦 陽子)

規則性を見つけよう (2年)

1 授業のねらい

学年が進むにつれて、数学に苦手意識を持つ生徒が増え、少し考えればできる問題に対してさえ、最初からできないとあきらめたり、問題にねばり強く向き合わなかったりする姿が多くなってきている現状がある。

そこで、無味乾燥な印象がある抽象的な文字だけの問題ではなく、具体物を使って興味や関心を引くゲーム的なものから入っていけるよう問題を工夫し、文字化・形式化に関しても意欲を持って取り組めるようにしたい。

身近な数学的な事柄に関心を持たせ、それをもとに推理し、そこから規則性や法則性を発見していくという思考力や発想力を養いたい。

また、いろいろな方向から解いていけることに気付かせ、根気強く問題に取り組み、数学的に処理したり、表現したりできる力を付けたい。

2 指導計画

- (1) カレンダーの数字を使った問題 1時間
- (2) 規則的に並べられた自然数の問題 1時間
- (3) 規則的に並べられた碁石やおはじきの問題 1時間
- (4) 規則的に並べられたマッチ棒の問題 1時間
- (5) 規則的に並べられた図形の問題 1時間 (本時)

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <p>右の図のように正三角形と正方形を組み合わせた図形が一行に並んでいる。 図形の正三角形の部分には、1番目から赤、青、黄の色が順にくり返し並ぶように、図形の正方形の部分には、1番目から白、黒の色が順に交互に並ぶようにそれぞれ色をつけたい。</p> <p>このやり方で、1番目の図形から順に、正三角形の部分と正方形の部分の両方に色をつけていくとき、問いに答えなさい。</p>	<p>●問題を提示したプリントを配布し、課題の確認をさせる。</p> <div style="text-align: center;">  </div>

学習内容と学習活動	指導上の留意点
(1) 「正三角形の部分が赤色で、正方形の部分が黒色である図形」が3個できたところで色をつけるのをやめた。何番目の図形まで色をつけたか。 (2) 「正三角形の部分が赤色で、正方形の部分が黒色である図形」 n 個できたところで色をつけるのをやめたい。何番目の図形まで色をつければよいか。 n を用いて表せ。	
2 問題を解いてみる。 自分なりの考え方が分かるように書く。 3 班で話し合う。 4 類似問題を解く。	<ul style="list-style-type: none"> • 色の組み合わせは何通りできるか、具体的に色を並べてみることで、規則性を見つけさせる。 • 見つけた規則性を式に表せないかを考えさせる。 • 文字を使うことによって、規則性が常に成り立つことを示せることに気付かせる。 • 自分以外の考え方にも関心を持たせ、いろいろな方法があることに気付かせる。 • 規則性の既習の一次関数に帰着できることにも気付かせる。 • 考え方をきちんと論理的に説明できているか自分の解答の見直しをさせる。 • 全部書き出す方法だけでなく、規則性を見つけ、もっと便利な方法はないかいろいろと考えさせる。

4 考 察

根気よく並べて書いてみれば答えに到達できる、ということが、やる気を起こさせるようで、数学に対して、あきらめたり意欲を減退させたりしている生徒に、前向きな姿勢が見られ、充実感や達成感が少し味わえたようである。

規則性をつかむものの、肝心である数式化、文字化をするところで戸惑う生徒がやはりまだ少なからずいる。そういう生徒への適切なアドバイスを検討する必要がある。

いろいろな解き方ができるということは、自分なりの工夫をしたり、解き方をいろいろ試してみたりして、他人とは違う方法を見つけることで、自分の力をアピールできる機会なので、自主的・積極的な態度で臨む生徒が見られた。

参考文献 「入試に出た新傾向問題集シリーズ」 明治図書
 平成11年度「選択数学の実践研究」 山口智恵子

(石井中学校 西浦 陽子)

長方形を5等分しよう（2年）

1 授業のねらい

第1学年における図形の調べ方では、実験や実測、作図の手順、対称性や回転などの方法によって、演繹的推論が使われているが、第2学年では、図形の証明として、一貫した推論を組み立てていくことになる。紙を折ることによって、長方形の1辺を5等分することは、1年の図形の調べ方から、2年の図形の証明へと導くことのできる題材である。

証明は不得意でも、クイズやパズルなどには、熱心に取り組む生徒は多い。そこで、折り紙を使って多様な考え方を導きだし、生徒の予想を重視し、生徒の疑問を課題意識に発展させ、なぜそうなるのだろうかという疑問から証明の必要性を認識させたい。

「相似な三角形の対応する辺の比が等しい」ことだけでなく、「三角形の1つの内角の二等分線は、この角に対する辺を、この角をはさむ2辺の比に内分する」ことを使って、5等分点を見つけるなど、多様な考え方が期待できる。

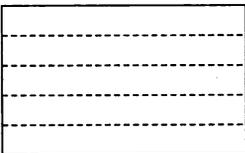
2 指導計画

「図形と相似」の学習終了後

相似な図形の性質を使って、長方形を5等分すること……………2時間

3 展 開

本時 $\frac{1}{2}$

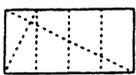
学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <p>長方形の辺の長さを測らず、右の図のように5等分するにはどうすればよいでしょう。この用紙を折って考えましょう。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> •課題を黒板に貼る。 •前時までの学習内容を確認し、学習したことを活用できないかどうかを考えさせる。 •見通しを持って取り組むよう指示する。
<p>2 長方形の紙を折って、5等分する方法を考えよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> •用紙を5等分することができた生徒は、その理由を考えさせる。 •5等分する方法が見つけれない生徒には、相似な三角形を作るよう個別に指導する。 •できるだけ多くの方法を見つけ出させる。 •相似な図形の作り方の違いだけでなく「三角形の1つの内角の二等分線は、この角に対する辺をこの角をはさむ2辺の比に内分する」ことを使って5等分できないかどうかを考えさせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>3 5等分する方法を発表する。</p> <p>4 辺上の点が5等分点であることを証明する。</p> <p>5 自己評価と感想を書く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 様々な考え方を聞き、考えを深めさせる。 • 紙の折り方だけでなく、最終的な折り線を示して5等分できる理由を説明させる。 • まず、自分の見つけ出した方法における仮定と結論を明確にしてから、その方法が正しいことを証明させる。 • 生徒の見つけ出した方法を例としてとり上げ、黒板に図をかくて記号をつけた後、仮定と結論を明確にする。 • 証明が終わった生徒は、他の方法についても証明するよう指示する。 • 5等分する方法を見つげ出すことができたかどうかだけでなく、友達のさまざまな考え方が理解できたかどうかについて考えさせる。

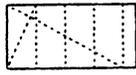
4 考 察

見通しを持たず長方形の用紙を折って試行錯誤しても、ほとんどの生徒が5等分する方法を見つげ出すことができなかつた。そこで、別のクラスでは、まず学習内容を復習し、それらを活用することができないかどうかを考えさせたところ、下のア～カの方法を見つげ出すことができた。さらに、「三角形の1つの内角の二等分線は、この角に対する辺を、この角をはさむ2辺の比に内分する」ことを使って5等分する方法を考えさせたところ、約半数の生徒が下のキ、クの方法を見つげ出した。操作活動の時間が20分間と短かつたものの、多様な考え方を生徒から引き出すことができた。また、論理的な裏付けとしての「証明」の必要性を認識することだけでなく、「成り立つことが明らかにされていることから」である「定理」の有用性を体感させることができたと思われる。

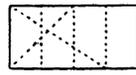
ア 長辺の4等分点を使って相似比が1:4の三角形を作る。



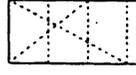
イ 長辺上に等間隔にとつた4点を使って相似比が1:4の三角形を作る。



ウ 長辺の4等分点を使って相似比2:3の三角形を作る。



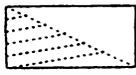
エ 長辺上に等間隔にとつた3点を使って相似比が2:3の三角形を作る。



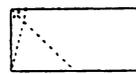
オ 長辺上に等間隔にとつた5点を使って相似比が1:4の三角形を作る。



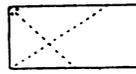
カ 対角線上に等間隔にとつた5点を使って相似な三角形を作る。



キ 角の二等分線が、対辺4:1に内分するような三角形を作る。



ク 角の二等分線が、対辺を3:2に内分するような三角形を作る。



参考文献 「折り紙と数学」 堀井 洋子 (明治図書)
「数学科『問題解決の授業』」 相馬 一彦 (明治図書)
「思考力と創造力を高める数学授業80」 山口数学同好会

(石井中学校 西浦 陽子)

図形の問題を作ってみよう (2年)

1 授業のねらい

数学の授業では、あらかじめ与えられた問題を解くことが多い。しかし、生徒が自分で問題を作成するような学習をさせることは、学習内容に対する問題意識を深めたり、学習内容について一層広い理解を図ったりする上で、きわめて有意義である。また、生徒の探求心を育て創造性を培うことにもなると思う。そして、2年生での図形の学習が終わった段階であるので、図形の総合学習としても、位置付けることができる。

生徒の中には、数学、特に図形の苦手な生徒が多いが、すべての生徒が自由な発想で、主体的に問題作りに取り組めることをねらいとした。

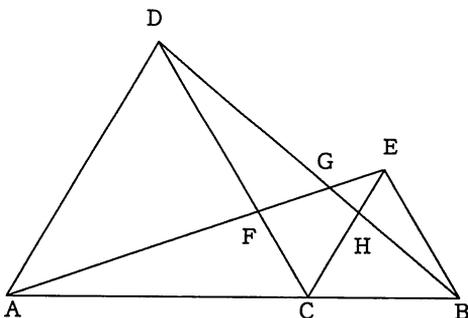
2 指導計画

「図形と相似」終了後「図形の問題を作ってみよう」……………2時間 (本時 $\frac{1}{2}$)

(1) 図形の問題を作ってみよう……………1時間

(2) 作った問題を解いてみよう……………1時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>問 図のように、線分AB上にCをとる。AC, BCをそれぞれ一辺とする正三角形ACD, 正三角形CBEを同じ側に作る。AEとCDの交点をF, AEとBDの交点をG, BDとCEの交点をHとする。AC = 12cm, BC = 6cmのとき、次の問いに答えなさい。</p> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ● 黒板に図を提示し、プリントを配布し、課題を把握させる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<ul style="list-style-type: none"> • $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ を証明せよ。 • $DF : FC$ を最も簡単な整数の比で表せ。 <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>課 題</p> <p>図を使って問題を作ってみよう</p> </div>	
<p>2 問題を解く。</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ を証明せよ。 • $DF : FC$ を最も簡単な整数の比で表せ。 <p>3 問題を作る。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 近くの生徒と話し合う。 • 答えも考えてみる。 	<ul style="list-style-type: none"> • 教師が与えた問題を解かせる。 • 問題例を示す。 • 問題作りのヒントを与える。 (合同や相似の証明、線分の長さを求める、角度を求める問題など)

4 考 察

まず、問題を作るということは、かなり高度なことであるということを実感した。特に、図形領域の内容だったので、とっつきにくかったのかもしれない。できるだけたくさん問題が作れるようにと思い、プリントのような図を使ったが、他にもっと適当な図があったのかもしれない。

また、今までに問題を作らせるということを試みたことがなかったので、戸惑ってどうしてよいか分からない生徒もいた。この課題学習をする前に、もう少し簡単な、生徒にとって作りやすい課題をやっておくべきだったと反省している。

しかし、生徒の中には意欲的な取り組み、問題の質は別として、15問ぐらい作った生徒もいた。そのまま何かのテスト問題にでも出題できそうな、なかなかおもしろい問題もあった。

次時では、生徒の作った問題の中からいくつか選んで、プリントを配布し、自分たちの作った問題を自分たちで解くという時間を設定した。問題の中には、難しい問題もあったが、全体的に意欲的に取り組んでいたように思う。

参考文献 平成9年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 徳永 啓年
「指導書 中学2年 第2部 詳説」(啓林館)

(上勝中学校 北田 雅哉)

2 点間を往復しよう (2年)

1 授業のねらい

一次関数は身近な所でよく利用されている。その代表的なものとしてダイヤグラムが取り上げられる。実際の列車は、加速や減速を繰り返してはいるが、おおまかには一定の速さで進行しているとみなすと、発駅からの距離は時間の一次関数である。そこで、この課題は2点間を往復する点について考え、点の動く速さがグラフにどのように表されるかをつかみ、最終的にはダイヤグラムを作ることにより、一次関数の活用について理解を深めたい。

- (1) 興味や関心を持って、意欲的に取り組むことができる。
- (2) 問題をつくり解決することによって、関数に対する見方・考え方を深める。
- (3) 一次関数についての知識や理解を深める。

2 指導計画

「一次関数」「二元一次方程式とグラフ」学習後

課題学習「2点間を往復しよう」……………1時間(本時)

「ダイヤグラムを作ろう」……………1時間

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題1を把握する。</p> <p>(課題1)</p> <p>長さ40cmの線分ABがある。点PはAを出発し、AB上を繰り返し往復している。点Pの動く速さが毎秒4cmのとき、次の問いに答えなさい。</p> <p>(点PがAを出発してからの時間をx秒、AP間の距離をycmとする。また、点P、Qが動くのは20秒までとする。)</p> <p>(1) 点Pの様子をグラフに表しなさい。</p> <p>(2) 点Qは毎秒8cmの速さで点Pと同時に点Aを出発し、AB上を繰り返し往復している。点Qの様子を、点Pのグラフに重ねてグラフに表しなさい。</p> <p>(3) グラフを見てどんなことがわかりますか。</p> <p>•課題を理解し、解決する。</p> <p>•できたグラフの特徴について発表する。</p>	<p>•往復することをグラフでとらえさせる。</p> <p>•できればグラフの直線の式を求めさせる。</p> <p>•グラフの交点、形、屈折などについてその状況も考えさせる。</p>

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2 (課題2) 点Qの条件を変えてみよう。	
<p>• 変えてみたい条件について話し合う。</p> <p>3 自分を取り組みたい課題を選択し、解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aコース 点Qの速さを変える。 • Bコース 点Qの動く長さを変える。 • Cコース 点Qの出発点を変える。 • 自由コース <p>4 課題と課題解決について発表する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 各自、自由な発想で考えさせる。 • 興味を持って選択したコースで課題を解決できるようにする。 • 多様な考え方ができるようにする。 • できればグラフの式を求めさせる。 • 到達度に応じた指導をする。 • 各コースから課題を取り上げる。

4 考察

- 点の動きをいろいろ変えていくうちに、点が動く速さとグラフの傾きとの関係をつかむことができた。
- P, Qの直線の式の傾きは、AからBへ動く時は正であり、BからAへ動く時は負であることをとらえることができた。
- 文章問題でよく使われる「出会う」「追いつく」というものがグラフを通して分かったという感想がかなりあった。
- 「条件を変える」課題作りのA～Cコースでは、もう少し自由にした方がよかった。
- 生徒の発想の豊かさや考える力を伸ばしたり、発揮できたりする授業を提示することの大切さを感じた。
- 「一次関数には抵抗があったが、この授業は楽しくできた。」「数学が生活の中に活かされていることに気づいた。」という感想からも、毎日の授業について教師の創意と工夫の大切さを感じた。

参考文献 平成9年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 森 邦子

(上勝中学校 北田 雅哉)

めざせ！ タイル・デザイナー（2年）

1 授業のねらい

学年が進むにつれ、生徒は「数学は理論的なもので、ノートの上だけのこと」という感が強くなっていく。そこで、できるだけ日常生活の中にある数学的な事象を題材として取り上げ、生徒に数学のよさや楽しさを味わわせたいと考えている。授業ではタイルという身近なものを扱うことにより、生徒が自発的に課題に取り組み、操作活動をしながら図形に対する見方や考え方を深めていくことをねらいとした。

2 指導計画

図形の調べ方（三角形の角）学習終了後「めざせ！タイル・デザイナー」……2時間（本時）

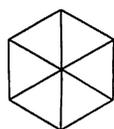
- (1) 正多角形（7種類：正三、正四、正五、正六、正八、正十、正十二角形）
の組み合わせを考える……………1時間
- (2) 正多角形でタイル模様のデザインを考える……………1時間

3 展 開

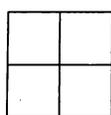
本時 $\frac{1}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> 問題を提示したプリントを配布し、課題を確認させる。
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> 正多角形のタイルで平面をしきつめよう </div>	
2 各自で、正多角形の組み合わせを考える。 3 できた組み合わせにタイトルをつけ、発表する。	<ul style="list-style-type: none"> 組み合わせのルール「1つの頂点に集まる正多角形の内角の和が360°になる」を気づかせる。 例を示して問題の意味を十分につかませる。 まわりの友達と相談させ、できるだけ多く（全12パターン）見つけさせる。 自由な発想を生かす。

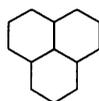
正多角形の組み合わせ (12パターン)



正三角形(6)



正四角形(4)



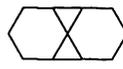
正六角形(3)



正三角形(3)
正四角形(2)



正三角形(4)
正六角形(1)



正三角形(2)
正六角形(2)



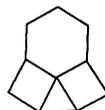
正三角形(1)
正十二角形(2)



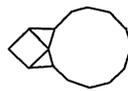
正四角形(1)
正八角形(2)



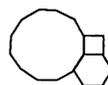
正五角形(2)
正十角形(1)



正三角形(1)
正四角形(2)
正六角形(1)



正三角形(2)
正四角形(1)
正十二角形(1)



正四角形(1)
正六角形(1)
正十二角形(1)

本 時 $\frac{2}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 正多角形でタイル模様のデザインを考える。	<ul style="list-style-type: none"> デザインしやすい正多角形の組み合わせを使って、自由にデザインさせる。 違和感を味わわせるとともに、友達の作品を観賞させる。
2 できた作品を掲示して発表する。	

4 考 察

年間カリキュラムでは、どの学年とも、数式領域が先で、図形領域が後にくる。そこで、数式をていねいにしていくと、後半は時間不足で、図形は速いスピードで指導することになり、結果的に知識技能のおしつけのような授業展開になってしまう。そのため、生徒は図形がわからなくなり、ひいては「図形がきれい」「数学がきれい」ということになりがちである。

その反省に立つと、図形は本来もっと楽しい題材であり、発見も多いはずである。コンパスや定規を使い、試行錯誤を繰り返しながら自由な発想がなされ、その中で、帰納・推測・円釋といった数学の基本的な概念や考え方が自然のうちに使われ、定着されていかなければならない。そういった意味では、生徒自らがまず図形を描けることが重要であり、これによって図形の性質を見抜く力を定着していくと考える。

あらためて、授業において操作活動を取り入れることが、生徒を主体的に生き生きと活動させ、数学力をつけていく上で重要であることを実感し、その工夫を考えていきたい。

参考文献 平成9年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 粟田 恭史

(上勝中学校 北田 雅也)

変わっていく量を見つけよう（2年）

1 授業のねらい

関数の学習では、変化のようすを明確にとらえ、変化や対応についての見方や考え方を深めていくことが重要である。いろいろな事象の中には、一次関数などでとらえられるものがあることに興味をもち、関数についての理解を深めたい。

この授業では、誰にでも取り組める課題を通して、生徒の興味・関心を引きだし、生徒主体の積極的な学習活動を促すようにしていきたい。また、多くの意見を出し合うことによって、多様な見方を育てていきたい。

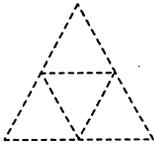
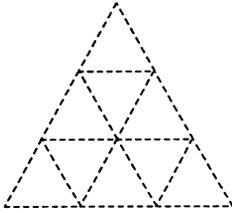
生徒たち自身で、問題をつくることによって、変化や対応についての見方を一層深め、数学的な見方や考え方を育てていきたい。

2 指導計画

変わっていく数を見つけよう……………2時間

3 展 開

本 時 $\frac{1}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 本時の課題を確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">正三角形のカードをすきま無く並べて、1段、2段、3段と大きい正三角形をつくったとき、段数とともに変わっていく量を探そう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> <p>1段</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>2段</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>3段</p>  </div> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • カードを用意する。
<p>2 ともなって変わる量を見つけ、プリントの表に書いていく。</p> <p>3 表に書いたことから、それぞれの関係をつかみ、式に表す。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 班ごとにカードを並べさせる。 • 複雑な式には助言する。 • 多くの式ができるようにする。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 前時の確認をする。	<ul style="list-style-type: none"> • 見つけた関係とその式を発表し、確認する。 • 考え方が違って、同じ式になるものもあることを確認する。
2 出された式の中に、比例や一次関数、その他の関数の式で表されているものがあることを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> • それぞれの関数の特徴を確認する。
3 一人ひとりが問題をつくる。	<ul style="list-style-type: none"> • 例題を提示する。
4 つくった問題を発表し、解いてみる。	<ul style="list-style-type: none"> • それぞれの問題に意欲的に取り組むことができるようにする。

4 考 察

- 段数とともに変わっていく量を探するとき、見つけた数については、個人差がある。どうやって考えたらいいか分からない生徒もいるので、助言が必要である。
- 式は、簡単に表せるものはすぐできるが、複雑なものになると難しい。今までに、学習していないものもでてくる。
- 一人での学習より、グループでの学習のほうが、それぞれの生徒の考えをのばすことができよ
いと思う。
- 問題をつくるときには、例題を提示しないとなかなかできないが、その例題と同じような傾向
の問題が多くなってしまう。
- 実施時期について、2年生の一次関数の導入として使うこともできるが、3年生で、一次関数、
二次関数などの関数についての理解を深めるために、取り組んでもよいと思う。
- 作業を取り入れた活動なので、生徒の主体的な学習活動が見られた。

参 考 文 献 平成11年度「選択数学の実践研究」 森 恵子

(藍住東中学校 河野 恵子)

三角形や四角形から，平行四辺形をつくろう（2年）

1 授業のねらい

これまででは，図形の性質を平行線についての性質や三角形の合同条件を用いて論証してきた。図形の性質自体はすでに知っているものがほとんどである。それらを活用することが充分とはいえない。そこで，三角形や四角形を分割し再構成することで，三角形や平行四辺形の性質をより深く理解させたい。そして，知識を体系化することの大切さを学んでいきたい。

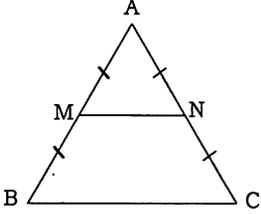
2 指導計画

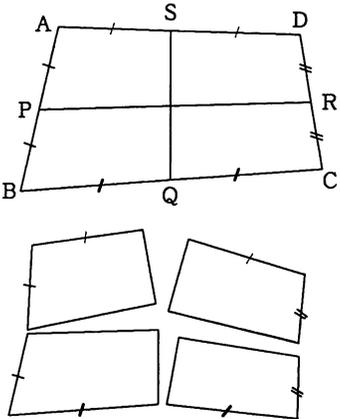
「三角形や四角形から平行四辺形をつくろう」……………2時間（本時）

- (1) 三角形を分割再構成して四角形をつくる……………1時間
- (2) 四角形を分割再構成して平行四辺形をつくる……………1時間

3 展 開

本時 $\frac{1}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題1を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>課題1</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\triangle ABC$の2辺AB, ACに別の色を付け，それぞれの中点M, Nを結ぶ線MNで切り離す。 • 2片を並び替えて四角形をつくる。 </div> <p>2 どんな四角形ができるか発表する。</p> <p>3 平行四辺形になることの証明を考える。</p> <p>4 証明を発表する。</p>	<div style="text-align: center; margin-bottom: 20px;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • 画用紙で作業をさせながら課題を理解させる。 • 辺に色を付け，同じ色の辺は，同じ長さであることに気づかせる。 <ul style="list-style-type: none"> • 平行四辺形となることに気づかせる。2通りできるが，右回転でできる場合と限定しておく。 • 平行四辺形の性質について復習する。 • 上辺は一直線か，MBと平行になるのはどれでなぜ平行かを考えさせ，発表させる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題2を把握する。</p> <div data-bbox="104 367 1064 835" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>課題2</p> <ul style="list-style-type: none"> • 四角形の各辺を色で塗り分け、対辺の中点を結び、その直線で4片に切り分ける。 • 4片を並び替えて、四角形ができないだろうか。  </div> <p>2 平行四辺形になることの証明を考え、発表する。</p> <p>3 課題と解答をまとめる。</p> <p>4 課題1, 課題2について、できる四角形が長方形やひし形, 正方形になるにはもとの図形が、どんな三角形や四角形であればよいか考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 作業をしながら理解を深める。 • 証明では、4片がすきまなく集まること、各片が一直線であることに注目する。 • 証明は1つだけでなく、ほかにもないか、考えさせる。 • 長方形, ひし形, 正方形などの特徴についてふりかえらせる。

4 考 察

- 課題2では、数学が得意な生徒は興味をもって取り組めたが、証明が苦手な生徒は、あまり自分から考えようとしなかった。図形の証明など、難しい内容や時間のかかるものでも、すぐにあきらめないで、根気強く、自分で考える習慣をつけることが大切である。
- 課題2では、並び替えて平行四辺形ができたときには、興味が増すと思う。
- 証明の学習では、1つの問題に対して、1通りの証明の仕方だけで終わってしまうことが多いが、様々な証明の仕方を取り上げることによって、多様な考え方を育てていきたい。

参考文献 平成7年度「個を生かし自ら学ぶ力を育てる学習指導(実践研究)」 松田弥恵子

(藍住東中学校 河野 恵子)

二等辺三角形の性質（2年）

1 授業のねらい

図形の証明の学習においては、結論が明示され命題について理由づけをしていくことがほとんどである。ひとつの結論に向かってその証明に必要な情報を取捨選択していくことが大切であるが、なかなかその結論まで到達できず、達成感が得られないまま、次へ進んでしまうことも多い。

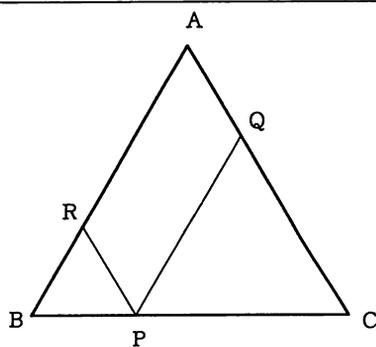
そこで本時は、仮定だけが与えられ、「このときどんなことがいえるだろうか。」と結論を問う課題を設定した。同じ課題であっても、一人ひとりが自分にあったペースで課題に取り組み、それぞれの達成感を味わってほしい。そして、結論を求めていくなかで、図形の論証に興味・関心をもち、筋道を立てて考えようとする態度を身につけさせたい。

2 指導計画

二等辺三角形の性質……………1時間

3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">二等辺三角形ABCの底辺BCに点Pをとり、点PからAB, ACに平行な直線をひき、AC, ABとの交点をそれぞれQ, Rとすると、どんなことがいえるのだろうか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ●問題を提示したプリントを配布し、課題を確認させる。
<p>2 各自で、課題の図でどのようなことが成立しているか考え、グループで話し合う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ●できるだけ多くの結論を見つけさせる。 ●結論の見つけられない生徒には長さや角度を実測させる。



学習内容と学習活動	指導上の留意点
3 見つけた結論を発表し、証明の筋道をみんなで話し合う。	<ul style="list-style-type: none"> •できるだけ多くの結論を発表させる。 •既習の学習内容を使って、根拠を明らかにする。
4 「 $PQ + PR = AB$ 」になっていることを確認し、みんなで証明する。	<ul style="list-style-type: none"> •同様に「$PR + PQ = AC$」であることにもふれる。
5 点Pの位置を変えて、3つの線分PQ, PR, ABの長さの間に成り立つ関係を考える。 <ul style="list-style-type: none"> •点Pが底辺BC上で動く場合 •点Pが底辺BCの延長上にある場合 	<ul style="list-style-type: none"> •点Pを移動させ、それに伴って変化していくもの、不変なものに気づかせる。

4 考 察

- 結論を導くにあたって、その根拠をはっきりと認識するものもあれば、見た目や推測で答えているものもあり、個人差があるが何らかの結論を見つけようとする。
- 課題に取り組む時期について、三角形や平行四辺形の性質を学習後でもできる。また、次の単元の、三角形の相似条件や平行線と線分の比の学習後でも、多くの結論を引き出すことができ、効果的である。
- 平行線と線分の比の学習後であれば、線分APとRQとの交点は、常に辺ABの中点と辺ACの中点を結ぶ線上にあることも取り上げられる。
- 数多くの結論が含まれている課題にじっくりと取り組み、いろいろな角度から切り込んでいくことは、既習の内容を結びつけるのに役立ち、図形の世界を深く広く眺めることにつながっていく。また、与えられた条件のなかで普遍的にいえることを自ら求めていくという過程は、数学のなかでの重要な部分のひとつである。生徒が主体的に数学に関わっていける課題を多く作っていく必要があると考える。
- 図形の論証が、めんどくさいもの、難しいものとならず、おもしろいものと感じるようにしていきたいと考える。

参考文献 平成6年度「個を生かし自ら学ぶ力を育てる学習指導（実践研究）」

平井 正美

（藍住東中学校 河野 恵子）

バネの性質を調べよう（2年）

1 授業のねらい

私たちの身の回りには、一方の量が増えるにつれて、他方の量が一定に変わっていく事象がたくさんある。この単元では、これらの事象を「関数」として考察し、処理する能力を養うことを目的としている。しかし、授業では、精選されたデータを扱うことによって、実生活とはかけはなれた内容となることが多くなってしまふ。

そこで、今回、実験を行いデータを収集することから始め、必ずしも正確な一次関数とはなり得ない事象から、近似的に一次関数の式を求めることを体験させたい。一般事象の中から、積極的に一次関数とむすびつけ、一次関数を利用していくとする態度を養うことをねらいとしている。

2 指導計画

- (1) 一次関数……………2時間
- (2) 一次関数のグラフ……………4時間
- (3) 一次関数の式をもとめること……………3時間
- (4) 一次関数を使って……………4時間（本時3/4, 4/4）
- (5) 問題……………1時間

3 展開

本時 $\frac{3}{4}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 実験の方法と目的を理解する。 2 班ごとに何gずつ計測するか考える。 3 A, B2 種類のバネについて測定する。 ① 紙コップに分銅を入れて、バネの長さを測る。 ② ワークシートの表を完成する。 ③ 表を見て気づいたことを、班で話し合いワークシートに記入する。 4 A, B2 種類のバネについてのグラフをかく。 ① ワークシートのグラフ用紙に自分たちの実験結果に基づいて、目盛りを打つ。 ② 表のデータをグラフに移していく。 ③ グラフをかいてみて気づいたことをワークシートに記入し、グラフを式化する。	<ul style="list-style-type: none"> • バネの扱い方、バネの長さの測り方に気をつけさせる、 • おもりの増加幅を、実験結果を予測しながら、考えさせる。 • バネの振動がなくなってから計測させる。 • 測定値は最小10分の1cmまで測らせる。 • グラフ用紙の目盛りを自分の測定結果によってどう定めればよいのか考えさせる。 • 実験のデータは必ずしも計算通りにはならないことを注意する。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 前回は行った実験が、どのような目的で行われたか思い出す。</p> <p>2 実験結果（ワークシート）からA、Bのバネの性質を考察する。</p> <p>① 班になって、表について気づいたことを話し合い、意見をまとめる。</p> <p>② 同じく、グラフについて気づいたことを話し合い、意見をまとめる。</p> <p>③ 黒板に代表者が班の意見をかく。</p> <p>④ 各班の意見や、自分の班の意見を見て、何か気づくことはないか考え、発表する。</p> <p>3 バネA、Bの性質を考える。</p> <p>① 各班の測定方法は同じではなくても、ほぼ同じ結果が出ていることを確認する。</p> <p>② 一次関数への理解があれば、おもりの重さとバネの長さの関数を数式化できることに気づく。</p> <p>③ 数式化すれば、表やグラフから読み取れないことが読み取れることに気づく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 実験データに、規則性がありそうなことに気づかせる。 • 実際の実験では、誤差が出てしまうことを確認させる。 • 班で1枚、代表者のグラフを拡大コピーして掲示し、比較しやすいよう配慮する。 • 実際に調べた一般事象を、一次関数の知識によって数式化し、その性質を容易に考えられることに気づかせる。

4 考 察

本校のT.Tは、1週間に各クラス1時間行われている。今回授業を実施した学年は2学年で、数学の教師と理科の教師がペアを組んでいる。そこで、私たちは、協力してT.Tがよりよい成果を上げられるように、T.Tの日は主に、一般事象における数学の利用を取り上げてきた。一般事象を考えようとするとき、頼りになるのは理科で習った知識、理解であり、その道具的役割を果たすのが数学である。そういった面において、数学と理科は切っても切れない関係にある。今回、授業で行ったバネの長さとおもりの関係も、一次関数と密接な関連を持っていると考える。このような授業を通して、生徒たちが少しでも数学と理科、またその他の教科との密接な横断的關係について考えてくれればと思う。

今回の取り組みにより、生徒たちの中には理科における数学の有用性について気づいた者も少なくなかった。また、数学の苦手な生徒たちにとっても、実験もあるせいか、楽しみながら取り組めた。自分たちで集めたデータなので、あきらめずに根気よく規則性を見つけようとする姿も見られた。さらに、私たち教師が、もっと実験の方法や目的について、生徒たちに十分理解できるように、授業形態の工夫を怠らなくてはならないと思う。

参考文献 平成9年度「個を生かし、自ら学ぶ意欲を育てる学習指導」 松本 賢一

(鴨島第一中学校 森本 千晶)

六角形の内角の和を求めよう (2年)

1 授業のねらい

- (1) 三角形の内角の和をもとにして、六角形の内角の和を求めることができる。
- (2) 自分の考えを図や式を使って分かりやすく表し、説明することができる。
- (3) 班での話し合いや発表を通して内角の和の求め方が何通りもあることを知る。

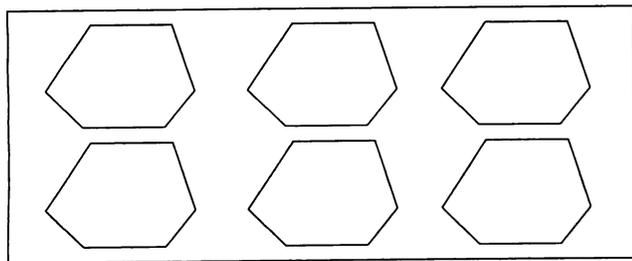
2 指導計画

- (1) 平行線と角.....3時間
- (2) 三角形の角.....3時間 (本時2/3)
- (3) 三角形の合同.....1時間
- (4) 問題.....1時間

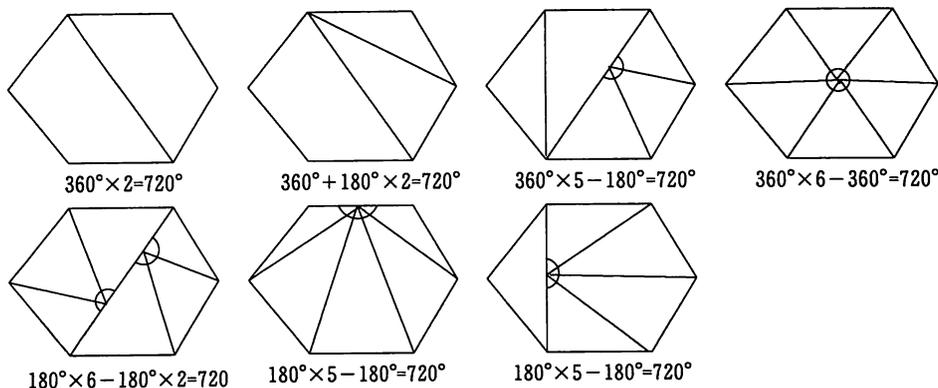
3 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">六角形の内角の和を求めよう。</div> <p>1 各自プリントで考える。</p> <p>2 発表のルールを最初に確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● 黒板で1つ例をあげ、できるだけたくさんの方で考えるよう指示する。 ● 六角形を図をかいたプリントを配り、補助線、求め方の式を記入させる。 ● 発表用の紙B4 (六角形を1つかいている) 10枚とマジック数本を各班に配る。
<p>① まず、1班が1枚プリントを提示し発表する。</p> <p>② この時、他の班で、同じ考え方をかいたプリントがあれば前に提出し、重ねて黒板に貼る。(自分たちで、同じかどうか判断する。)</p> <p>③ 2班、3班……と順に1枚ずつ発表していき、最後まで考えが残った班を“勝ち”とする。</p>	
<p>3 班で話し合い、発表用の紙に図(補助線)と式を記入する。</p> <p>4 各班で順に発表していく。</p> <p>5 答えは1つでも求め方はいろいろあるということ、また三角形の内角の和180°が全てのもとになっていることを確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ● 三角形に分割した時、内角の和に必要な角は○、不必要な角は×を入れるなど、工夫させる。 ● 他の班の発表をしっかりと聞き、求め方が同じかどうか判断させる。 ● 最後まで残ることができるよう、出す順番も考えさせる。

① 使用したプリント



② 生徒の考え (一部)



4 考 察

- 最初はとまどう生徒もいたが、ヒントや他の生徒との話し合いの中で、次々と考えを出す生徒が増えてきた。
- 日頃は「数学が苦手嫌い」と言っている生徒の中にも、興味をもって取り組む者も中にいて、1人でいくつも発見していた。
- 最初に発表のルールを説明することで、班での話し合いも活発になり、競い合っながら別の方法を探そうとしていた。
- 授業時数を考えると、やはり進度が遅れることが気になって、どうしても教科書中心の授業になってしまう。今回の授業で机間巡視をして、一人一人の取り組みを見ることができたと同時に、普段より興味をもって取り組む生徒の姿を見ることができた。しかし、生徒が数学に目を向けてきたとは言にくい。生徒が自ら学んでいくためには、おもしろくて役に立ち、学習意欲や課題意識がでてくるような授業にならなくてはならない。そのために、どのような教材を用いて、導入や発問をどのようにすればよいか重要になってくると思われる。

参考文献 平成6年度「個を生かし、自ら学ぶ意欲を育てる学習指導」 原田 哲治

(鴨島第一中学校 森本 千晶)

お茶わんのマジック (2年)

1 授業のねらい

『おちゃわんのマジック』とは、お茶わんを横一列に4個ならべ、相手(生徒)にサイコロを入れてもらい、そのサイコロを隣のお茶わんへ順繰りに何回も移しかえさせ、サイコロの落下音の回数によって、最後にサイコロの入ったお茶わんを当てるというマジックである。

数学の問題を考える時に、奇数・偶数の性質が役立つことがよくある。本課題では、サイコロの落下音の回数1回、2回、3回……を奇数回、偶数回、奇数回……と考えさせることによって、規則性を見だし、マジックの中にも数学的な考え方が、使われていることに気づかせ、数学を身近なものとしてとらえさせたい。

2 指導計画

お茶わんのマジック……………1時間(本時)

3 展 開

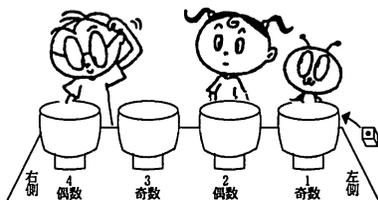
学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 見本動作を見て、どのようにサイコロの入っているお茶わんを当てているかを考える。	•見本動作を行い、サイコロの入っているお茶わんを当てる。
2 班に分かれて、お茶わんのマジックのしくみをプリントにまとめる。	•各班にお茶わん4個、サイコロ1個を準備し、実際にサイコロを動かさせながら考えられるようにする。
3 分かった班の代表者が、前で実演しながら発表する。	•サイコロを1回移しかえた時、2回、3回…と場合分けして考えるよう指示する。
4 再び、(今度は生徒が)お茶わんのマジックを行い、全員でその規則性を確認する。	•1回、2回、3回……を奇数回、偶数回、奇数回……と、とらえさせる。

4 考 察

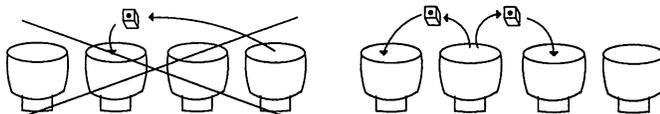
- 見本動作を見て、すぐしくみが分かった生徒は数人だけだった。
- 班で分かれて、しくみを考えている時も、どこからどうやって考えたらよいのか分からない班があった。そこで、1回移しかえた時、サイコロはどこに入っているのか、2回移しかえた時は……と順を追って考えさせると、理解できた生徒が出てきた。
- 隣の班に教えてもらいに行ったり、班の中で教え合ったりと、にぎやかに楽しく行うことができた。
- みんなの前で実演するまでには、かなり練習が必要であった。

お茶わんのマジック

- (1) 相手（生徒）とテーブルの同じ側に立ち、テーブルにお茶わんを4個並べ、左から順に1, 2, 3, 4（つまり奇数, 偶数, 奇数, 偶数）と順番を決め、必ず1のお茶わんにサイコロを入れるようにする。（下図）



- (2) ここでサイコロを移す時は、必ず左隣りまたは右隣りにあるお茶わんにしか移せないことを強調する。（下図）



- (3) 自分は目隠しをして相手（生徒）にサイコロを移す操作を数回繰り返させる。

① 1回（奇数回）移しかえた時

サイコロは2のお茶わんにある。

② 2回（偶数回）移しかえた時

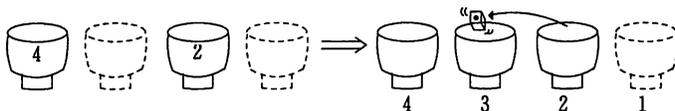
サイコロは1か3のお茶わんにある。

- まず、4のお茶わんを取り除かせる。
- もう1回隣のお茶わんにサイコロを移させる。この操作で、サイコロは必ず中央のお茶わんに移る。

③ 3回（奇数回）移しかえた時

サイコロは2か4のお茶わんにある。

- まず、1のお茶わんを取り除かせる。
- もう1回隣のお茶わんにサイコロを移させる。この操作で、サイコロは必ず中央のお茶わんに移る。（下図）



参考文献 「ワンダー数学ランド」秋山 仁（日本放送出版協会発行）
平成10年度「選択数学の実践研究」 川中 善暢

（鴨島第一中学校 森本 千晶）

条件を変えた問題づくり (2年)

1 授業のねらい

普段、与えられた問題を解くことに慣れている生徒にとって、自分で問題を作るということは、新鮮味があり、大変意欲的に取り組める内容でないかと思われる。しかし、自作問題の作成に関してはすべての生徒にとって容易なことではなく、なかなか作ることのできない生徒への配慮が必要になってくる。その点、既存の問題の条件を変えて問題を作ることであれば、条件を変える程度によっては、どの生徒にもわりと簡単にできることではないかと思われる。

そこで、この活動を通して、

- (1) 一人一人が興味関心をもって取り組める。
- (2) 問題を作ることによって学習の楽しさを味わう。
- (3) 作った問題をみんなで解きあい、関数についての理解を深める。

ことを授業のねらいとして、変化と対応についての見方や考え方を深めていきたい。

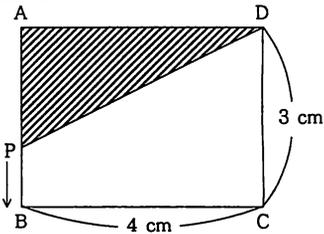
2 指導計画

一次関数，教科書ロケットの問題終了後条件を変えた問題づくり……2時間（本時）

- (1) 条件を変えて，問題を作ろう ……………1時間
- (2) 作った問題を解きあおう ……………1時間

3 展 開

本時（ $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{2}$ ）

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 前時の学習の復習をする。</p>	
<p>右の図のような，長方形 ABCD があって，P は A から出発して，1cm/秒の速さで，周上 B，C を通って D まで移動します。P が A を出発してから x 秒後の $\triangle PDA$ の面積を $y \text{ cm}^2$ として，y を x の式で表しなさい。</p>	
<p>2 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p style="text-align: center;">上の問題の条件を変えて，問題を作ろう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 場合分けが必要であることを確認する。 (P が AB, BC, CD 上にあるとき) • 簡単な例を示し，問題の作り方を理解させる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
3 課題に取り組む。 4 作った問題を解き、解答を作る。	<ul style="list-style-type: none"> • 点Pの動き方や四角形ABCDの形などいろいろと変えられることに気づかせる。 • 思いついた問題は、ノートにまとめさせる。 • わかりやすく記すように助言する。

4 考 察

生徒の作成した問題には次のようなものがみられた。

- 点Pの速さを変えたもの
- 長方形の縦横の長さを変えたもの
- 長方形を台形や円など他の平面図形に変えたもの
- 長方形を空間図形に変えたもの
- 動点の個数を増やしたもの

はじめは、点Pの速さを変える問題を作る生徒が多かったが、1つ2つ作って慣れてくると、より個性的な問題を作ろうと試行錯誤して取り組む生徒の姿が多くみられた。できてくる問題のなかには既習事項では解答することが困難なものもあり、解答づくりに苦労している生徒もみられたが、自分の作った問題が3年生以上の内容の問題だと知ると、その問題が作れたことに自信を持つ生徒もみられた。

この学習をするためには、もともになる問題の十分な理解が必要であるので、場合分けが必要なことやそれぞれの場合の変域や式の作り方などを、時間をかけて丁寧に扱っておく必要があるように思われる。特に数学が苦手な生徒にとっては、少し難しい課題でもあるので、問題作成までに時間・速さ・距離の概念などから復習できるような配慮も必要であった。

しかし、どの生徒も自分たちが作った問題を解きあうときには、友達が作ったという親近感からか、普段よりも意欲的に取り組み、わからない問題については出題者に質問にいくなど積極的な姿もみられた。多様な問題に取り組むことができ、わかりやすい解答づくりを心がけたことなどから、変化と対応についての見方や考え方を深めることができたのではないかと思われる。

参考文献 平成8年度「個を生かし、自ら学ぶ意欲を育てる学習指導」 板橋 典子

(宮浜中学校 清水 浩三)

はかれるかな？（2年）

～目盛りのない容器から必要な量を求めよう～

1 授業のねらい

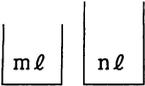
解き方がはっきりとわからない問題には全く手をつけずに、教えてくれるのを待っている生徒の姿が少なからずみられる。わかるところまでやってやろうとか、自分なりに答えを出してみようと頑張っている生徒もいるが、数学を苦手としている生徒はどちらかといえば消極的な前者のような取り組み方の者が多いように思われる。そこで、簡単な操作活動を通して確認できる課題に取り組むことにより、自ら試行錯誤しながら問題解決していく力を高めるとともに、その過程で気づいた疑問を追求していこうとする姿勢を育てていきたい。

2 指導計画

- (1) 目盛りのない2つの容器から必要な量を求める方法……………1時間（本時）
- (2) どんな容器のとき求められないか考えよう。……………1時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <p>3ℓ入るグラスと5ℓ入るグラスを使って、1ℓの水をはかりたい。ただし、グラスには目盛りがない。</p> <p>どのようにはかればよいでしょうか。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">3ℓ</div> <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 60px; display: flex; align-items: center; justify-content: center;">5ℓ</div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 例を挙げる。
<p>2 例について各自考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 図をかき、操作して考える。 	<ul style="list-style-type: none"> • 具体的に図をかき、試行錯誤しながら考えさせる。 • 早くできた生徒には、できるだけ少ない操作でできる方法について考えさせる。
<p>[答え]</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-end;"> <div style="text-align: center;">  <p>3ℓのグラスに水を入れる</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>5ℓのグラスにうつす</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>3ℓのグラスに水を入れる</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>2ℓだけうつすと1ℓ残る</p> </div> </div>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>3 3ℓ入るグラスと5ℓ入るグラスを使って、はかれる量を調べよう。</p> <p>4 2つのグラスの大きさを変えて考えよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;">  <p style="margin-left: 20px;">m, nがどんな組み合わせのときでも、1ℓから(m+n)ℓまでの量をはかれるだろうか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 2ℓから(3+5)ℓ=8ℓまでで、はかれる量を予測し、具体的な操作を通して確認させる。 • mℓとnℓのグラスを用いたとき、(m+n)ℓまでは、どんな場合でもはかれるかどうか予想させ、はかれないときがあることに気づかせる。 • どんな組み合わせのときはかれないか予想させる。

4 考察

mℓとnℓのグラスを用いたとき、(m+n)ℓまでは、どんな場合でもはかれるのではないかと予想する生徒がたくさんいた。2ℓと4ℓのときなど、はかることができない場合があることに気づくと、どんな組み合わせのときはかれないのだろうかという課題を見つけ調べようとする生徒もみられた。さらに、

- 1ℓがはかれたら、その組み合わせははかれる。
- 偶数の組み合わせは、はかれないものがある。

などの規則性を見つけ、追求していこうとする生徒の姿もみられた。

普通の授業では、どうしても受け身になりがちであるが、数学の得意・不得意に関係なく意欲的に取り組む生徒が多かったように思われる。なかには、どうしたらよいかわからず考えこんでいる生徒もいたが、個別指導を通して確かめ方がわかると、どの生徒も黙々と取り組むことができた。

ただ、時間的に個人差がでるために早くできた生徒主導となってしまうがちなところがあった。進度の遅い生徒には、じっくりと考える時間がやや少なかつたかもしれない。このような個人差をどのようにカバーし、どの生徒にも自ら考え、問題解決していくことを体験させていくかが1つの課題のように思われる。

(宮浜中学校 清水 浩三)

「NOT 100」(2年)

1 授業のねらい

簡単な数を用いたゲームをすることを通して、生徒が興味・関心を持って主体的に学習できる時間にする。また、このゲームの中にある規則性を見つけ、必勝法を考える過程を通して、数学を学ぶことの面白さや、考えることの楽しさを味わうとともに、事象を数学的に考察することの大切さを体験させる。

2 指導計画

- 「NOT 100」……………2時間(本時)
 (1) 「NOT 20」をしよう……………1時間
 (2) 「NOT 100」をしよう……………1時間

3 展 開

本時 $\frac{1}{2}$

学習内容と学習活動	指導上の留意点											
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p style="text-align: center;">〔NOT 20のルール〕</p> <p>① 2人でジャンケンをして、順番を決める。 ② 2人で1から20までの数を順に言う。(1人が3つまで連続で言っても良い。) ③ 最後に「20」を言った方の負けになる。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p style="text-align: center;">例</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">A君</td> <td style="padding: 2px;">1 2 3</td> <td style="padding: 2px;">6 7</td> <td style="padding: 2px;">9 10 11</td> <td style="padding: 2px;">15 16</td> <td style="padding: 2px;">20</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">B君</td> <td style="padding: 2px;">4 5</td> <td style="padding: 2px;">8</td> <td style="padding: 2px;">12 13 14</td> <td style="padding: 2px;">17 18 19</td> <td></td> </tr> </table> </div> <p style="text-align: right; margin-top: 5px;">A君が20を言ったので負けになる。</p> </div>	A君	1 2 3	6 7	9 10 11	15 16	20	B君	4 5	8	12 13 14	17 18 19	
A君	1 2 3	6 7	9 10 11	15 16	20							
B君	4 5	8	12 13 14	17 18 19								

一次関数のグラフで絵をかこう (2年)

1 授業のねらい

生徒たちが楽しみながら、課題意識をもって取り組める題材として、「一次関数」の学習の後に取り上げた。一次関数の式から、そのグラフをかき練習は単調になりがちである。そこで、「絵をかき」という作業に見立て、クイズ的な要素も取り入れることで、生活が意欲的に、そして創造性を発揮しながら学習に取り組めるようにしたい。

本学習では、変域のある関数によって平面図形を構成できることを発見したり、点を結んでできる図形を関数を用いて表現できることに気づいたりすることがねらいである。また、関数に対する親しみや数学に対する関心・意欲を高めるとともに、実際に図形(絵)をかきことによって、図形を関数的に見ることが出来る能力・態度を育てたい。

2 指導計画

課題学習「一次関数のグラフで絵をかこう」……………2時間(本時 $\frac{1}{2}$)

- (1) 変域のあるグラフを利用し、絵がかけられることを知るとともに、
それを利用して自分の作品を作ってみる……………1時間
- (2) 友達の問題を解く……………1時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> •一次関数のグラフの変域を決めて、線分をかきことができたことを想起させる。
<p>☆下の一次関数のグラフを、図にかき込んで、絵を完成させましょう。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <ul style="list-style-type: none"> (1) $y = x + 2$ ($-8 \leq x \leq -6$) (2) $y = -2x - 7$ ($-4 \leq x \leq -3$) (3) $y = -\frac{1}{2}x + 8$ ($-10 \leq x \leq -8$) (4) $y = 5x - 40$ ($-8 \leq x \leq -6$) (5) $y = \frac{1}{2}x + 8$ ($-10 \leq x \leq -8$) (6) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{15}{2}$ ($1 \leq x \leq 5$) (7) $y = -2x - 7$ ($-4 \leq x \leq -3$) (8) $y = x - 10$ ($3 \leq x \leq 5$) (9) $y = 5x - 40$ ($7 \leq x \leq 8$) (10) $y = -x - 10$ ($2 \leq x \leq 6$) </div> <div style="width: 45%; text-align: center;"> </div> </div>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
(1) $y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2} (-3 \leq x \leq -1)$ (2) $y = \frac{1}{3}x + \frac{25}{3} (-4 \leq x \leq 2)$	
<ul style="list-style-type: none"> •問題を理解し，グラフをかく。 •全体で，「魚」の絵になることを確かめる。 •変域のあるグラフをいくつか利用すると絵などがかけることを知る。 <p>2 自分で問題を作る。</p> <ul style="list-style-type: none"> •グラフ用紙に絵をかく。 •絵をもとにして，式を求める。 <p>3 次時の確認をする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> •グラフのかき方，変域などを確かめながら，図形を提示する。 •感想を発表させる。 •式がわからないところ（曲線や円）は，あらかじめかいておいてもよいことを確認させる。 •グラフから式の求め方を確認させる。

4 考 察

変域のあるグラフをかくことに苦手意識をもっていた生徒も，クイズを解いていくような感覚で，興味をもって意欲的に課題に取り組んでいた。また，自由な発想のもと，楽しい問題作りができた。

生徒一人一人が，学習意欲と課題意識をもって学習に取り組むなかで，数学のおもしろさや数学のよさを発見できるような，教材や授業展開を考えていく必要性を認識させられた。

参考文献 「指導書 中学2年 第2部 資料集」(啓林館)

平成11年研究紀要「選択数学の実践研究」 奥村 良子

(穴吹中学校 多田 千洋)

碁石を使って（2年）

1 授業のねらい

同じ問題を解くとき、その解決方法は1つとは限らない。また、ものの数を数えるにしても、その数え方は人によって異なっている場合がある。規則的に並んでいる碁石の数を手際よく数える方法を考えさせることを通して、多様なものの見方や考え方、また関数的な見方ができる力を養いたい。

本学習では、まず正方形の一辺に碁石を6個ずつ並べたときの碁石の総数を求めさせる。次に、その方法が、辺の上の碁石の数が7個、8個……と変わっていった場合でも対応できるか考えさせ、一般化した式で表すことができるようにしたい。

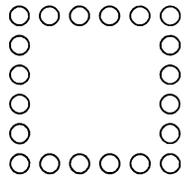
課題が達成できた成就感とともに、数学のよさを生徒たちに感じさせたい。

2 指導計画

「一次関数」の学習後

課題学習「碁石を使って」……………1時間（本時）

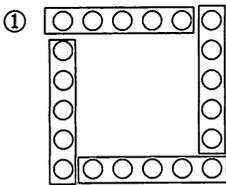
3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>問 碁石を正方形の形に図のように並べた。全体の碁石の数は何個か。 いろいろな求め方を考えてみよう。</p>  </div> <p>2 個別に多様な解決方法を考える。</p> <p>3 一辺の碁石の数を7個、8個……と変えていったときも同じような方法で求められるか考える。</p>	<p>○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○</p> <p>•簡単に、速く求められるような方法を考えさせる。</p> <p>•問題の数値を変更させ、自分なりの解決を繰り返し、解決方法をまとめさせる。</p>

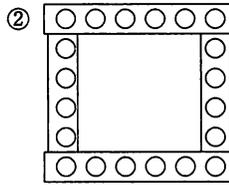
学習内容と学習活動	指導上の留意点
4 一辺の基石の数をn個としたとき、基石の総数をnを使った式で表す。 5 わかったこと、考えたことをまとめる。	・解決方法に共通している点に着目させ、式を一般化させる。

<生徒の反応>

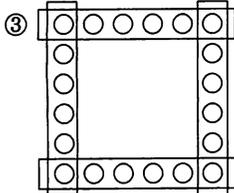
正方形の一辺に6個ずつ基石を並べたときの基石の総数を求めるとき、生徒たちはいろいろな方法を考えた。その考え方を6という数字を残した計算式に表現させることで、n個の場合につなげやすくするよう留意した。生徒が考えた方法を紹介する。



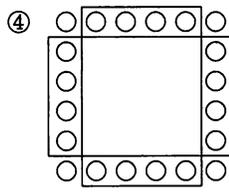
$$\begin{aligned}
 &4 \times (6 - 1) \\
 &4(n - 1) \\
 &= 4n - 4
 \end{aligned}$$



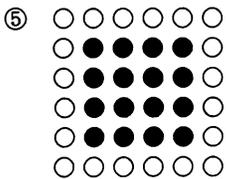
$$\begin{aligned}
 &2 \times 6 + 2 \times (6 - 2) \\
 &2n + 2(n - 2) \\
 &= 4n - 4
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &4 \times 6 - 4 \\
 &4n - 4
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &4 \times (6 - 2) + 4 \\
 &4(n - 2) + 4 \\
 &= 4n - 4
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &6 \times 6 - 4 \times 4 \\
 &n^2 - (n - 2)^2 \\
 &= 4n - 4
 \end{aligned}$$

4 考 察

友達どうして自分の考えた方法について交換しあうことで、相手の考え方に感心したり、共感したりできた。さらに、別の方法がないか協力して考え始め、意欲・関心をもって学習に取り組んでいた。

今後は、正方形にとどまらず、正三角形や、正五角形などの正多角形に発展させて考えていくのもおもしろいであろう。

参考文献 平成11年度「選択数学の実践研究」 和田 裕滋

(穴吹中学校 多田 千洋)

学校を調べよう（2年）

1 授業のねらい

三角形の相似で学習してきた「相似」について、その実用面を知らせ、実際に校舎の高さを測定することにより既習事項の確認をさせる。

自分たちの学校の校舎を題材とした体験的な学習を通して、生徒の興味や関心をより伸ばすと同時に、相似図形に対するイメージをより身近なものとしてとらえさせたい。

この学習を通じて、数学が私たちの生活のいろいろな場面で役立ち、生かされていることを感じさせたい。

2 指導計画

拡大・縮小と相似	2時間
三角形の相似条件	2時間
図形の縮図（課題学習）	2時間（本時）
相似条件と証明	2時間
平行線と線分に比	5時間
三角形の重心	2時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div data-bbox="186 1277 1160 1715" style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>問 校舎の高さを求めよう。</p> </div>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2 校舎の高さを予測し、測定方法を考える。	<ul style="list-style-type: none"> • 相似の考え方から、測定方法を考えさせる。
3 実際に運動場で、簡易測高器を使い測定する。	<ul style="list-style-type: none"> • 測定位置を決めて、校舎からの距離を求めさせ、校舎の最上部を見上げたときの角度を簡易測高器で測定させる。
4 教室に戻り、測定した結果をもとに作図し、校舎の高さを求める。	<ul style="list-style-type: none"> • 校舎の高さは、測定によって得られた値と身長との和であることに気づかせる。
5 計算結果について発表する。	<ul style="list-style-type: none"> • 実際の校舎の値を提示し、得られた値と比較させる。
6 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> • 本時でわかったことの確認をさせる。

<簡易測高器>

- ① 縦10cm、横20cmの長方形の厚紙を用意する。
- ② ①の厚紙に目もりをつける。
- ③ 角から五円玉を糸でつるす。

4 考 察

自分たちで作った簡単な測高器で、空間の角度が測定できることに驚き、興味をもって学習に取り組んでいた。

今回は測定場所から校舎までの距離を一定にして行ったが、距離を変えることによって、いろいろな相似比について考えることができる。

また、分度器を工夫すれば、高さ以外に横の距離についても測定でき、学習内容に幅がでく
るだろう。

参考資料 「指導書 中学2年 第2部 資料集」(啓林館)

平成10年度「選択数学の素材研究」 湯藤 義文

(穴吹中学校 多田 千洋)

3・4・5の世界（3年）

1 授業のねらい

三平方の定理は、図形領域にとどまらず、関数の分野などにもたびたび使われる。このように、いろいろな定理を違った分野に応用していく融合問題は、生徒たちにとっては難題である。定理はたくさん知っているのに、どのように使えばよいのかわからず、せっかく覚えたことが十分活用できていない現実がある。そこで、生徒自らが知っている定理を利用した問題を作成し、またその解答も作ることで、定理の再確認ができ、さらには、豊かな発想をも引き出せるのではないかと考えた。

2 指導計画

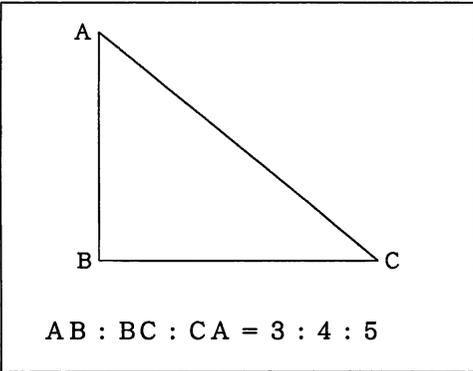
図形の計量の単元終了後「3・4・5の世界」……………2時間

(1) 自由に問題を作ってみよう……………1時間

(2) 作った問題をお互いに解いてみよう……………1時間

3 展開

(1) 授業の流れ

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;">  <p style="text-align: center;">$AB : BC : CA = 3 : 4 : 5$</p> </div> <p>2 作成した問題を紹介する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • プリントを配布し、黒板で課題を説明し把握させる。 • いくつか例を示す。 • グループ内で相談させる。 • 解答例も考えさせる。

(2) 授業の実際

いきなり課題を提示したので、生徒たちは戸惑っていたが、いくつか例を挙げるうちに、問題を作ることに対する興味・関心が高まっていったようだ。さらに、難問作成に挑戦する者もいたが、時間内に作成できなかったり、自分も解けない問題を作り、困っている者もいた。グループ内で問題の解き合いをするなど、積極的に取り組んでいた。

以下は、生徒が作成した問題の抜粋である。

- AB (または BC, CA) を軸に 1 回転させた立体の体積 (または表面積) を求めなさい。
- AB を 3 等分する点を D, E とし, BC と CA の中点をそれぞれ F, G とするとき, $\triangle DFG$ の面積を求めなさい。
- AC が 15cm のとき, AB, BC はそれぞれ何 cm でしょう。
- この三角形の周りの長さを求めなさい。
- AB の中点を M, AC を 1 : 2 に分ける点を N とし, M と N を結ぶ。BC の中点を L とし, N と L を結んだ時にできる四角形 MBLN の面積を求めよ。AB の長さを a cm とする。
- $\triangle ABC$ に内接する円をかきなさい。
- B から AC に垂線をひいたとき, それぞれの三角形の相似比を求めなさい。
- AB = 15cm, 点 P は, B から C まで毎秒 2cm の速さで動く。
このときできる $\triangle ABP$ の面積が 60cm^2 になるのは, 何秒後でしょうか。
- $\triangle ABC$ の外接円の半径を求めなさい。
- AC が 18cm のとき, $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。
- $\triangle ABC$ の内接円の面積を求めなさい。

4 考 察

「図形の計量」の単元が終わり、「確率」の単元の途中で、この授業を 2 時間実施した。今までにたくさんのテストを受け、数多くの問題に取り組んできた生徒たちは、過去に苦労した問題やよく解けた問題を思い出しながら、作成に励んでいたようだ。

自分で問題が作れるということは、それに関連する内容が十分身につけているということである。後で、生徒に感想を聞いてみても、自分の中で得意とする分野やよく覚えている定理を使って問題を作成したと答えていた。これは、自分の不得意な部分を知ることにもなり、今までの学習の再確認ができたようだ。

今回、時間が十分取れなくて、生徒の自由な発想を引き出すことができなかったことは残念である。今後は、各単元の終了時に、このような取り組みができれば、それまでの学習の再確認になり次の学習につながるのではないかと思う。

参考文献 平成 11 年度「選択数学の実践研究」 山田 加奈

(小松島中学校 吉田 速人)

F 1 レース (3年)

1 授業のねらい

数学が苦手な原因の一つとして、数学は抽象的であり、学習内容が実生活に直結していない部分が多くあることが考えられる。そこで、数学のいろいろな分野で、実生活を感じられるようなゲームを取り入れることで、生徒が意欲的に学習に取り組み、数学はおもしろいと感じられるのではないかと考えた。

2 指導計画

座標ゲーム「F1レース」をしよう 1時間

3 展開

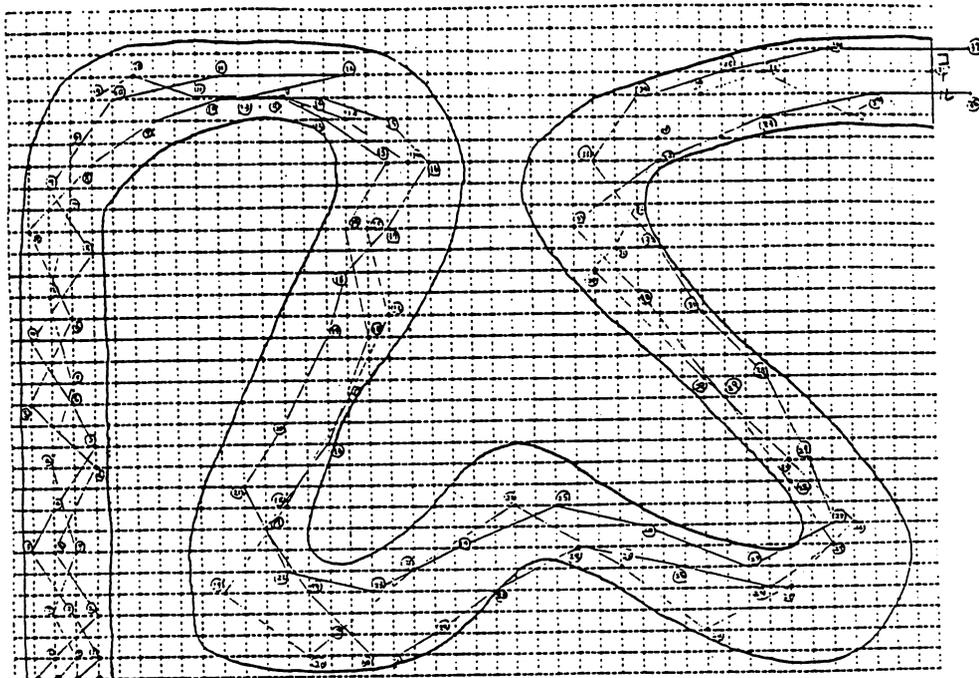
(1) 授業の流れ

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 「F1レース」のルールを説明する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • プリントを配布し、グラフ黒板でルールを説明し把握させる。
<p>格子状の方眼紙に適当なコースを作り、スタートラインから点を結んで進み、なるべく少ない点でゴールラインに飛び込めばよい。</p> <p>点の取り方、すなわち車の進み方は実際の車を運転するときと同じく、加速、減速、カーブができる。ただし、</p> <p style="padding-left: 40px;">次第にスピードを上げることができるが、急加速はできない</p> <p style="padding-left: 40px;">次第にハンドルをきることはできるが、急ハンドルは危険</p> <p style="padding-left: 40px;">次第に減速することはできるが、急ブレーキは事故のもと</p> <p>という現実の運転と見合うために、次のルールを設ける。</p> <p>【ルール】</p> <p>点Aから点Bに進む格子の数が、右にm個、上にn個であったとき次の点Cへは、右に$m \pm 1$個、上に$n \pm 1$個の範囲内で、加速・カーブ減速ができる。</p>	
<p>2 「F1レース」を3~4人のグループで対戦する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • ルールが守られているかを確認させる。 • 慣れてきたグループには、グループ内でオリジナルルールを考えさせる。

(2) 授業の実際

ルールの把握に多少戸惑う者もいたが、ゲームをしていくうちにその要領をつかんでいったようだ。ゲームに慣れてきたグループは、進む方向を限定するなどのオリジナルルールを考え出したり、コースを自ら製作したりする者もいた。

下の図は、あるグループの実際の対戦例である。



4 考 察

- ゲーム感覚で気楽に取り組める内容だったので、大いに盛り上がっていた。
- グループで、さらに高度なルールを考え出したり、難しいコースを製作したりするなど、創造性が高まったようだ。

(小松島中学校 吉田 速人)

無理数トランプ（3年）

1 授業のねらい

平方根の基本的な性質を学習し、続いて根号を含む式の計算を学習し始めると、まだ根号に十分なじめない生徒は、計算がなかなかすっきりと定着していかないようである。無理に押しつけてもなかなか効果があがらない。そこで、無理数トランプの製作やそれを使ったゲームをすることで、楽しみながらひとりで根号になじめることができるのではないかと考えた。

2 指導計画

無理数トランプを作り、ゲームをしよう1時間

3 展 開

(1) 授業の流れ

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 無理数トランプを作る。</p> <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 20px; width: fit-content; margin: 20px auto;"> $\sqrt{12}$ $\sqrt{12}$ $3\sqrt{1}$ </div> <p>2 無理数トランプを使って、グループでゲームをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • トランプくらいの大きさに切った厚紙を用意しておく。 • グループで、いろいろな種類を考えさせる。

(2) 授業の実際

トランプを作るということで、比較的スムーズに学習に入っていくことができたが、1つの平方根を、4つのパターンで表すのに苦労していた。右の表が、その一例であるが、この他にも「ルート8」というパターンのカードを作っている者もいた。

ゲーム内容も、グループで自由に考えさせたので、いろいろやっていたようだ。時間延長してゲームに没頭するグループもあり、かなり意欲的に取り組んでいた。

3 考 察

無理数トランプの作成を通して、平方根の概念や根号に慣れればと考え取り組んでみたが、しっかり定着させることはできなかった。このことは、平方根という数が普段の生活の中にはほとんど出てこない数であり、数学が抽象的で実生活に即さない部分も多くあり、数学が苦手な原因の一つになっていることを、改めて感じさせられる結果となった。

しかし、ゲーム感覚を取り入れたことで、生徒は、主体的にまた意欲的に取り組むことができ、平方根に対する違和感が多少消えたのではないかと思う。

《無理数トランプの一例》

1	$\sqrt{1}$	$\sqrt{1^2}$	$\sqrt{1} \times \sqrt{1}$
2	$\sqrt{4}$	$\sqrt{2^2}$	$\sqrt{2} \times \sqrt{2}$
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{2^2 \times 2}$	$\sqrt{4} \times \sqrt{2}$
3	$\sqrt{9}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{3} \times \sqrt{3}$
$2\sqrt{3}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{2^2 \times 3}$	$\sqrt{4} \times \sqrt{3}$
4	$\sqrt{16}$	$\sqrt{4^2}$	$\sqrt{4} \times \sqrt{4}$
$3\sqrt{2}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{3^2 \times 2}$	$\sqrt{9} \times \sqrt{2}$
$2\sqrt{5}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{2^2 \times 5}$	$\sqrt{4} \times \sqrt{5}$
5	$\sqrt{25}$	$\sqrt{5^2}$	$\sqrt{5} \times \sqrt{5}$
$4\sqrt{2}$	$\sqrt{32}$	$\sqrt{4^2 \times 2}$	$\sqrt{16} \times \sqrt{2}$
$3\sqrt{5}$	$\sqrt{45}$	$\sqrt{3^2 \times 5}$	$\sqrt{9} \times \sqrt{5}$
$5\sqrt{3}$	$\sqrt{75}$	$\sqrt{5^2 \times 3}$	$\sqrt{25} \times \sqrt{3}$
a	$\sqrt{a^2}$	$\sqrt{a \times a}$	$\sqrt{a} \times \sqrt{a}$

参 考 文 献 平成11年度「選択数学の実践研究」 林 公代

(小松島中学校 吉田 速人)

円に内接する六角形と 360° (3年)

1 授業のねらい

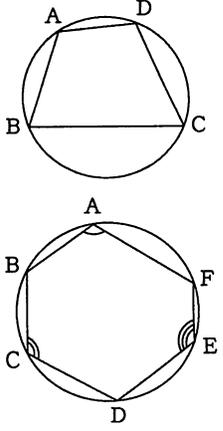
円の学習を苦手とする生徒は多く，証明問題で補助線が必要なときも思いつく生徒は少ない。そこで，今までの中学校3年間の図形学習を手がかりにして，いろいろな補助線をひき，円に内接する六角形の性質を見つけだすことで，さらに図形に対する見方・考え方を深めさせていきたい。

2 指導計画

円の性質学習後「円に内接する六角形と 360° 」……………2時間 (本時 $\frac{1}{2}$)

- (1) 円に内接する六角形の1つおきにとった内角の和
 について予想したことの証明方法を考える ……………1時間
- (2) 証明の発表と，円に内接する辺の数が偶数である多角形への発展……………1時間

3 展 開

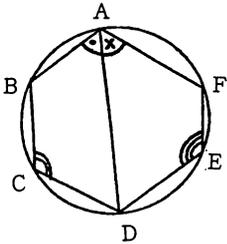
学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>四角形 ABCD が円に円接しているとき，1つおきにとった内角の和 $\angle A + \angle C$，$\angle B + \angle D$ は，いつも 180° になる。</p> <p>六角形が円に内接しているときには，1つおきにとった内角の和は，何度になるだろうか。</p> </div>	<p>• 黒板に図を提示し，課題を把握させる。</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div>
<p>2 課題を予想する。</p> <p>3 課題の証明方法を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • プリントを配布し，実測もさせる。 • 180°，720° から考えさせる。 • これまで学習した考え方を，活用させる。 • いろいろな補助線を引いて考えさせる。 • 角度の表示に記号や文字を使用させる。

<生徒の反応>

- 360° になるという予想は、わりと早く予想できた。しかし、証明方法となると補助線の引き方にずいぶんと苦勞した。

<主な証明方法>

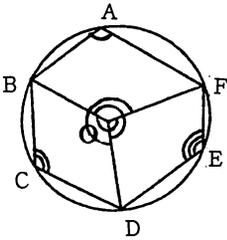
① 円に内接する四角形の定理を利用



- ADを結ぶと、円に内接する2つの四角形に分けることができる。
よって、 $\angle A + \angle C + \angle E = \angle BAD + \angle C + \angle FAD + \angle E$
 $= \underline{180^\circ} + \underline{180^\circ}$
 $= 360^\circ$

(別解) ADを結び四角形に分けた後、外角を利用する方法もみられた。

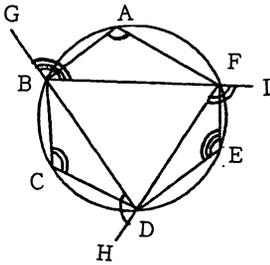
② 円周角の定理を利用



- $\angle A$ を弧BCDEFに対する円周角とみると、中心角は $\angle BOF$ となる。 $\angle C$ と $\angle E$ も同様にみると、中心角の合計は、2周分で 720° になる。よって、その半分で 360° となる。

(別解) 同じ弧に対する円周角は等しいことを利用して、各3つの角をAC, AD, AEを結んで分割し、四角形BCEFの内角に集めて考えているものもあった。

③ 三角形の角に関する定理を利用



- BF, FD, DBを結び延長すると、 $\angle A = \angle BDH$, $\angle C = \angle DFI$, $\angle E = \angle FBG$ となり、 $\angle A + \angle C + \angle E$ は、 $\triangle BDF$ の外角の和になるため 360° になる。

(別解) 円の中心と各頂点を結び二等辺三角形をつくり、2つの底角が等しいことと、六角形の内角の和を利用したものもあった。

4 考 察

上に載せた証明方法は代表的なものであり、これ以外にもたくさんの証明方法が考え出されていた。この問題をもしも授業の中の1問として解いた場合は、おそらく①の一つの方法で説明して終わりにしていると思う。授業の進度も大切ではあるが、生徒の豊富な発想を引き出し思考力をつけるためには、このような多種多様な解き方のできる問題を扱う時間を確保することも大切であると感じた。

参考文献 平成8年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 三宅 央子
「数学教育'95 7月号」(明治図書)

(由岐中学校 猪谷 正治)

一組の三角定規を使って（3年）

1 授業のねらい

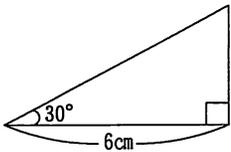
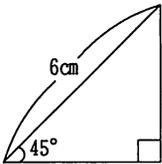
普通の授業では、教科書や問題集の課題を解くことに終始することが多く、実験などにより体験しながら学ぶ機会が少ないのが現状である。そこでこの課題を通して、普段何気なく使っている三角定規から様々な課題が作れることを体験させ、数学を身近なものと感じさせたい。また、具体的な操作をすることにより、数学に楽しく取り組ませ数学的な見方・考え方を深めさせたい。

2 指導計画

三平方の定理学習後「一組の三角定規を使って」……………2時間（本時 $\frac{1}{2}$ ）

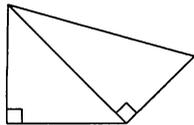
- (1) 一組の三角定規を組み合わせたときの、長さについて考える……………1時間
- (2) 角度や面積について考える……………1時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>一組の三角定規があり、それぞれの辺が下の図のようであるとする。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p>この一片の三角定規の辺を重ねることにより、いろいろな図形ができるが、その周囲の長さを求めてみよう。図形を作るときは、頂点が少なくとも1つは一致している。</p> </div> <p>2 具体的な操作により、様々な図形を考える。</p> <p>3 各自が作成したものを発表する。</p> <p>4 周囲の長さ以外に、問題を作るとすればどのようなものがあるか考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 黒板に三角定規を提示し、課題を把握させる。 • JIS規格の一組の三角定規には共通の長さの辺があることに気づかせる。 • 様々な形を自由に考えさせる。 • 発表を聞く中で、図形が違っていても同じ長さになるものが多くあることに気づかせる。 • 次時に課題が作れるよう考えさせる。

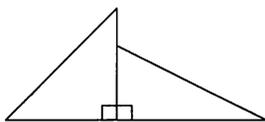
<生徒の作った図形と長さ>

① 長さの同じ辺を重ねた場合

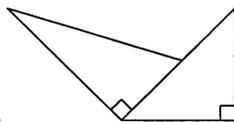


$$6\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

② 最も短い辺を重ねる場合

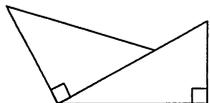


$$12 + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

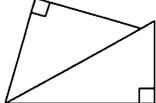


$$12 + 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$$

③ 最も長い辺を重ねる場合

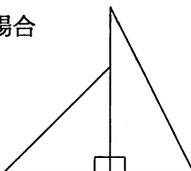


$$12 + 6\sqrt{3}$$



$$6\sqrt{2} + 6\sqrt{3}$$

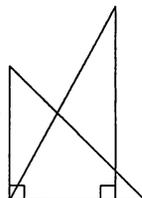
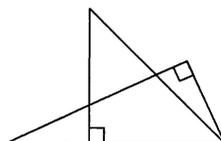
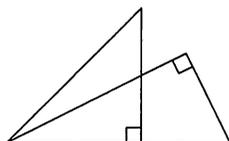
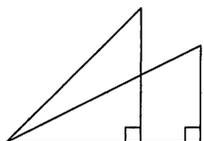
④ その他の場合



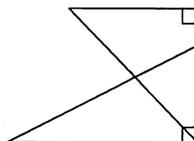
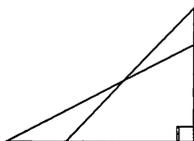
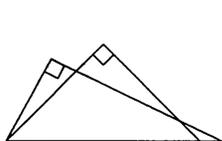
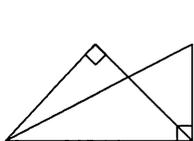
$$12 + 6\sqrt{3}$$

○ 問題を変えるとすれば

- 三角定規の面を重ねた場合、周囲の長さはどうなるか。
- 三角定規の面を重ねた場合、重なった部分の面積は求められるのか。



- 一組の三角定規によって作り出すことのできる角度はどれくらいあるか。



4 考 察

生徒からは図の形に違いはありながらも、上記の①～④のすべてを見つけることができた。その過程において、最初は適当に辺を重ねていたが、次第に規則的に考えることができる者も多くなった。それらの多くが計算方法も見つけ出し、すべての場合をやり終えた後、次回のための課題を考えていた。下の図のように面を重ねた方が、数多くのパターンができるようである。ただし、その場合既習内容だけでは解けない問題もできてくるので注意したい。生徒たちは今回の課題に取り組む中で、ごく自然に課題解決のために工夫し、次の疑問へ発展していったが、これは具体的な操作をさせたことが大いに関係していると思われる。常に操作を取り入れるのは困難であるが、できるだけ取り入れていきたい。

参考文献 平成7年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 中橋 直子

(由岐中学校 猪谷 正治)

マッチ棒を使って（3年）

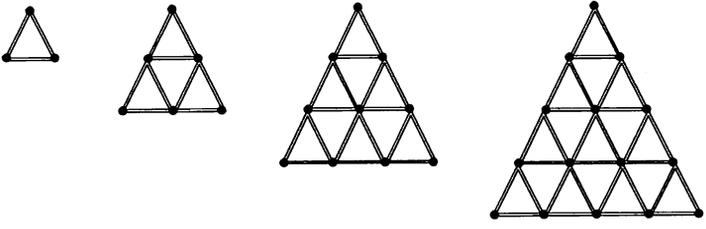
1 授業のねらい

関数の学習において理解が遅い生徒は、「ともなって変わる量」が押さえられていない生徒が多いように思う。今回の課題では、1つの量が変わることにより、それにともなって変わる量はいくつもあることに気づかせ、自らが見つけた2つの数量関係を図や表や式で表してみることににより、関数に対する見方・考え方を深めていきたい。

2 指導計画

(1) 「マッチ棒を使って」……………1時間（本時）

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <p>下の図のように、マッチ棒で正三角形をつくり段数を増やしていく。このとき、段数が増えることにともなって変わる量にはどのようなものがあるだろうか。</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-around;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>1 段目</p> <p>2 段目</p> <p>3 段目</p> <p>4 段目</p> <p>⋮</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 黒板に図を提示し、課題を把握させる。
<p>2 班になって考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 段数の変化にともなって変わるものとして、いろいろな量に目を付けさせる。 • 数量関係を式で表すことのよさを確認させる。
<p>3 考えた問題を解き、班ごとに発表する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 班ごとで考えさせることにより、いろいろな問題ができることに気づかせる。 • 全員が取り組める問題を選ぶ。 • 他の問題も各自で取り組めるようにする。

<生徒の作った問題>

- ① x段積み重ねたときの三角形の個数をy個とする。

段数	1	2	3	4	5	...	x
三角形の個数	1	4	9	16	25	...	x ²

$$y = x^2$$

- ② x段積み重ねるのに必要なマッチ棒の数をy本とする。

段数	1	2	3	4	5	...	x
三角形の個数	3	9	18	30	45	...	

\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow
 6 9 12 15 ... 3x

$$y = \frac{3(x^2 + x)}{2}$$

- ③ x段積み重ねたとき、一番下のx段目の三角形の数をy個とする。

段数	1	2	3	4	5	...	x
三角形の個数	1	3	5	7	9	...	2x - 1

$$y = 2x - 1$$

- ④ x段積み重ねたとき、一番下のx段目を作るために使ったマッチ棒の本数をy本とする。

段数	1	2	3	4	5	...	x
三角形の個数	3	6	9	12	15	...	3x

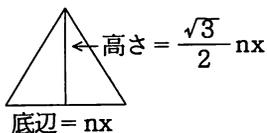
$$y = 3x$$

- ⑤ マッチ1本の長さをn cmとして、x段積み重ねたとき、外周の長さをy cmとする。

できる大きな三角形の1辺にはx本のマッチが使われるため、

1本n cmとすると、1辺はn cmとなる。 $y = 3nx$

- ⑥ マッチ1本の長さをn cmとして、x段積み重ねてできる三角形の面積をy cm²とする。



$$y = \frac{\sqrt{3}}{4} n^2 x^2$$

- ⑦ x段積み重ねるのに必要なマッチ棒の数をy本とする。

段数	1	2	3	4	5	...	x
三角形の個数	0	1	3	6	10	...	

\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow
 1 2 3 4 ... x - 1

$$y = \frac{x^2 - x}{2}$$

4 考 察

上記の①～⑦が、発表された問題から類似問題などを集約したものである。発表の段階では、マッチの長さとか、「8段の時・・・」のように具体的な段数を指定して量を求めさせる問題も数多くあった。また、②⑦番の式を求めるためには、こちらからヒントを与えた。これらの問題はこちらが予想していた以上にたくさん考えられていた。これは、生徒たちが興味を持って意欲的に取り組んでいたため、普段以上の能力が発揮されたように思われる。改めて生徒たちの自由な発想力と柔軟な思考力に驚くとともに、大切にしていきたいと思う。

参考文献 平成8年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 藤山 三樹
 「啓林 中数編 vol. 6」1995 autumn

(由岐中学校 猪谷 正治)

1000番目はどの数字？（3年）

1 授業のねらい

入試問題の中には、事象から規則性を予測し、それを文字の式で表される問題がよく見られる。生徒たちも3年生ということもあって、そのような傾向に興味を示している。「このような問題を、扱ってほしい」という声も聞かれる。しかし、数学に対して苦手意識をもっているため、最初からできないとあきらめたり、問題にねばり強く向きあわなかったりする姿が多くなってきている現状がある。ここでは、数の並び方から推理し、規則性を発見し、いろいろな方向から解いていくことができることに気づかせたい。そして、試行錯誤をしながら、根気強く問題に取り組み、数学的に処理し、表現する力をつけさせたいと思う。

2 指導計画

(1) 1000番目はどの数字？……………2時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> • プリントを配布し、課題を把握させる。
<p>問：数がきまりにしがって、下のようになっています。</p> <p>次の問いに答えなさい。</p> <p>1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6,</p> <p>(1) どのようなきまりがあると思いますか。</p> <p>(2) 10がはじめてでてくるのは、最初の1から数えて何番目でしょう。</p> <p>(3) 100がはじめてでてくるのは、最初の1から数えて何番目でしょう。</p> <p>(4) 最初から数えて1000番目の数字は、どの数字の何番目の数字でしょう。</p>	
<p>2 4～5人のグループを作り問題を解く。</p> <p>(1) どんなきまりがあると思いますか。</p> <p>(2) 10がはじめてでてくるのは、最初の1から数えて何番目でしょう。</p> <p>(3) 100がはじめてでてくるのは、最初の1から数えて何番目でしょう。</p> <p>10, 100だけでなく、いろいろな数字の場合について考えてみる。</p> <p>(4) 最初から数えて1000番目の数字は、どの数字の何番目でしょう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 自分が思ったきまりを書いて発表させる。 • 規則性を見つけさせる。 • 10をnとおいて規則性を式で表せないかを考える。 • 100をnとおいて規則性を式で表せないかを考える。 • どんな数字でも、式 $\frac{n(n-1)}{2} + 1$ で表せることを理解させる。 • いろいろな方法で考えるように促す。

(問1) • 数が1, 2, 3, …と増えていくたびに, 数の個数も1つずつ増えていく。

• 自分自身の数の分だけ数が並んでいる。

• 1なら1個, 2なら2個

(問2) • $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 9 = 45$ $45 + 1 = 46$

1	2, 2	3, 3, 3	4, 4, 4, 4	5, 5, 5, 5, 5	6, 6, 6, …
1個	2個	3個	4個	5個	6個

1から9までなら

$1 + 9 = 10$ 個, $2 + 8 = 10$ 個, $3 + 7 = 10$ 個, $4 + 6 = 10$ 個, 残り5個だから

$10 \times 4 + 5 + 1 = 46$

10をnとおいてみると $n \times \left(\frac{n}{2} - 1\right) + \frac{n}{2} + 1 = \frac{n(n-1)}{2} + 1$

(問3) 1から99までなら

$1 + 99 = 100$, $2 + 98 = 100$ 個, $3 + 97 = 100$ 個, …より

$100 \times 49 + 50 + 1 = 4951$

100をnとおいてみると, (問2)と同じ様に $\frac{n(n-1)}{2} + 1$ となる。

もしも「7がはじめてでてくるのは何番目か」という問題ならば

6までなら $1 + 6 = 7$ 個, $2 + 5 = 7$ 個, $3 + 4 = 7$ 個

$7 \times 3 + 1 = 22$

7をnとおいてみると $n \times \frac{n-1}{2} + 1 = \frac{n(n-1)}{2} + 1$

(問4) n = 50の場合

$\frac{50 \times 49}{2} + 1 = 1226$ なのでもっとしたということになる。

n = 45の場合

$\frac{45 \times 44}{2} + 1 = 991$

991番目に45がくるので45の10番目

4 考 察

- グループの中でいろいろな考えを出し合い, 試行錯誤をしながら取り組んでいた。生徒の中から式を見つけ出すことは, 残念ながらできなかったが, 様々な角度から数の規則性について, 考えることができたと思う。
- (問) 以外の数については, 奇数の場合でも成り立つかどうか, 生徒から疑問が出てきたからである。
- (問4) については, 二次方程式として解こうとしている生徒もいた。nに数字を代入して予想をしてみるよう助言した。
- 規則性を式に表すのは, とても難しかったように思う。教師の助言が多くならざるをえなかった。

参 考 文 献 平成11年度「選択数学の実践研究」 細川 誠治

(鳴門市第一中学校 鈴江 美紀)

わたしってきれい？ (3年)

1 授業のねらい

関数を苦手とする生徒は多い。式からグラフに表したり、グラフから式に表しても、機械的に行っているようで、実際にどのような場面で使われるのか、わからないまま「関数は難しい」という印象しか残っていないように思う。ここでは、3年間の関数の総まとめとして、いろいろな関数の式をグラフに表すことで、関数について身近なものであると、とらえさせたいと思う。

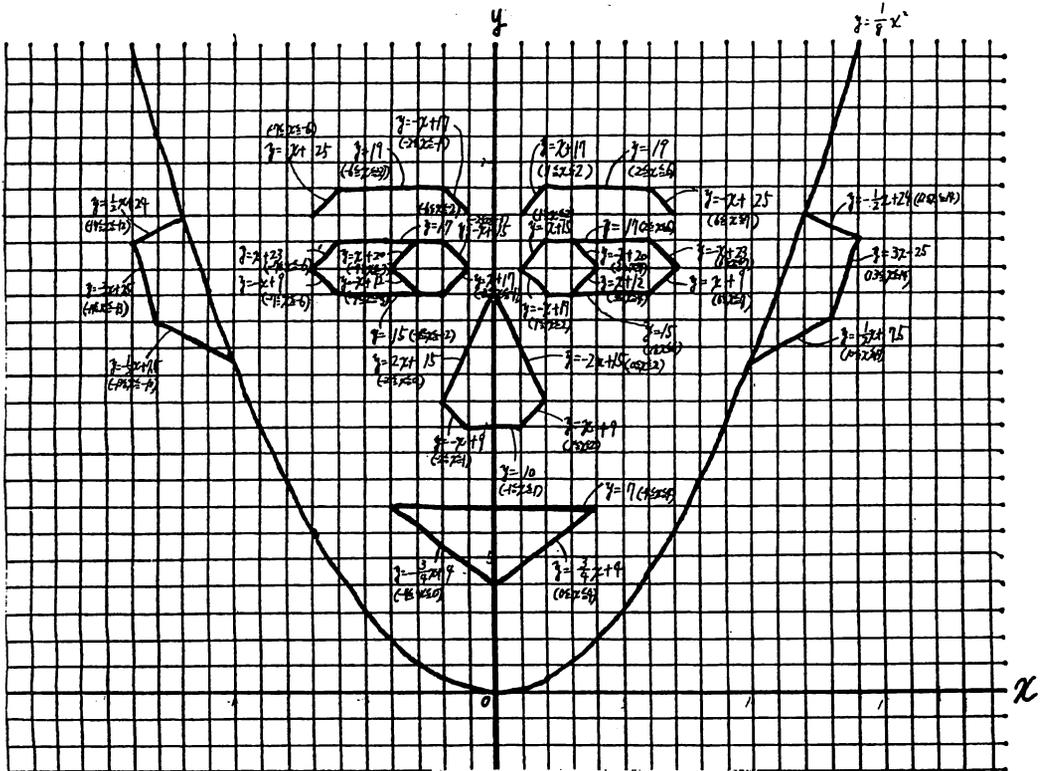
2 指導計画

- (1) 関数……………1時間
- (2) 関数 $y = ax^2$ のグラフ……………1時間
- (3) 関数 $y = ax^2$ の値の変化の割合……………3時間
- (4) いろいろな関数……………1時間
- (5) わたしってきれい？……………2時間 (本時)

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> • 例を示し課題を把握させる。
2 2人で1組のペアを作り、顔の輪郭をかいてみる。	<ul style="list-style-type: none"> • $y = ax^2$のグラフが利用できaの値によって、顔の輪郭が変わることに、気づかせる。
3 目、鼻等、顔の輪郭以外の部分を直線で表してみる。	<ul style="list-style-type: none"> • $y = ax + b$のグラフで変域をつけると絵がかけることに気づかせる。
4 かいた顔をもとにそれぞれのグラフの式を求め。	<ul style="list-style-type: none"> • 変域も忘れずに求めさせる。

<生徒の作品>



4 考 察

- 数学の授業で学んだ内容が、身近な場面で活用できることが、遊び感覚でつかめていた。指示していなかったが、アニメのキャラクターをかいてくる生徒もいて、自由に楽しく取り組んでいた。
- $y = ax^2$ のグラフを利用して、顔の輪郭をかく時に時間がかかり、式、変域を求めるときに、時間が足りなくなったことが、反省点である。
- $y = ax + b$ のグラフの求め方や、変域の意味を再確認していた。
- 課題に慣れてくると、生徒の中には、y 軸に対称なグラフをかくと、式を求めやすくなることに気づいていた。
- お互いに責任をもって協力しあう意味では、2人で1組という形が、人数的には良かったように思う。

参考文献 平成7年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 山田 加奈

(鳴門市第一中学校 鈴江 美紀)

T型パズルで遊ぼう (3年)

1 授業のねらい

T型パズルとは、Tの形をした板を4ピースに切り分け、並べ替えて、いろいろな図形を作って遊ぶものである。このような作業を中心とした課題は、生徒たちは柔軟な頭でよく考える。図形に親しみを持ち、興味をもって参加できる教材ではないかと思う。また、できあがった図形の周囲の長さを求めることで、三平方の定理や図形の性質の習熟を図りたいと思う。

2 指導計画

「T型パズルで遊ぼう」.....2時間 (選択)

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="text-align: center; margin: 20px 0;"> </div>	

左の形のパズル4枚を使って、いろいろ自由な形をつくり、できた図形のまわりの長さを調べよう。

三角形の内接円（3年）

1 授業のねらい

数学の問題の解は1つであったとしても、それを導き出す解法は1とおりとはい限らない。既習の内容を駆使し、様々な考え方で問題解決にあたっていく。そこで、数学の楽しさやおもしろさを味わうことができると思われる。

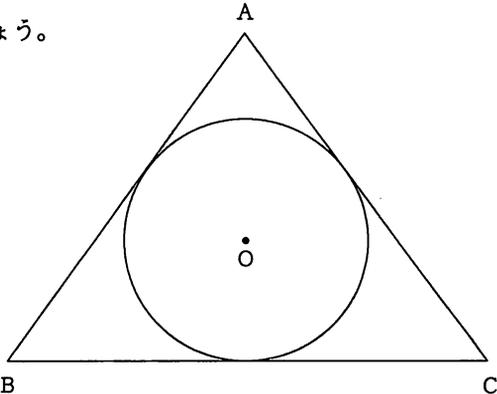
そこで、様々な解法を考え出していく中で、数学を主体的に学習する意欲を高めさせたいと思い、この課題を設定した。この授業のねらいは、次の3つである。

- (1) 既習の内容（三平方の定理、三角形の相似、面積の考えなど）を使って、自ら問題を解決していこうとする。
- (2) 問題を解決するには、いろいろな見方や考え方のできることを知る。
- (3) 相似や三平方の定理などについての知識・理解を深める。

2 指導計画

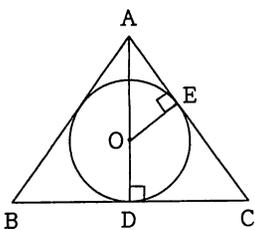
- (1) 三平方の定理……………4時間
- (2) 三平方の定理の利用……………5時間
- (3) 三角形の内接円……………1時間（本時）

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">△ABCの内接円Oの半径を求めましょう。</p> <p style="text-align: center;">ただし、$AB = AC = 10\text{cm}$， $BC = 12\text{cm}$ とする。</p> <div style="text-align: center;">  </div> </div>	<p>•問題の意味を理解し、方針を立てる。</p> <p>•問題を書いたプリントを配布し、書き込ませながら、学習を進めていく。</p>

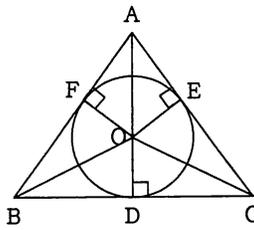
学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 問題を解く。</p> <ul style="list-style-type: none"> • どの図形に着目すればよいかを考えながら解き方を考える。 <p>3 解き方を発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 自分の考えを筋道を立てて説明する。 • 友達の見方や考え方を理解する。 <p>4 本時のまとめをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • じっくりと考える時間を考える。 • 途中で、いろいろな図の見方を取り上げ、着目する図形を発表させる。 • 早くできた生徒には、他の方法で求めることを助言する。 • 発表を聞いている生徒には、わからないところの質問や気づいたことなどをあげさせる。 • それぞれの解き方のポイントをまとめさせる。

◆ 解き方



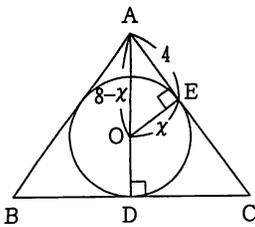
◎相似の利用

$\triangle AOE \sim \triangle ACD$ より
 $AE : AD = OE : CD$



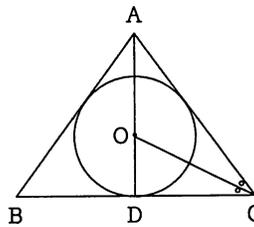
◎面積の利用

$\triangle ABC = \triangle AOB$
 $+ \triangle BOC + \triangle COA$



◎三平方の定理の利用

$AO^2 = AE^2 + OE^2$



◎角の二等分線に関する定理の利用

$\triangle ADC$ で
 $AC : DC = AO : DO$

4 考 察

授業後の生徒の感想の中には、「難しかったが、1つの答えに何とおりも求め方があるから、それを見つけるのが楽しかった。」「ヒントを聞いて、なんやか解いていくことができた。」など、意欲的な取り組みが多数見られた。1つの課題をいくつかの方法で解決することは、数学的な見方や考え方を育てるうえで有効であったと思う。

参考文献 平成8年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 斎藤寿美子

(北井上中学校 森岡 俊哉)

九九表の中からきまりを見つけよう (3年)

1 授業のねらい

九九表の中から見つけられる規則性を発見し、その規則性を証明する手段として文字を使用することの有効性を理解させる。

2 指導計画

二次方程式学習後

課題学習「九九表の中からきまりを見つけよう」……………1時間(本時)

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	
九九表の中から規則性を見つけだし、その規則性がいつでも成り立つわけを文字を使って証明してみよう。	
2 グループで規則性を見つけ出す。 3 見つけた規則性を文字を使うことによって各自で証明する。	<ul style="list-style-type: none"> • より多くの規則性を見つけださせる。 • 文字を使うことによって、それらの規則性がいつでも成り立つといえることに気づかせる。 • 正しく文字を使って表すことができているか確認する。

生徒の見つけた規則性

- ① 右の表の斜線を中心にして、対称に数が並んでいる。
- ② aの段の99では、その答えはaずつ増えていく。
- ③ aの段の九九とbの段の九九の答えの和は、(a + b)の段の九九の答えに等しい。
- ④ 縦(横)に並んだ3つの数の両端の数の和は、まん中の数の2倍に等しい。
- ⑤ 斜めに並んだ3つの数の両端の数の和とまん中の数の2倍との差は、2か-2である。

	か け る 数								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

⑥ $\begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$ のような4つの数で、

(ア) たすきになっている2数の和は、差が1である。

(イ) たすきになっている2数の積は、等しい。

⑦ $\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline d & e & f \\ \hline g & h & i \\ \hline \end{array}$ のような9つの数で、

(ア) 9つの数の和は、まん中の数の9倍である。

(イ) $a + c + g + i = 4e$ である。

(ウ) $b + d + f + h = 4e$ である。

(エ) $ai = cg$ である。

証明については、かけられる数をa、かける数をbで表して

	-----	$b - 1$	b	$b + 1$
⋮				
$a - 1$		$(a - 1)(b - 1)$	$(a - 1)b$	$(a - 1)(b + 1)$
a		$a(b - 1)$	ab	$a(b + 1)$
$a + 1$		$(a + 1)(b - 1)$	$(a + 1)b$	$(a + 1)(b + 1)$
⋮				

以上のような文字を使って、大半の者が証明できていた。

4 考 察

カレンダーの中から規則性を見つけることを、これまでの学習で行っているのので、それに似たような規則性は早く見つけられたように思う。新たな規則性を見つけだすことにグループで意欲的に取り組んでいた。また、証明するにあたっては、カレンダーでは、1つの文字だけで証明できたが、九九表の方では、かける数とかけられる数を2つの文字で表す必要があることに気づかなかった生徒が以外と多く、行きづまっていたように思われる。2つの文字をつかえばよいことに気づいた時、証明はスムーズに進んだようである。

参考文献 平成7年度「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導」 柳本 恵子

(北井上中学校 森岡 俊哉)

なぜ面積が増える？（3年）

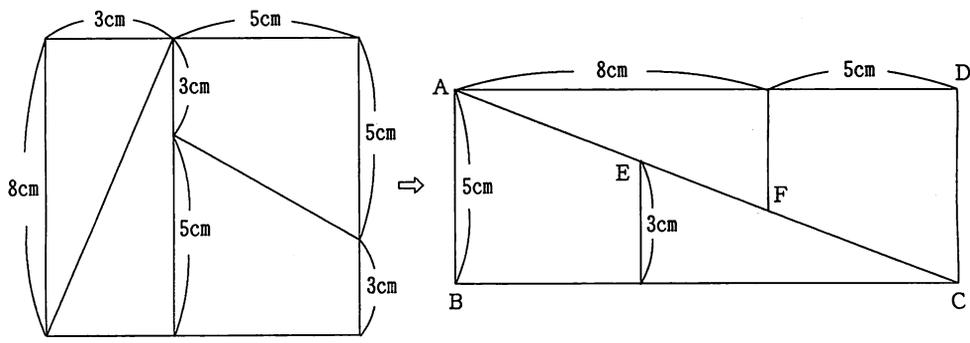
1 授業のねらい

一見して正しいと思われる数学的な推論から、矛盾した結論が出たのはなぜか。推論のどこに誤りがあるのか。そのような問題には、生徒たちが自然と疑問を抱き、その解明に向かって積極的に取り組んでいける良さがある。そして、直観だけでなく、既習したことにも結びつけられ、課題学習として扱うことで、単元を超えたいろいろな角度からの見方・考え方につなげていくことができると考え、この課題を設定した。

2 指導計画

なぜ面積が増える？……………1時間（本時）

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <p>問 図のように正方形を4つの部分に切り取り、それらを並べかえて長方形をつくると、面積が1cm^2だけ増えました。なぜ、面積が増えるのか。その間違いを見つけ、理由を考えよう。</p>  <p style="text-align: center;"> $(5 + 3)^2 = 64$ $5 \times (5 + 8) = 65$ </p>	
<p>2 各自で間違いを見つける。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 図を見て、間違いを見つける。 • 実際に図を切り取り並べ替えてみる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
3 気づいたことを発表する。	<ul style="list-style-type: none"> • 実際の並べ替えで、すき間があいているところを確認する。
4 すき間ができる理由を考える。	<ul style="list-style-type: none"> • 三角形の相似や直線の傾きの考え方など助言する。
5 わかったことを発表する。	
6 まとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> • 授業後の感想をかく。

◆ 授業の実態

課題は、見た目にも難問という感じはなく意欲的なスタートが切れたように思う。問題把握も簡単でクイズ的な要素もあり、課題学習として好奇心を持って取り組むことができた。

<自己解決>

- 面積による違いや、実際にピースを並べ替えることは、個人差に関係なく分かりやすく納得しやすいようであった。また、並べ替えることにより、面積の違いが、すき間ができることによるものであることが視覚的にとらえられたので分かりやすかったようである。
- 計算で面積の違いが 1cm^2 になることが分かる。 1cm^2 の面積が、思ったよりも小さなすき間になることに驚いていた。

<グループ学習>

- 「数学的に理由を考える」ときは、個人差が表れやすい所であるが、グループ学習にすることで、取り組みやすかった。
- 相似を使っての説明は、どのグループも話し合いが進み考えをまとめることができたが、傾きを関数の式で説明することは、難しかったようである。

4 考 察

本時の課題については、一見図形の問題と思うが、関数の考え方など単元を超えたいろいろな既習の内容からのアプローチができ、実際に作業して確認できることで、苦手な生徒にも成就感を味わうことができる。また、三角形の相似や直線の傾きの考え方を使って、長方形のA, E, Cが一直線にならないことを明らかにするところでは、実際的な問題が数学的に説明がつくことができ、数学の理論性を認識するのに役立ったように思う。

参考文献 平成11年度「選択数学の実践研究」 高橋 勤子

(北井上中学校 森岡 俊哉)

編集にたずさわった人

阿部正直	徳島市城東中学校
生田潤一郎	徳島市城西中学校
伊藤藤浩二	徳島市川内中学校
猪谷正治	海部郡由岐中学校
上田正美	三好郡池田中学校
大川良文	徳島市徳島中学校
香川朗	徳島市徳島中学校
河北野恵子	板野郡藍住東中学校
紅田露雅哉	勝浦郡上勝中学校
齋藤友大	阿南市阿南第二中学校
佐川佳織	鳴門教育大学附属中学校
清川水浩	阿波郡阿波中学校
庄野泰志	那賀郡宮浜中学校
鈴江美紀	阿南市福井中学校
田岡一雄	鳴門市第一中学校
多田千啓	板野郡北島中学校
徳永上	美馬郡穴吹中学校
中西浦陽	徳島市八万中学校
長谷田勝	鳴門教育大学附属中学校
松田浦理	名西郡石井中学校
宮村瀬久	阿南市阿南第一中学校
森岡俊夫	徳島市川内中学校
森本千晶	徳島市城東中学校
吉田速人	徳島市北井上中学校
和	麻植郡鴨島第一中学校
	小松島市小松島中学校
	徳島市富田中学校