

**個を生かし,自ら学ぶ力を育てる学習指導
(実践研究)**

平成 7 年 4 月

徳島県中学校教育研究会数学部会

ま え が き

徳島県中学校教育研究会数学部会会員の先生方には、新しい学習指導要領による数学教育実践に日々取り組まれ、また、本部会発展のために御尽力いただき、厚く感謝申し上げます。

平成5年4月より、中学校の授業は新しい学習指導要領のもとの全面実施となり、はや2年が経過いたしました。すでに御理解いただいておりますとおり、生徒の主体的な学習を促し数学的な見方や考え方の育成を図るため、「課題学習」が指導計画に位置付けられ実施されているところであります。

本部会では、平成2年度より「課題学習」に焦点を当て研究に取り組んできましたが、先見性のある研究であったと喜んでいるところであります。平成6年度も「たくましく心豊かな生徒を育てる数学教育」—— 個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導 —— を研究テーマとして、①ティーム・ティーチングの指導、②課題学習の研究、③自ら学ぶ力を育てる数学指導、④選択教科としての数学の指導の4分野について研究実践された内容で編集をいたしました。

私たち教師は、「新しい学力観」のもと、21世紀を創造的に生きていく生徒を育てようとしています。数学科では、課題学習の授業がそのための大きな役割を担っています。各学校におかれましては、学校の実態に応じて既刊の研究誌と本書を併せてご活用いただき、すべての生徒が数学に対する興味・関心を高め、活用力や創造力を身につけていく課題学習を実践していただくようお願いいたします。

終わりに、本書の編集にご尽力くださいました研究委員の先生、事務局の先生方に厚くお礼を申し上げます。

平成7年4月

徳島県中学校教育研究会数学部会

会 長 新 居 克 行

目 次

<チーム・ティーチングの指導>

- | | | | | |
|---|---------------------|------------|-------|----|
| 1 | T・Tによる習熟度別コース学習 | 小松島市小松島中学校 | 春木 透 | 3 |
| 2 | T・Tの指導形態例 | 海部郡牟岐中学校 | 猪谷 正治 | 7 |
| 3 | T・Tにおけるコース別学習の効果と課題 | 阿波郡市場中学校 | 西山 伸二 | 11 |

<課題学習の研究>

- | | | | | |
|----|---------------------|------------|-------|----|
| 4 | 九九表の中からきまりを見つけよう | 徳島市城西中学校 | 柳本 恵子 | 19 |
| 5 | 星形図形のなぞ? | 徳島市富田中学校 | 粟田 恭史 | 23 |
| 6 | 基石の入れ換え | 徳島市八万中学校 | 立山 一郎 | 27 |
| 7 | 1組の三角定規を使った問題 | 徳島市南部中学校 | 中橋 直子 | 32 |
| 8 | T型パズルで遊ぼう | 阿南市阿南第一中学校 | 庄野 泰志 | 36 |
| 9 | プールサイドの面積の不思議 | 勝浦郡福原中学校 | 武田 純子 | 40 |
| 10 | たるの中のくぎは何本? | 板野郡藍住中学校 | 岸田 恭子 | 44 |
| 11 | 四角形の各辺の中点を結んでできる図形 | 麻植郡美郷中学校 | 山野井貴子 | 48 |
| 12 | 三角形や四角形から平行四辺形をつくろう | 美馬郡脇町中学校 | 松田弥重子 | 52 |
| 13 | 列車のダイヤグラム | 三好郡三加茂中学校 | 和田 裕滋 | 56 |

<自ら学ぶ力を育てる数学指導>

- | | | | | |
|----|----------|----------|-------|----|
| 14 | マッチ棒を使って | 名西郡石井中学校 | 鈴木賀代合 | 63 |
| 15 | わたしてきれい? | 那賀郡相生中学校 | 山田 加奈 | 68 |

<選択教科としての数学の指導>

- | | | | | |
|----|------------|------------|-------|----|
| 16 | 選択教科「一般数学」 | 鳴門市鳴門第一中学校 | 齋藤 大輔 | 73 |
|----|------------|------------|-------|----|

「教師の指導」の役割の重要性は改めて強調したい。

教師の仕事は、社会生活の目標（職業目標）の達成のために、職業生活の

訓練である。そのために、教師は、職業生活の訓練の専門家として、職業生活の

訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。

職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として

果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家

として果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の

専門家として果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の

訓練の専門家として果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業

生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、

職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の訓練の専門家としての

役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の訓練の専門家

としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の訓練

の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生

活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。

職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として

果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門

家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の

訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職

業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として

果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門

家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の

訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職

業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として

果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門

家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の

訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職

業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として

果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門

家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の

訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職

業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として

果たす。職業生活の訓練の専門家としての役割を、職業生活の訓練の専門

家としての役割を、職業生活の訓練の専門家として果たす。職業生活の

ティーム・ティーチングによる指導のねらいと改善

今日の数学教育の学習指導における課題は、学習進度の遅れがちな生徒を含め、すべての生徒がその能力・適性に応じた指導をいかに受けるかにある。その手だてとして、T.Tによる学習指導の実践がなぜ必要とされるのか簡単に述べてみたい。

一斉指導は、生徒の多様な能力や適性に応じた指導を行うには、この指導方法だけでは十分であるとはいえない。学習進度の著しく異なる生徒の指導に当たって一人の教師では十分に対応しきれていないのが現状である。

教師間の授業場面における協力を直接的協力、授業の指導案の作成や教材研究、教具の作成等を間接的協力と区別することしよう。本来、両者は密接に関連しながらすすめられるべきであるが、実際の教育現場においては、生徒指導や事務処理の多忙さもあって、必ずしもそうではない現状がある。従来授業形態における教師間の協力が、間接的協力にとどまり、授業場面における直接的協力にまであまり関心もたれてはいなかった。

しかしながら、特に数学のように一人一人の生徒の習熟度にかかなりの隔たりが見られる教材については、個に応じた学習指導ができやすい環境づくりが早急に求められるように思われる。

ここ1年間T.Tによる指導を実施してきたわけであるが、十分な教材研究もできず、生徒たちの学力・学習意欲を伸ばすことができなかった反省として、気がついた点を挙げたい。

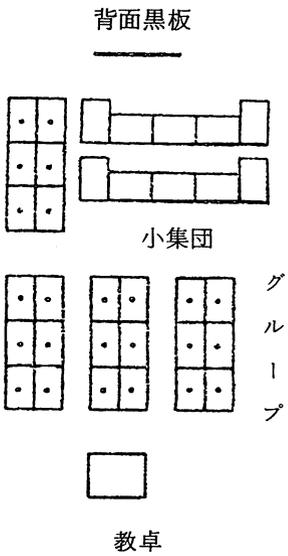
- 2人の教師の指導する範囲をはっきりと分担することは効果的ではあるが、その場合でも2人の教師が指導の全体の流れをつかみ、互いの協力によって実際の生きた授業を組み立てていく気配りが必要である。
- 1人の一斉授業では難しかった学習の動機づけの工夫をし、説明の工夫や個別指導、生徒の自信につながる励ましを2人の教師とも精力的に取り組む努力が必要である。
- 各授業における目標を2人の教師の事前の教材研究で明確にし、その目標達成に向けての授業の流れを段階的に組み立てておく準備が必要である。
- 従来の一斉授業の時の固定観念や授業観にとらわれず、新しい授業を創造していく柔軟な姿勢が教師に求められている。
- 習熟度別コース学習は、生徒にとって非常に意欲的に取り組むことのできるものであるが、そのコースの分け方、進度との兼ね合わせなど課題も多い。今後、これらのことを一つ一つ解決しながら前向きに取り組みたい。

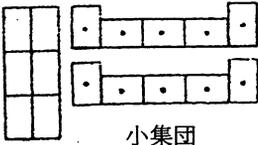
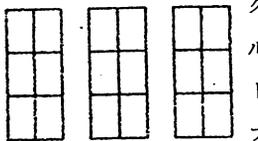
今後T.Tによる指導方法に研究が次々となされ、この授業形態が多くの学校で定着されることを願うばかりである。我々が今後のT.Tによる指導の研究として、T.Tによる数学指導を実践される先生方のよき話材にして頂ければこの上ない幸いである。

3 指導計画

- (1) 方程式とその解…………… 3時間
- (2) 方程式の解き方…………… 3時間
- (3) 方程式の利用…………… 4時間
- (4) 診断テスト…………… 1時間
- (5) 習熟度別コース学習…………… 2時間 (本時2/2)

4 展 開

学 習 活 動	活 動 へ の 支 援	学 習 環 境
<ul style="list-style-type: none"> ・希望調査のとおり、小集団学習とグループ学習の2つに分かれ課題プリントに取り組む。 	<ul style="list-style-type: none"> ・一人ひとりに本時の課題をしっかりとらえさせる。 	
<p>○グループ学習</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1元1次方程式の計算問題に取り組む。 ・$ax + b = cx + d$の基本形を解く。 ・小数や分数を含む問題にも取り組む。 <p style="text-align: center;">↓</p> <ul style="list-style-type: none"> ・各自、プリントを一通り行った後、各つまづきに対して、ヒントプリントを利用して自分の力で問題を解いていくようにする。 	<ul style="list-style-type: none"> ・T・Tを組み、個に応じた指導・援助を行う。 ・グループ学習はT1, T2の2人で指導援助を行い、つまづきが見られる場合には、適宜助言する。 ・小数や分数を含む方程式は係数を簡単にしてから解くよう指導する。 ・各自のつまづきに対しては、互いに相談し合ったり、ヒントプリントを利用して解決させる。 ・解答を示し、自分でチェックさせる。 	<p style="text-align: center;">背面黒板</p>  <p style="text-align: center;">小集団</p> <p style="text-align: right;">グ ル ー プ</p> <p style="text-align: center;">教卓</p>

学 習 活 動	活 動 へ の 支 援	学 習 環 境
<ul style="list-style-type: none"> 文章題に取り組む。 方程式を立式し解の吟味をし答を求める。 全部の問題に取り組んだ後、分からない問題は、ヒントプリントによる立式に再挑戦してみる。 	<ul style="list-style-type: none"> 文章題から数量を取り出し、等しい関係にある2つの数量や、1つの数量で2通りに見られるものを見つけさせ方程式を立てさせる。 解の吟味の必要性を指導する。 解答を示し、自分でチェックさせる。 	
<p>○小集団学習</p> <ul style="list-style-type: none"> 1元1次方程式の計算問題に取り組む。 ↓ 分からない問題は、ヒントプリントを見て解いてみる。 文章題に取り組む。 ↓ ヒントプリントを見ながら数量関係を取り出し方程式を立て問題の解決を図る。 	<ul style="list-style-type: none"> T3が1人で指導を行う。 方程式の解の意味や基本的解法（移項等）に習熟させる。 個に応じた指導を適宜与える。 各自のつまづきに対してはT3が背面黒板を用いて説明し、つまづきを克服して問題を解決できるように援助する。 過不足、距離・速さ・時間、割引等、実際の問題を方程式になおせるよう細かい指導をする。 	<p style="text-align: center;">背面黒板</p>  <p style="text-align: center;">小集団</p>  <p style="text-align: center;">グループ</p>  <p style="text-align: center;">教卓</p>
<ul style="list-style-type: none"> T1, T2, T3の指示に従って、各自どこまで理解できたかを整理していく。 	<ul style="list-style-type: none"> 各生徒の習熟度、達成度等の状態を把握して今後の授業の参考とする。 	

5 考 察

(1) 生徒の感想

- 習熟度別コース学習にも慣れ楽しくできた。もう少し、回数を増やしてじっくりやって欲しいと思う。
- 先生が、いつでも教えてくれるし、ヒントプリントも付き、全く分からなかった所が、少し分かるようになった。
- みんなと一緒にしているから、まちがいが良く分かり、一人でやっているときよりも効果的である。難しい問題の方程式の作り方などが良く分かった。
- 小集団で先生が説明しながら、小集団の子といっしょに問題を解いていくのがとっても良かった。
- 方程式が少し苦手だったけれど、だいたい解けるようになった。これからも方程式だけでなくいろんな所を習熟度別コース学習でやってみたい。
- 他のクラスの人といっしょに勉強できて楽しかった。
- 先生が1人のときより楽しい。

(2) 成 果

- 生徒の個人差に対応する指導が十分にできるようになった。
- 生徒の学力に応じる指導がこれまで以上に可能になった。
- 個別学習やグループ学習を取り入れることに不安がなくなった。
- 成績の下位の生徒に、自分もできたという自己成就のよるこびがあった。
- 学級の壁を越え、オープンに生徒に接する事ができた。
- 授業になかなか意欲的に取り組むことができなかった生徒が、進んでわからないことを質問したり、ヒントカードで調べたりしようとする姿が見られた。

(3) 今後の課題

- 今年は時間割を3学級単位で同時間帯に組んでもらい、習熟度別コース学習を行うことができた。また、習熟度別コース学習の時間をもっと増やして欲しいという生徒の意見もあるが、習熟度別コース学習の時間は復習の時間になり、進度が遅れがちになる。
- 事前に、ねらい、指導内容、指導方法（展開を含めて）、生徒の実態、教師の役割分担等の綿密な打ち合わせが必要であるが、実際打ち合わせの時間が十分とれないのが実状である。
- 自分で十分に考える前に、グループの中で相談して（教師に相談して）解決してしまうという傾向がある。
- 希望票によるコース分け、コース別のプリント作成、ヒントプリントの作成等時間がたくさんかかる。

(小松島中学校 春木 透)

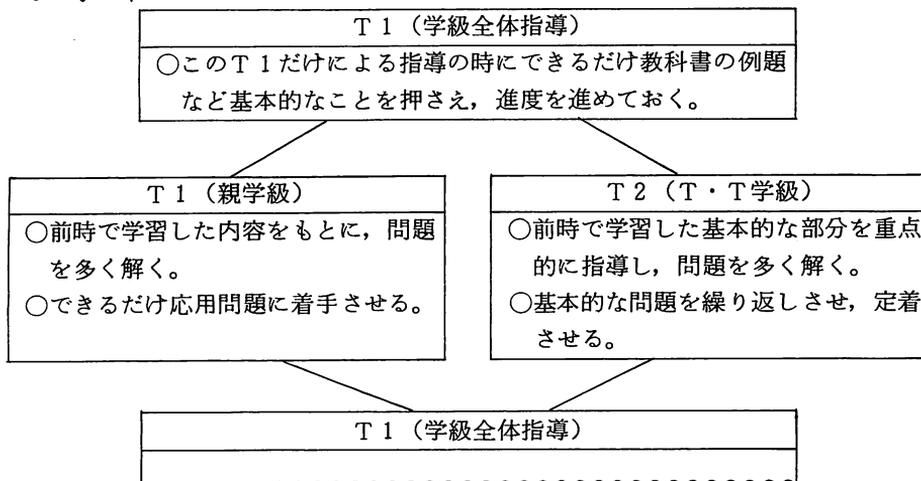
ティームティーチングの指導形態例

1 実践の方法

- (1) 2学年・3学年において実施し、どちらの学年も各学級を習熟度別に分けて、T・T担当教員がそれぞれの学級で主となって指導している。分けるにあたっては昨年度の成績などをもとにして、習熟度下位の5～6名程度にしぼることにした。
- (2) 習熟度下位の学級をT・T学級と呼び、この学級をT・T配属教員(T2)が別の教室で指導し、残りの学級の生徒を担当教員(T1)が指導する。
- (3) 実施時数は、2学年では週4時間すべて、3学年では週2時間で実施している。
- (4) 2 学 年

T 1 (親学級)	毎時間T・Tで	T 2 (T・T学級)
○教科書・『数学演習』等を使用し、授業を進める。	あるため、それぞれが独立して授業を進めていることになる。	○教科書・『数学演習』等を使用し、授業を進める。
○応用問題を多く解くことに重点を置く。		○教科書の内容であっても、難解なものは軽く流す。
		○基本問題を多く解くことに重点を置く。
	習熟度別学級	

- ① 指導方法に違いが生じないように、事前の打ち合わせを綿密に行う。
- ② T1は毎時間終了後、T・T学級の様子をT2に確認し、習熟の程度を把握しておく。また、指導の範囲も確認しておく。
- ③ 学習内容(例、図形の証明)によっては、習熟度別に分かれずに、全員親学級で授業を受ける。その場合、T2は机間巡視にあたる。
- (5) 3 学 年



- ① T2に対して、前時の指導内容や次時の指導問題の説明等のために必ず事前打ち合わせの時間が必要である。
- ② 分かれて行う場合の問題数（特にT2の方の基本的な問題数）が教科書・『数学演習』だけでは不足気味になるため、別問題を多く用意する必要がある。
- ③ T1による全体指導時の進捗状況によっては、分かれてもT2に内容を進めてもらう場合もある。
- ④ ③とは逆に分かれる時間であっても、状況により全員親学級で授業を行う場合もある。その場合はT2は、T・T学級の生徒を中心に机間巡視にあたる。

2 授業のねらい

- (1) 数学科においては、同一学級内においても習熟の程度の差が大きい。そこで、各習熟度に応じた授業を行うことにより個性化教育の推進を図ることをねらいとし、T・Tにより習熟度の特に低い生徒に対する個別指導の充実を図る。
- (2) 一人一人の基礎学力の充実を目指し、数学に対する興味・関心が高まり、意欲的に取り組む姿勢を育成する。

3 指導計画

- (1) T・T学級編成に際して、保護者には家庭訪問の時などを利用して、各学級担任よりT・T学級のねらいなどを十分に説明してもらい、理解を得ておく。そのうえで希望を聞き、あくまで保護者・本人の気持ちを尊重して学級を編成する。
- (2) 一年間固定ではなく、学習状況や希望による変動は考える。
- (3) 各学級担当者2名で、毎週の反省と次週の計画を立てる。また、必要に応じて実践組織全体による研究会を持つ。
- (4) 習熟度の評価は共同で行う。

4 展 開

- ・ 二次方程式の解の公式・・・・・・・・・・・・・・・・・・3時間。

- ① 二次方程式の解の公式を導き、その公式を理解する。・・・T1・T2（1／3）

T1学級 学習活動	T2学級 学習活動
<ul style="list-style-type: none"> ・一般の二次方程式、$ax^2 + bx + c = 0$を解き解の公式を導く。 ・具体的な数値の式と対比させながら解く。 ・解の公式をまとめる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・解の公式について知る。 ・何回も書いたりして、いろいろ工夫しながら公式を身につける。 ・解の公式を使って、二次方程式を解く。 <ul style="list-style-type: none"> ① a, b, cともに正の数だけの式 ② bが負の数である式

② 二次方程式の解の公式を使って、二次方程式を解く。・・・T1（全体）（2/3）

学 習 活 動
・解の公式を使って、二次方程式を解く。 ① a, b, c ともに正の数だけの式（根号内より整数のでない式） ② b が負の数である式（根号内より整数のでない式） ③ 根号内より整数のである式（約分できるものを含む） ④ 根号部分が整数になる式

③ 解の公式を使って、二次方程式が解けるようにする。・・・T1・T2（3/3）

T1 学級 学習活動	T2 学級 学習活動
・解の公式を使って、二次方程式を解く。 ・根号内の計算に注意して、速く、正確に解けるようにする。 ① a, b, c に負の数を含む式 ・解の公式は $ax^2 + bx + c = 0$ の形の二次方程式に用いられることを確認する。 ② 並び方が一般的でない式	・前時のような二次方程式をもう一度解き、一般的な式の解き方を身につける。 ・根号内の計算に注意して、正確に解けるようにする。 ① a, b, c に負の数を含む式 ・解の公式は $ax^2 + bx + c = 0$ の形の二次方程式に用いられることを確認する。 ② 並び方が一般的でない式

5 考 察

(1) 生徒のアンケートより

① T・T学級の生徒に対して

ア. T・T学級で授業を受けて良かったですか？（はい 93%, いいえ 7%）

イ. どのようなところが良いですか？

- ・個別に指導してくれるから、わかりやすい。
- ・どんどん進むのではなく、自分がわかるまで教えてくれるから。

ウ. いやだと思ふようなことはありますか。

- ・他の生徒が自分のことをどのように考えているのか気になる。
- ・他の生徒にバカにされる。

② 親学級の生徒に対して

ア. 自分もT・T学級で受けたいですか？（はい 46%, いいえ 54%）

イ. どうして受けたいのですか？

- ・わかりやすそうだから。
- ・詳しく教えてもらえそう。
- ・わからないとき気を使わずに質問できそうだから。

- ・少人数で集中できそうだから。
- ウ. どうして受けたくないのですか？
 - ・今のままでもわかるから。
 - ・頭が悪いと思われたくない。はずかし。
 - ・進むのが遅くなり、解く問題数が少なくなるから。

(2) 成 果

- ① 昨年度と大きく形態を変えて取り組むことになり、内心どうなることか、どのような結果が出るか心配であったが、上記の(1)①の受けて良かったと思える生徒の割合や、(1)②の受けたと思う生徒の割合が半数近くいることから考えると十分な成果が出たのではないかと思う。確かに、成績として表れてくるのが本当の成果かもしれないが、これまで教室の中で時間だけが過ぎるのをじっと待っていた生徒に「やる気」を与えることができたことや、多くの生徒が「わかりやすい」と思っているわけであるから、精神的な成果は大きいと思う。また、成績の方にも必ず表れてくるはずである。
- ② T・T学級の生徒の反応だけでなく、親学級の生徒の中に「速く進めるから」「難しい問題を多く解けそうだから」という意見もあったが、これは数学がある程度できる生徒の本当の気持ちかもしれない。これまでの授業で、速くできて周りを待たなければならなかった生徒にとっても、この形態は良かったようである。
- ③ 昨年度は研究不足も関係するのだが、教室の後ろで見ていることの多かったT2担当の教師も、この形態であれば指導しやすいようであるし、活躍の場も多くなった。

(3) 課 題

- ① T・T学級に期待しながらも、周囲の目が気になり参加できない生徒や参加している生徒をバカにする生徒がいるのは最大の課題である、変な劣等感や優越感をなくし、どちらの教室の生徒も自分を見つめ自然に授業に参加できるようにしなければならない。
- ② 2学年と3学年の形態のどちらがよいかについては、結論を出すのはまだ早いようである。まずは、今年度最後までやってみて考えてみたい。
- ③ どちらの学年も進度を合わせるためには、T・T学級の方で教科書の内容を省略していかなければならないわけであるが、どの部分を省略するか検討しなければならない。
- ④ 現実的には無理かもしれないが、T2担当教師もやはり数学専門である方が望ましい。

(牟岐中学校 猪谷 正治)

T・Tにおけるコース別学習の効果と課題

1 実践方法（コース別学習）

(1) 学習の流れ

一斉指導 → 自己診断テスト → （生徒選択） → 習熟の程度に → 評価テスト
援助型学習 自己採点, 自己評価 応じた学習

(2) 習熟の程度に応じた学習の内容

基本コース・・・一斉指導で学習内容が理解できていない生徒に教師がついて基礎・基本の定着を図る。

習熟コース・・・学習内容を理解しているがミスをする生徒の学力の向上を図る。

発展コース・・・到達目標を達成した生徒がより高度な問題に挑戦し思考力や創造力を養う。

(3) 自己診断テストと評価テストの位置づけ

自己診断テストは、単元が終了した時点で、生徒が自分のその単元での理解度を自ら見極めて、実力の補填や一層の実力向上を目指すために行いそれを手がかりとして自己に適したコースを選択する。

評価テストは、コース別学習で実力の養成を図った後に、生徒の単元における学力の定着度を見るために行う。

自己診断テストも評価テストも内容は同じ程度の問題で作成してあり、問題の難易度を記号で示してある。

△・・・基本的な問題 ○・・・標準問題 ◎・・・やや難しい問題

また、問題の配列は、生徒が勘違いしないようにパターン別にしある生徒は、自己診断テストと評価テストのそれぞれの分類別の正解数を表に書き記す。そして、生徒はその時点での自分の理解度を知り、弱点克服への取り組みにかかる。教師は、その表によって生徒のつまづき易い箇所やそれぞれの生徒の到達度を知るとともに、自己診断テストから評価テストまでの実力の伸び具合を把握して今後の取り組みへの参考にする。

(4) 評価について

○ 教師による評価

- ・ 授業の中で、意欲・関心など、学習状況について複数教員で把握し、評価に役立てる。
- ・ 自己診断テスト、評価テスト、定期テスト等を分析し、個に応じた指導の手がかりとする。

○ 生徒自身による評価

- ・ 自己評価をすることにより、つまづきや理解の程度を生徒自身が明確にし、次時の学習に生かす。（自己診断テスト、評価テスト）

2 授業のねらい

系統性が強く、学力差の比較的大きい数学科でチーム・ティーチングを実施し一斉指導時における個別指導やコース別学習をすることにより、基礎・基本の確立と個々の習熟の程度に応じた学習内容を身につけさせる。

習熟の程度により低い生徒には理解不十分な原因や思考過程を見極め、きめ細やかな指導を行う。また、積極的に学習し、目標を達成できた生徒には発展的な学習を行うなど、個々の生徒の能力や個性に応じた授業展開の工夫、改善に努める。そのことにより、生徒自らが学ぶことの楽しさや試行錯誤しながら理解できたときの成就感を味わうことにより数学への興味・関心を高め、意欲的に学習する生徒の育成を図る。

3 指導計画

(1) 実施体制

1年生は週3時間のうち1時間、2年生は週4時間のうち2時間、3年生は週4時間のすべての授業をチーム・ティーチングで指導している。なお、今回の実践は、3年生を対象に行ったものである。

(2) 授業形態

基本的には、主になる教員が一斉指導をし、副になる教員が個別指導に当たる一斉指導援助型で授業をし、単元終了後、習熟の程度に応じたコース別学習を行っている。

① 一斉指導援助型

1、2年は、全時数を担当している教員が主になって一斉指導をする3年はクラスによって、主、副の教員を固定し、一斉指導は主になる教員が行う。練習問題などをするときの個別指導、グループ学習では複数教員は同等であるという意識のもとで指導に当たりヒントを与えたり生徒の解法を把握し、個に応じた指導をする。

主になる教員が一斉指導をしているとき副の教員は学習意欲が乏しい生徒や学習内容が理解できにくい生徒の指導に当たる。また、学習への関心、態度や理解の程度について評価する。

② 習熟の程度に応じたコース別学習

一斉指導援助型による授業で、単元を終了した後、基礎的、基本的事項の習熟を図る。まず、自己診断テストで自己採点、自己評価し理解度や定着度を把握する。そこで、生徒自ら、個々の学習目標に応じたコースと学習方法を選択し、類型別、難易度別に作成したワークシートで習熟の程度に応じた学習をする。更に学習を要する問題については、ドリル問題で理解を深める。この時の学習環境としては基本、習熟、発展の3コースに別れて、座席を移動し、進度に合わせて自由に活用できるように解答、ドリル、難問等は一定場所に置き、生徒選択によるコース別学習をする。その後評価テストを行い、個々の生徒の学力の伸びについて分析し、学習への手がかりとする。

4 展 開

学習指導案

- (1) 学年・・・第3学年
- (2) 単元名・・・二次方程式の解
- (3) 目標・・・T. T学習の方法を一斉指導援助型学習からコース別学習に切り換えることにより、生徒一人一人に対応した「個に応じた指導」を目指す。
- (4) 指導計画・・・一斉学習(9時間)→自己診断テスト(1時間)→コース別学習(2時間)→評価テスト(1時間)
- (5) 本時の目標・・・二次方程式の解の解法のとまめにあたり、コース別学習の方法になれるとともに、基礎・基本の定着を図る
- (6) 本時の指導展開

学習内容	学習形態	学習活動		個に応じた指導の手だて		教材・教具 資料等	評価の観点
		生徒の主な活動	指導上の留意点	T1	T2		
本時の学習の展開	一斉	<ul style="list-style-type: none"> ・自主選択したコース別の学習形態に分かれる。 ・プリントを受け取る。 ・本時の説明を聞く。(全体) ・各自、プリントに一通り目を通し、前回の自己診断テストと対比する。 ・各自、不得意なところはどこかを十分に把握する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の説明を全体に行う。 ・パターン別プリント配布。 		<ul style="list-style-type: none"> ・パターン別プリント 	<ul style="list-style-type: none"> ・集中して学習に取り組んでいるか ・学習ではお互いに相談しあっているか ・粘り強く解決しようとしているか ・(関心・意欲・態度) ・各観点ごとの内容の理解ができていますか ・(知識・理解) ・問題を解いた達成感を味わえたか 	
発展的学習	個別 意図	<ul style="list-style-type: none"> ・どのコースにいくか自分自身で決める。 ・座席を移動させる。 ・各自、自分のペースで学習を進めていく。 <p>Aコース</p> <ul style="list-style-type: none"> ・二次方程式に関する簡単な問題が解けるように、段階を追ってプリント学習を進めていく。 ・分からないところはT1に聞く。 <p>Bコース</p> <ul style="list-style-type: none"> ・二次方程式に関する標準的な問題が解けるように、段階を追ってプリント学習を進めていく。 ・ドリルを多く行う。 ・友達と教えあいをする。 ・分からないところはT2に聞く。 <p>Cコース</p> <ul style="list-style-type: none"> ・応用問題にチャレンジする。 ・分からないところはT2に聞く。 <p>◎答え合わせは各自が、適時行う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・主にB・Cコースの生徒の援助にあたる。必要があれば黒板・小黒板を使って説明を行う。 ・Bコースについては内容の理解・ドリルに重点を置く。 ・Cコースについては「なぜか?」を考えさせるところに重点を置く。 	<ul style="list-style-type: none"> ・主にAコースの生徒の指導にあたる。必要があれば黒板を使って説明を行う。 ・問題が「解ける」ということに重点を置く。 	<ul style="list-style-type: none"> ・パターン別プリント ・問題解答 	<ul style="list-style-type: none"> ・各観点ごとの内容の理解ができていますか ・(知識・理解) ・問題を解いた達成感を味わえたか 	
まとめ	一斉	<ul style="list-style-type: none"> ・T1・T2の指示に従って各自どこまで理解できたかを整理していく。各自の理解度を自分自身で把握して、今後の学習に生かしていく。 	<ul style="list-style-type: none"> ・本時のとまめ。 ・次時の予告をおこなう。 				

数学科 自己診断テスト

3年 組 番 氏名 _____

1. 次の式を因数分解せよ.

△(1) $x^2 - 25$

△(2) $x^2 - 1$

○(3) $x^2 - \frac{1}{4}y^2$

△(4) $ab - ac$

○(5) $10a^2b + 5b^2$

○(6) $x^2 + 5x + 6$

○(7) $x^2 - 10x + 24$

○(8) $x^2 + 9x - 36$

◎(9) $2x^2 - 12x + 18$

◎(10) $30x^2 + 54ax + 27a^2$

2. 次の方程式を解け.

△(1) $x^2 = 64$

△(2) $2x^2 = 18$

○(3) $3x^2 - 36 = 0$

○(4) $12x^2 = 3$

○(5) $32x^2 - 10 = 0$

○(6) $(x+1)^2 = 36$

○(7) $(x-4)^2 = 2$

◎(8) $(x + \frac{1}{3})^2 = \frac{4}{9}$

3. 次の方程式を解け.

△(1) $x^2 + 7x + 12 = 0$

△(2) $x^2 - 6x + 5 = 0$

○(3) $x^2 + x - 30 = 0$

○(4) $x^2 - 3x - 54 = 0$

○(5) $x^2 + 18x + 81 = 0$

○(6) $5x^2 - 100x + 500 = 0$

○(7) $x^2 + 10x = 0$

○(8) $6x^2 - 9x = 0$

4. 次の方程式を解け.

○(1) $x^2 - 5 = 4x$

◎(2) $54 - 3x = x^2$

○(3) $x^2 = 9x$

◎(4) $3x^2 = 24 - 6x$

◎(5) $(y-4)^2 - 45 = 0$

◎(6) $(x + \frac{1}{2})^2 - \frac{3}{4} = 0$

5. 次の方程式を解け.

△(1) $x^2 + 3x + 1 = 0$

△(5) $x^2 - 5x + 2 = 0$

○(2) $x^2 + 5x - 3 = 0$

◎(6) $-x^2 + x + 3 = 0$

○(3) $x^2 - 7x - 4 = 0$

○(7) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

○(4) $x^2 + 4x + 2 = 0$

◎(8) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

5 分析と考察

(1) コース選択の様子

基本・・・13.3% 習熟・・・66.7% 発展・・・20.0%

* 学習回数が増すにつれ、自分にあったコースが選択できるようになる。

○ コース別学習は、単元学習後、2時間程度行う。教師の役割分担としては基本コースは副の教員が学習内容について詳しく説明する。主の教員は全体的な指導と、習熟、発展コースの生徒の援助に当たる。

以下述べる生徒の感想からもわかるように、教師の予想をはるかに越えて、多くの生徒が習熟度別編成による授業を望み、大きな期待を寄せている。生徒の自主性を生かし、自由で開かれた学習環境の中で、思考力が高められ広がりのある学習が可能である。

(2) 習熟度別学習についての生徒の感想

- ・ とても学習しやすい環境であった。自分にあったコースで学習できるのでわかりやすい。これからもこのような授業を続けてもらいたい。
- ・ どこでつまづいているか、自分の弱点がよくわかった。友達と競争しながら学習でき集中力も増すような気がする。
- ・ 友達同士で話し合いながら学習できたのがよかった。苦手だった問題が解けるようになり、だんだんと数学の授業が楽しくなってきた。
- ・ わからない問題について、友達と教え合ったりみんなでヒントを出し合ったりして問題が解けた。ふつうの授業ではできないことができ、勉強しやすかった。

(3) 考 察

生徒の問題についての到達度を難易度別到達度の表で見ると、やはり自己診断テストの到達度は難易度が高くなるにつれて低くなっている。ところが、コース別学習を行った後でする評価テストでの到達度はすべて上昇し、その上昇は難易度が高くなるにつれて高くなっている。だから、ここの単元でのコース別学習は、難易度の高い問題を克服していくのに大きい効果が得られたと言える。

評価テストの結果を見る限りにおいては、2次方程式の単元ではコース別学習の成果が出ていると言える。コース別学習の時の生徒の表情は実にいきいきとして、自主的な活動ができていた。生徒には、コース別学習が好評であった。

今後とも単元が終了する度に、自己診断テストと評価テストを実施していくためには、その内容をさらに吟味して成果があげられるように工夫していかなければならない。

(4) ティーム・ティーチングについてのアンケート結果（対象・全学年） 7月上旬実施

問. ティーム・ティーチングによる数学の授業を受けての感想を書いてください。

- ・ みんなが授業に真剣に取り組み、学習に集中できるようになり、数学のおもしろさがわかってきた。
- ・ 先生が二人になってから質問がしやすくなり、数学の授業に自信がついてきた。

- ・ 質問をしたことがなかったが、先生の方から間違っているところを教えてくれたり説明してくれるので授業が受けやすくなった。
- ・ 先生が一人増えることによって、緊張感もあり全体的に成績も向上してきていると思う。
- ・ 二人の先生がいても、前で教えてくれる先生の方に気持ちがいくからあまりかわらない。
- ・ 先生が交代して授業を進めてほしい。
- ・ すべての数学の授業をチーム・ティーチングでもらいたい。(1, 2年)
- ・ 特定の者に集中しないで、全体的に個別指導でもらいたい。

6 成果と今後の課題

(1) 成 果

- ・ 生徒一人一人の思考過程やつまづきの原因を余裕をもってより細かく把握することができ、個に応じる指導が可能である。その結果、生徒と教師との触れ合いも深まり、積極的な質問も増え、疑問点に答えることができる。また、このことは学習意欲の向上につながり、次時の学習への強い動機付けとなっている。
- ・ 授業スタイルの異なる教師がいっしょに授業することにより、互いに刺激しあい適度な緊張感をもって授業に臨むことができる。教師は、それぞれの特性を生かしながらも相手のよいところを吸収し、より客観的で広い視野にたって授業を進めることができる。そのことが、生徒にも伝わって活気ある学習につながっている。
- ・ 複数の教員で指導に当たることで、個々の生徒により深くかかわりを持つことが可能となる。このことにより、学習意欲が乏しい生徒や理解不十分な生徒に対してマンツーマンで指導していくうちに、興味関心を抱くようになる。「わかる授業」をすることで、生徒指導面の効果も期待できる。
- ・ 自己の習熟の程度を把握し、学習内容、学習方法を自己選択しての習熟度別学習をすることにより、主体的に取り組み個々の能力に応じた学習ができる。

(2) 今後の課題

- ・ 一斉指導援助型による授業で、より効果的に指導するために、複数教員がどのように連携を取って授業を展開すればよいか。
- ・ チームを組む教員が研修し、共通理解を図るための時間を確保することがむずかしい。
- ・ 指導方法の改善を校内の研究課題としその中で、チームティーチングの研修を推進していく。

(市場中学校 西山 伸二)

課題学習の研究のねらい

これまで、数学部会では、「数学科課題学習の研究」ということで、課題学習の在り方や実例の研究に取り組んできた。今回も、「課題学習の授業展開」ということに重点を置き研究員一人ひとりが、実際に授業を行い、その流れや評価の仕方、生徒の反応などについて考えてみた。

課題学習の大きなねらいは、生徒たちに数学を学習することの良さや、楽しさ、成就感などを味わうようにさせるところにある。したがって、課題学習の成否は、まさしく課題の選択によるところが大きいのである。課題のみたす条件としては、

- ① 生徒一人一人が意欲的な追求ができること。
- ② 生徒一人一人が答えに到達して成就感を味わえること。
- ③ 解決の過程において、多様な数学的な見方や考え方ができること。
- ④ 課題の解決を通して、更に発展や一般化が可能であること。

などがあげられる。

課題学習の特徴は、課題に取り組む姿勢の自由さにある。個々の力に応じて、問題を「見つけた」という実感をもち、「できた」という達成感を味わうことができ、「わかった」という気持ちになることが基本になる。そして、それらの質を問題にするよりも取り組みの姿勢や自分なりの解決が得られることに意義をおくことが大切である。そして、力のある生徒には、

- (1) 問題を更に発展させてみる。
- (2) 物事を一般化したり、総合的にとらえることを心がける。

ことなどを課することがあってもよいだろう。

また、学習の仕方を、クラスメートなどから学びとる面も数多くある。物事を固定的に考えず生徒の実態を見て工夫を重ねていかなければならない。多様な見方や考え方は、これからの社会で、あらゆる場面で求められる。ところが、自分の見方を変えて、他の面から見直しをすることはそう容易なことではない。この面を友人の見方や考え方の中に発見したり、指摘を受けたりすることによって学習する意義は大きいと思われる。このためには、個別学習やグループ学習に並行して発表する機会を設け、仲間どうしの学習法の交換が積極的に行えるようにしていかなければならない。

そう考えると、課題学習の評価は、学習に取り組む姿勢を重視することが大切である。正解に至らなくても考え方に何らかの工夫やアイデアがあれば高く評価するなど、生徒の反応や取り組む姿勢を従来の評価の仕方に加算していく方法なども考えられる。

とにかく、実践をして、それを改良していくことが大切である。皆さんの研究にこの実践が少しでも参考になれば幸いである。

九九表の中からきまりをみつけよう（1年）

1 授業のねらい

- (1) 九九表の中から規則性を見つけだす。
- (2) 規則性を説明する手段として文字を使用することのよさを知る。

2 指導計画

- (1) 数量を文字で表すこと…………… 2時間
- (2) 文字の式を書くときの約束…………… 2時間
- (3) 式の値…………… 2時間
- (4) 式の計算…………… 4時間
- (5) 関係を表す式…………… 4時間
- (6) 問題…………… 2時間
- (7) 九九の表についての研究…………… 2時間
- ① 九九の表の数の並び方について，規則性を見つける。…………… 1 / 2時間
- ② ①でみつけられた規則性について，いつでも成り立つわけを考え，文字を使って説明する。…………… 2 / 2時間（本時）

3 展 開

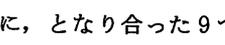
学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>みんながみつけた規則性がいつでも成り立つわけを，文字を使って説明してみよう。</p> </div> <p>2 各自で解く。</p>	<p>生徒がみつけた規則性がいつでも成り立つか確かめさせる。</p> <p>文字を使うことによって，上でみつけた規則性がいつでも成り立つといえることに気づかせる。</p> <p>1年生では一元一次式の計算までしかできないので，条件をつけて考えさせる。</p>

学習内容と学習活動	指導上の留意点
	数を、文字を使って表すことが正しくできているか確認する。

九九の表

		かける数								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
か け ら れ る 数 (段)	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

生徒の見た規則性

- ① 上の表の斜線を中心にして、対称に数が並んでいる。
- ② 横に並んだ3つの数の和は、まん中の数の3倍である。
- ③ 縦に並んだ3つの数の和は、まん中の数の3倍である。
- ④ 横(縦)に並んだ5つの数の和は、まん中の数の5倍である。
- ⑤ 横(縦)に並んだ9つの数の和は、まん中の数の9倍である。
- ⑥ 上の表の  で囲まれた部分のように、となり合った9つの数の和は、まん中の数の9倍である。
- ⑦  のように並んだ5つの数の和は、まん中の数の5倍である。
- ⑧  のように、たすきになっている2数の和は、いつでも差が1である。
- ⑨  のように、たすきになっている数の積は、等しい。

1年生なので、一元一次式の計算までしかできない。上でみつけた規則性をそのまま説明するには無理なこともある。そこで、条件をつけて考えさせることとした。

生徒の考えた説明の例

- ① 斜線に並んでいる数は、かける数とかけられる数が同じである2つの数の積である。
対称になっている数は、かける数とかけられる数が反対になっている。乗法の交換法則により、積は等しい。
- ② 条件……1の段のとき、2の段のとき、……9の段のときのように、それぞれ段にわけて考える。

まん中の数を x とすると

$$1 \text{ の段 } (x-1) + x + (x+1) = 3x$$

$$2 \text{ の段 } (x-2) + x + (x+2) = 3x$$

⋮

$$9 \text{ の段 } (x-9) + x + (x+9) = 3x$$

言葉を使ってもよいかという生徒がいたので、自分の好きなようにやってよいと指示すると、次のようにかいていた。2年の学習に結びつくすばらしい考え方である。

$$(x - \text{段の数}) + x + (x + \text{段の数}) = 3x$$

- ③ 条件……かける数が1のとき、2のとき、……9のときのように、それぞれのかける数にわけて考える。

まん中の数を x とすると、

$$\text{かける数が } 1 \text{ のとき } (x-1) + x + (x+1) = 3x$$

$$2 \text{ のとき } (x-2) + x + (x+2) = 3x$$

⋮

$$9 \text{ のとき } (x-9) + x + (x+9) = 9x$$

- ④, ⑤ 省略

- ⑥ 条件……6, 7, 8の段に限って考える。

7の段のまん中の数を x とすると、

$$\begin{aligned} & \circ \left(\frac{6}{7}x - 6 \right) + \frac{6}{7}x + \left(\frac{6}{7}x + 6 \right) + (x-7) + x + (x+7) + \left(\frac{8}{7}x - 8 \right) \\ & + \frac{8}{7}x + \left(\frac{8}{7}x + 8 \right) = 9x \end{aligned}$$

○7の段の横に並んでいる3つの数は、 $x-7$, x , $x+7$ である。

$$\textcircled{3} \text{ のことから, } 3(x-7) + 3x + 3(x+7) = 9x$$

- ⑦ 条件……5, 6, 7の段に限って考える。

6の段のまん中の数を x とすると

横に並んでいる3つの数は、 $x-6$, x , $x+6$ と表される。

縦に並んだ3つの数の和は、③より $3x$ だから、これに6の段の残りの数を足せばよいから、 $3x + (x-6) + (x+6) = 5x$

- ⑧ 条件……2, 3の段に限って考える。

2の段の左の数を $2x$ とすると, 4つの並んだ数は,

$$2x \quad 2x+2$$

$$3x \quad 3x+3 \quad \text{と表される。}$$

$$\{2x+(3x+3)\} - \{3x+(2x+2)\} = 1$$

- ⑨ 単項式の乗法は2年生で学習のため, 次学年まで持ち越し。

4 考 察

- 規則性を見つけ出すということに, 最初はとまどっている生徒が多かった。
- 慣れてくると, 具体的な数を使って規則性を見つけ出すことは, 個々の力に応じてできていたように思う。
- 規則性を説明するとき, 少なくとも指定された段とか, かける数の範囲ではいつでもいえなければならぬが, ⑥の説明について, 例としてあげている場合にしか通用しない説明をしている者が多かった。となり合った9つの数を表すのに, 7の段のまん中の数を x として, 次のように表しているのだから, 注意をした。
- 2年以上の学年であれば, 文字の使用について慣れていて, 使える範囲が広いので, 条件をつける必要もなく説明できたであろうと思われる。

$x-13$	$x-7$	$x-1$
$x-7$	x	$x+7$
$x-1$	$x+7$	$x+15$

(城西中学校 柳本 恵子)

星形図形のなぞ？（2年）

1 授業のねらい

第2学年の図形の単元では、まず最初に対頂角、同位角、錯角、三角形の角などいろいろな角について学習した。その中でも、多角形の内角の和を1つの頂点からひいた対角線でいくつもの三角形に分けることによって、 n 角形の内角の和の公式 $180^\circ \times (n - 2)$ を導き出す課題がある。生徒は、図形から多角形の頂点数と内角の和についての規則性を見つけ、それが一般化できることにたいへん興味を示した。これが数学のよさであり授業では、星形五角形の内角の和を求めたときの多様な考え方をもとに、円周上にとる点の個数を6, 7, 8, ...と増やして、それらを1点おきに結んだ図形を考察し、最終的には、「円周上に n 個の点を取り、1点おきに結んだ図形」まで一般化ができることを目標にした。

2 指導計画

図形の調べ方（平行と合同）学習後

- (1) 星形五角形の内角の和の解決・・・・・・・・・・1時間
- (2) n 個の点を1点おきに結んだ図形への発展・・・1時間（本時）

3 展 開

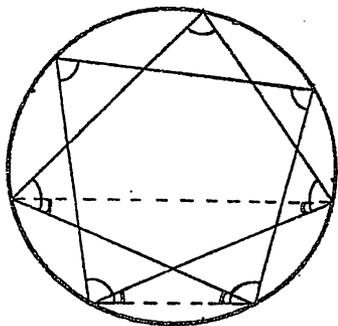
学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を把握する。	<ul style="list-style-type: none"> • 問題を提示したプリントを配布し、課題を確認させる。
円周上に n 個の点を取り、1点おきに結んだ図形の内角の和を求めてみよう。	
2 各自で、円周上に5個、6個、・・・のときの図形をかき、内角の和を求めめる。 3 気づいたことを発表しあう。 4 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> • 星形五角形の解決方法をもとに特に7個のときについて考えさせる。 • 規則性を見つけ、n個の点をとった場合について一般化させる。

○ 生徒の反応・感想など

生徒は、 $n = 5$ のときは星形五角形、 $n = 6$ のときは三角形が2つ重なった図形であることに気づき、すぐに内角の和を求めることができたが、 $n = 7$ のときになるとほとんどの生

徒が最初は戸惑っていた。そこで、何人かは $n=7$ をとばして、 $n=8$ のときに四角形が2つ重なった図形であることを見つけ、 $n=7$ のときは 540° であるという予想を立てた子もいた。これから、 $n=7$ の場合の生徒の解答をもとに以下のようにまとめた。

[考え方1]



◎補助線をひき、三角形と四角形に分ける。

$$180^\circ + 360^\circ = 540^\circ$$

ここで、 n 個の点をとった場合には、 n が偶数のとき $(n \div 2)$ 角形が2個でき、 n が奇数 $(2a+1)$ のとき a 角形と $(a+1)$ 角形が1個ずつできる。

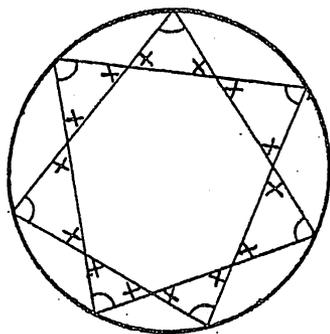
$$\begin{aligned} n \text{ 角形の内角の和 } & 180^\circ \times (n-2) \text{ より} \\ \text{偶数のとき } & 180^\circ \times (n \div 2 - 2) \times 2 \\ & = 180^\circ \times (n-4) \end{aligned}$$

奇数のとき

$$\begin{aligned} & 180^\circ \times (a-2) + 180^\circ \times (a+1-2) \\ & = 180^\circ \times (n-4) \end{aligned}$$

点の数	三角形の数	内角の和
5	1	$180^\circ \times 1$
6	2	$180^\circ \times 2$
7	3	$180^\circ \times 3$
8	4	$180^\circ \times 4$
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
n	$(n-4)$	$180^\circ \times (n-4)$

[考え方2]



◎三角形7つと七角形に外ける。

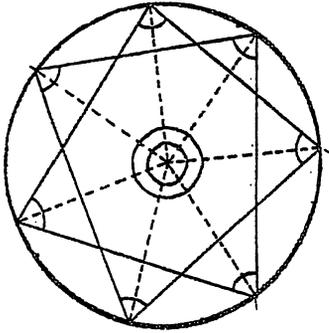
内角の和の求め方は、外側の7つの三角形の内角の総和から、 \times 印の角の総和（内側の七角形の外角の和2つ分）をひく。

$$180^\circ \times 7 - 360^\circ \times 2 = 540^\circ$$

ここで、 n 個の点をとった場合には、三角形 n 個と星形の中に n 角形ができ、外角の和 360° より

$$\begin{aligned} & 180^\circ \times n - 360^\circ \times 2 \\ & = 180^\circ \times (n-4) \end{aligned}$$

[考え方3]



◎星形七角形の内部の点と各頂点を結ぶ。

内角の和の求め方は、三角形7個分から、中心部で重なった内角の総和(2回転の角)をひく。

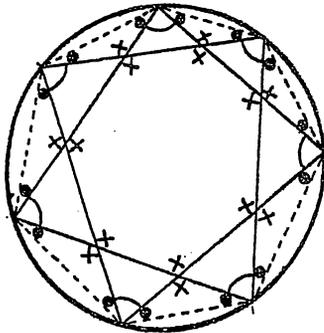
$$180^\circ \times 7 - 360^\circ \times 2 = 540^\circ$$

ここで、n個の点をとった場合は、三角形n個でき、

$$180^\circ \times n - 360^\circ \times 2$$

$$= 180^\circ \times (n - 4)$$

[考え方4]



◎各頂点を結び、七角形をつくる。

内角の和の求め方は、破線の七角形の内角の総和から、●印の角の総和(7つの三角形の内角の総和-内側の七角形の内角の総和)をひく。

$$180^\circ \times (7 - 2) - \{ 180^\circ \times 7 - 180^\circ$$

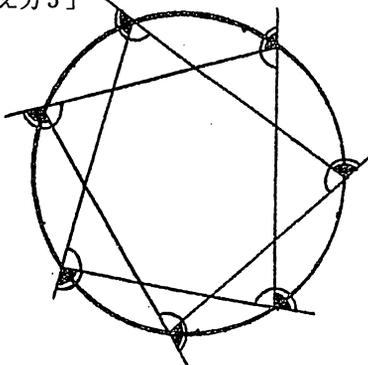
$$\times (7 - 2) \} = 540^\circ$$

ここで、n個の点をとった場合には、外側にn角形ができ、三角形がn個だから

$$180^\circ \times (n - 2) - \{ 180^\circ \times n - 180^\circ$$

$$\times (n - 2) \} = 180^\circ \times (n - 4)$$

[考え方5]



◎各頂点の外角をつくる。

7つの頂点における内角と外角の総和から、外角の総和(2回転の角)をひく。

$$180^\circ \times 7 - 360^\circ \times 2 = 540^\circ$$

外角の総和が2回転の角になる理由は、平行線の性質を利用して、外角すべてをnが奇数のときは1つの頂点、nが偶数のときは2つの頂点のまわりに集めることができるからである。

- 1点おきに点を結んだら、星の形になることにびっくりした。
- 点の数が奇数だと一筆がきできるのがおもしろい。
- 1点おきに点を結ぶという簡単な条件なのにいろいろな規則性をもった図形になることが不思議だった。

4 考 察

- ほとんどの生徒が[考え方1]の解答であった。特に、 n が偶数のときに $(n \div 2)$ 角形が2個できる規則性には興味を示していた。また、少数の生徒であったが[考え方2]の解答を自力で導き出していた。[考え方3]、[考え方4]については、こちらが用意していた解答ではなく、改めて生徒のすばらしさを実感させられた。
- 1点おきじゃなく、もし2点、3点、・・・ととばした図形はどうなるのかという意見もでてきて、 n 個の点を m 点おきに結んだ図形への発展を考えていこうと思った。
- これまでの授業で、生徒は平行線の角や多角形の角についての知識をもっている。しかし第2学年になってはじめての課題学習ということもあり、課題把握にかなりの時間がかかった。もう少し、課題提示、教材の工夫が必要であった。
- 生徒は $n=7$ のときの内角の和が 540° である予想を立てると急に意欲的に取り組みはじめた。このように、生徒が「自分で考えよう」「自分で見つけよう」という気持ちになり自らが問題の解決に主体的に取り組むような授業にしたい。
- 課題学習で大切にしたいことは、ただいろいろな方法で問題を解決することだけではなく生徒ひとりひとりが主体的に粘り強く考え続ける姿勢である。生徒自らが考えた結果、たとえ正しい考えに到達しなくてもよい。途中までであってもよい。その過程で身に付けていく学力が重要であり、これらのことをふまえての教材研究に取り組んでいきたい。

(富田中学校 粟田 恭史)

基石の入れ換え（2・3年）

1 授業のねらい

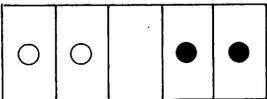
- (1) パズル的な問題を考える過程において、規則性を発見することができるようにするとともに、それを一般化することができるようにさせる。
- (2) 日常の遊びのようなものの中にも、数学が重要な役割をしていることに気づかせ、これからもいろいろな場面で数学を活用する態度を育てる。

2 指導計画

式の計算（2年または3年）学習後

課題学習「基石の入れ換え」…………… 1時間

3 展 開

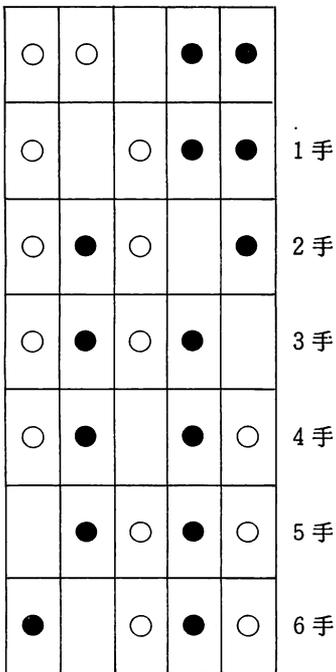
学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>図のように、白い基石と黒い基石が枠の中においてある。この白い基石と黒い基石の位置を入れ換えたい。移動の方法は、どの基石も、</p> <ol style="list-style-type: none"> ① あいているとなりの枠へ前後に進める。 ② となりの基石1個を前後に飛び越すことができる。 <p>の2とおりである。</p> <p>最も短い手数で基石を入れ換えるには何手必要だろうか。</p> <div style="text-align: center; margin-top: 10px;">  </div> </div> <p>2 実験によって、最も短いと思われる手数を見つける。</p> <p style="margin-top: 20px;">基石の数を変えて考え、そのときの最短手数を見つけ表にまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 全員に、枠と基石を与え実験させる。 ・ うまくいかない者にはポイントを示してやる。また早い者には基石を追加してやる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>3 まとめた表を見て、基石の数がそれぞれn個としたときの最短手数がnを使ってどう表されるかを考える。</p> <p>4 3で見つけた規則性が一般に成り立つことを証明してみる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 発想が難しいのでヒントを多く与える。

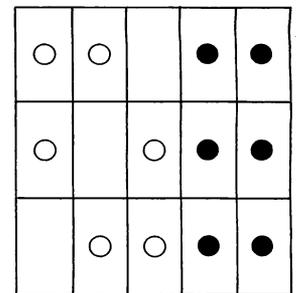
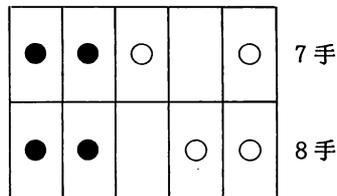
* 最短手数になるには、後ろに動くことがなければよいのだが、後ろに動かずに前ばかりに進んで入れ換える方法が必ずあるという証明は、中学生のレベルを越えるのでここではそのような入れ換えができると仮定して進めた。

〈生徒の反応〉

成功例



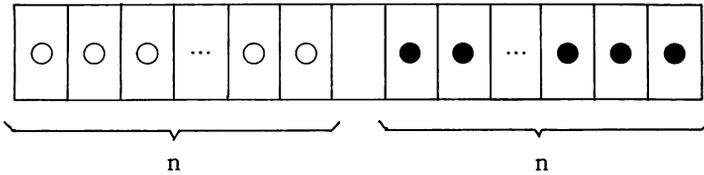
失敗例



バックするようにしか動かせない。

- 試行錯誤を繰り返しているうちに、移動の途中で、白白または黒黒という並びがでてくるとうまくいかないことに気付く。つまり白と黒が交互になるように移動させていけばよい。

〔証明〕



白石についてだけ考えると、いちばん右の○がいちばん右の枠へ移動するには $(n+1)$ 手かかる。2番目の○が右から2番目の枠へ移動するのにも $(n+1)$ 手かかる。同様にしてすべての○が移動するのに全体として $(n+1) \times n$ 手かかる。

同様に●についても全体として $(n+1) \times n$ 手かかる。だから飛び越しを考えなければ、全体で $2n(n+1)$ 手必要である。

ところが、○を基準に考えるといちばん右の○は n 個の●を飛び越す（または飛び越される）必要がある。次の○も同様である。

よって飛び越しの総数は $n \times n = n^2$ 個あるので、これだけ手数を省略できる。

$$\begin{aligned} \therefore 2n(n+1) - n^2 &= 2n^2 + 2n - n^2 \\ &= n^2 + 2n \\ &= n(n+2) \end{aligned} \quad (\text{参考})$$

感想（3年4組34名）

1 「碁石の入れ換え」の問題はおもしろかったですか。

- ① 面白かった 17名 ② まあまあ面白かった 6名
- ③ 普通 8名 ④ あまり面白くなかった 1名
- ⑤ 面白くなかった 2名

2 碁石の入れ換えの実験はうまくできましたか。

- ① うまくできた 10名 ② ヒントが分かってからうまくいった 21名
- ③ 全然できなかった 3名

3 碁石の数と最短手数間の規則性を自分で発見できましたか。

- ① はい 18名 ② いいえ 16名

4 証明は自分でできましたか。

- ① はい 2名 ② いいえ 32名

5 証明を見て理解できましたか。

- ① はい 13名 ② いいえ 21名

6 碁石の入れ換えの問題をして感じたことなど書いて下さい。

- ・ 頭を使ってするのでおもしろかった。
- ・ 碁石の入れ換えのようなものにも、数学的な規則性があるとおもしろかった。
- ・ 証明を見てもさっぱり分からなかったからおもしろくなかった。
- ・ 証明は難しかったけれど、碁石の入れ換えは自分で考えながらやるのですごくおもしろ

ろかった。

- 入れ換えだけだったらゲームみたいでまあまあおもしろいけれど、証明はぜんぜん分からなかった。
- 最初はなかなかできなくてこまったけど、やっている则だんだんおもしろくなってきた。また今度も別のことでやってほしいと思います。

4 考 察

- 数学の授業ということで、最初は緊張して身構えていた生徒が多かったが、普通の数学の内容とちがって、ゲーム的な内容で楽しめた者が多かった。
- 具体的な操作段階ではほとんどの生徒が主体的に取り組め、ねらいのひとつである、問題を解決する中で法則性を発見するという目的は半数以上が達成することができた。ただ個人差もあって、1時限という限られた時間の中では考えの途中で時間切れの者も多くいた。また証明は中学生にはかなり無理があることは予想していたがやはりそのとおりであった。そこで反省として、もっと操作段階に時間をとり、 $n(n+2)$ という予想の段階までにとどめ証明ははぶくと、もっと内容が充実すると思われる。
- 日常生活における数学の重要性を認識させるねらいは、一部の者には成功したが、大部分の者はゲームと数学を一体のものとして見ることはできなかった。ただ、中には日常よく見かけるパズルの解答にこのような論理的な裏付けがあったことを知り、驚きを覚えた者もいたようである。

(参考文献 「話題源数学」 とうほう)

(八万中学校 立山 一郎)

基石の入れ換え

()年()組()番 氏名()

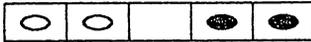
課題 題意

図のように、白い基石と黒い基石が枠の中においてある。この白い基石と黒い基石の位置を入れ換えたい。移動の方法は、どの基石も、

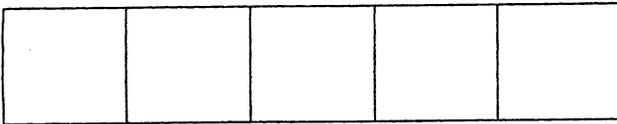
- ① あいているとなりの枠へ前後に進める。
- ② となりの基石1個を前後に飛び越すことができる。

の2とおりである。

最も短い手数で基石を入れ換えるには何手必要だろうか。



実験



手

この問題を発展させたらどうなるか？

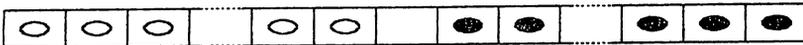
基石がそれぞれ n 個	1	2	3	4	5	……
最短手数						

☆ 最短手数と基石の数 n との間に何か規則性はないだろうか。

…… ①

①を証明してみよう。

[証明]



一組の三角定規を使った問題（3年）

1 授業のねらい

中学校の数学は、小学校に比べ内容が抽象的、形式的なものが多い。問題も高度になり、生徒にとっては「生活とはあまり関わりのない教科」というイメージがある。また、授業も実験などによって体験しながら学ぶという機会が少なく、内容が十分に理解できていない。このため、数学嫌いになっている生徒も少なくない。

そこで、この「一組の三角定規を使った問題」という課題を通して、普段何気なく使っている三角定規からも、長さ、角度、面積など観点をかえることによって様々な問題が作れるということを経験させ、数学を身近なものとして感じさせたい。また、具体的な操作をしたり、自分や友達の作った問題に挑戦したりすることによって、数学の楽しさを少しでも味わうとともに、数学的な見方・考え方を深めてほしいと考えた。

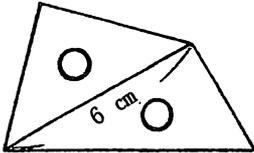
2 指導計画

(1) 三平方の定理

- ① 三平方の定理…………… 3時間
- ② 三平方の定理の利用…………… 5時間
- ③ 課題学習「一組の三角定規を使った問題」…………… 2時間
 - ・ 具体的な操作を通しながら、自由な発想で問題を作りだす…………… 1時間（本時）
 - ・ 自分たちの作った課題を解決する…………… 1時間

3 展 開

(第1時)

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <p>一組の三角定規をくっつけたり重ねたりしたとき、どのような問題ができるでしょうか。できるだけたくさん作りましょう。</p>	<div data-bbox="709 1349 1157 1544" style="border: 1px solid black; padding: 10px; text-align: center;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> ・ J I S 規格の一組の三角定規に共通の長さの辺があることに気づかせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2 具体的な操作を通して各自で問題作りをする。 3 問題を発表する。 4 自作問題、興味のある問題を解く。	<ul style="list-style-type: none"> • 角度、面積、長さなどいろいろな観点からとらえさせる。 • 答えが求められるかどうかを気にせず、自由な発想を大切にする。 • 代表的な問題、発想がユニークな問題を取りあげ説明させる。

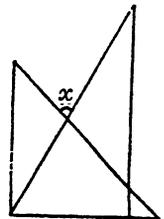
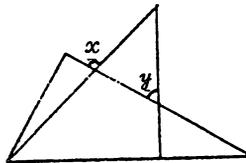
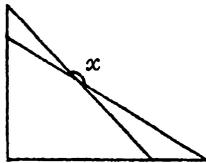
(第2時)

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 チャレンジ問題について各自で考え解き方を発表する。 2 興味のある問題について考える。 3 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> • 生徒自作問題の中から代表的な問題を「チャレンジ問題」として解かせ、解き方を発表させる。 • 個別に見ていき、到達度に応じた指導をする。 • 授業の感想、問題作りの中で気づいたことなどを自由に書かせる。

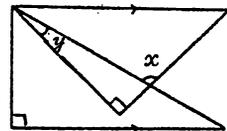
(生徒の反応…問題例)

ア 角度を求める問題例

- 辺をぴったりとくっつけ、辺と辺のつくる角を求める問題で、右の例以外にも数多くあった。



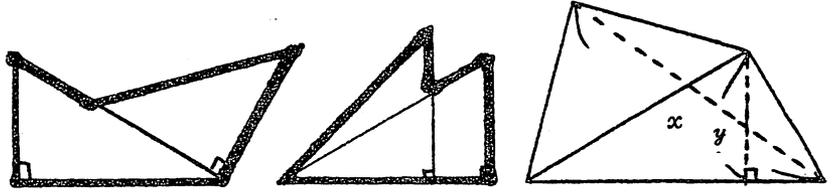
- 最初は、適当に考えていたが、順序正しく各辺を重ねていく者、ずらして角度の変化を確かめている生徒が出てきた。
- 右の図は、三角形をずらしていく中で、1点でのくっつきを考え平行線の性質と結びつけている。



イ 長さを求め

る問題例

- 周囲, 対角線, 高さなどを求める問題。一



番多くの生徒が作っていた。

ウ 面積を求める問題

例

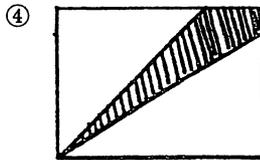
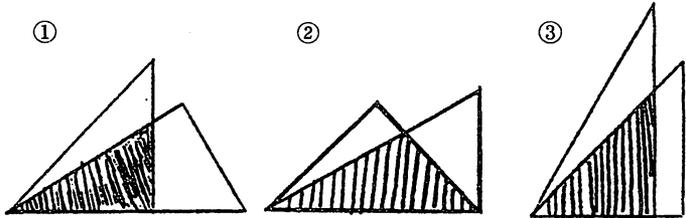
- ①~③

重なった部分の面積を求める問題。

左右にずらすと重

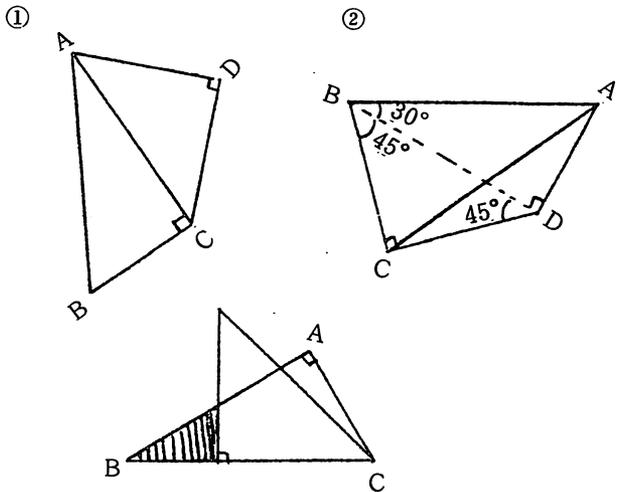
なる部分の面積が変わっていくことに注目している生徒もいた。

- ④は一点のみでくつき, 辺を延長し, 実際には見えない部分の面積を求めている。

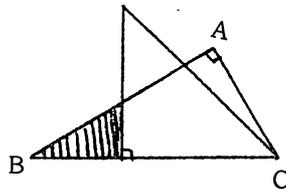


エ 体積に関する問題例

- ①はABを軸として1回転させたときの立体の体積を求める。
- ②は実際には存在しない $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ という面を想定して, 三角すいの体積を求めさせている。



- オ その他の問題例として斜線の部分と $\triangle ABC$ の相似比を求める例などがあつた。



4 考 察

- 「問題作り」という今までとは違った課題に, 最初はとまどっていた生徒も慣れてくるにつれて, 教科書中心の授業より積極的に取り組んでいた。
- 問題作成の過程で, 最初, 無秩序に手当たり次第に作っていたものが, だんだん規則的に動かしてみるようになり, 1つの問題を見つけると, そこから発展させるといくつもの問題

が作れることに気がついていた。

- ウの④，エの②のようにくつつくということを点でとらえ，実際にはない辺や面を想定するものがあられ，生徒の感性には驚かされた。
- 生壁の感想の中には，「今まで習ってきたことがこの問題作りのなかにも使えることが不思議だった」「いつもの学習と違ってたくさんの答えがあるので楽しかった」「〇〇さんの問題はすごい」など，「問題作り」の楽しさがわかりかけてきている生徒もでてきた。
- 反面，「何がいいたいのかわからない」「テストに関係ないので興味がない」などの意見や解くことにとらわれて，「問題作り」がすすまない生徒もいた。作図は定規を写させるようにしたが，時間がかかり工夫の余地がある。しかし，生徒は一つでも多くの問題を見つけようと工夫し，楽しい雰囲気での学習できたことは大変よかったと思う。

(南部中学校 中橋 直子)

T型パズルで遊ぼう (3年)

1 授業のねらい

T型パズルとは、Tの形をした板を4ピースに切り分けたものを、並べかえて、いろいろな図形を作って遊ぶものである。これを数学で扱う目的を次のように考えた。

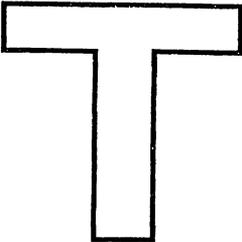
- (1) 図形に親しみを持たせ、興味を持ってすべての生徒が参加でき、個々に応じて考えられることができる。
- (2) できたいろいろな図形の周囲の長さを求めさせることにより、三平方の定理、図形の性質の復習を図る。

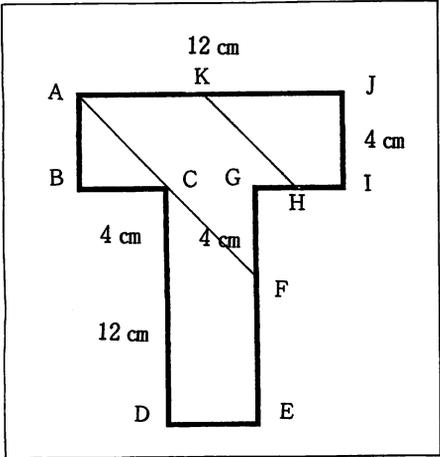
2 指導計画

三平方の定理 学習後

課題学習「T型パズルで遊ぼう」…………… 1時間

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;">  </div>	<p>左の形のパズル4枚を使って、いろいろ自由な形をつくり、できた図形のまわりの長さを調べよう。</p>
<ul style="list-style-type: none"> • 色画用紙に印刷したT型パズルをはさみで4ピースに切り準備する。 <p>2 各自T型パズルで自由に形をつくる。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 例を参考にして自由につくる。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ ていねいにさせる。 ○ できた図形はそのまま学習プリントのりではりつけさせる。 ○ できる図形の例をいくつか示してやる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>3 できたいろいろな図形について、自分が気に入った図形の周囲の長さを調べるために、T型パズルの4ピースの図形の各辺の長さを全員で話し合う。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> ○ 実物のT型パズルの長さとはかり三平方の定理で斜めの辺の長さを求めさせる。 ○ T型パズルの辺の長さは、$AC=CF=AK=KH$ になっていることから、各辺を求めさせる。 ○ 自分の気に入った図形の周囲の長さを計算させる。

4 考 察

① 考 察

最初生徒はどんな図形ができるのか、とまどっていたが、例を示してやり、やり方がわかると夢中で考えていた。本来生徒はパズル的な作業が好きで、普段数学で発表はしないような生徒でも、「先生、こんな図形ができました。」と言っていきいきしていた。柔軟な頭でたくさんの図形を考えることができた。

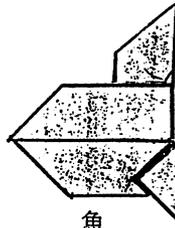
また、周囲の長さを求めるために、三平方の定理などで一斉に辺の長さを確認したことで、本来の数学的要素が加わり、教材としてもっともっと研究開発していくと、課題学習としていい教材になるのではないかと思う。

また、この実践は1時間で行なったが、時間的にはこれくらいでよかったのではないかと思う。いそがしかったが1時間でまとめられたため、本時の目的がある程度達成できたからである。

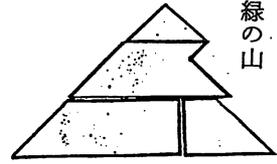
② 生徒の考えた図形の例



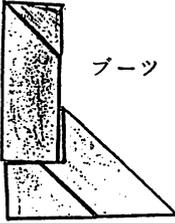
舟



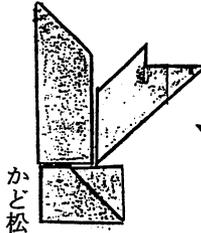
魚



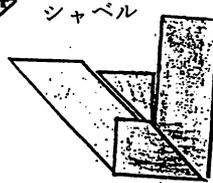
緑の山



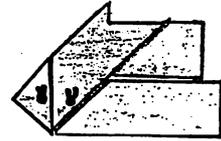
ブーツ



かど松



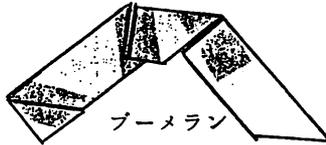
ジャベル



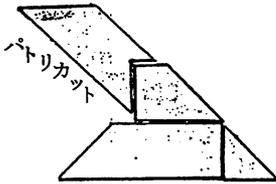
うなぎ



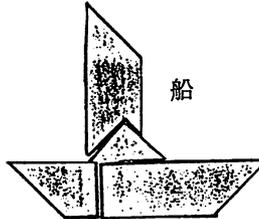
真緑のたけ



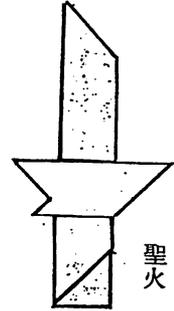
ブーメラン



パトリカット

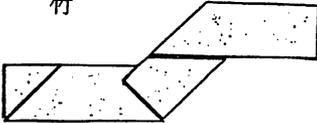


船

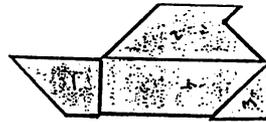


聖火

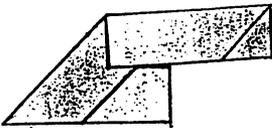
竹



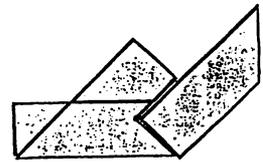
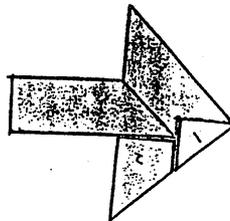
フネ



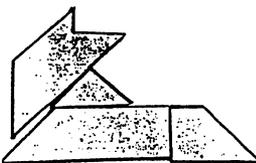
人指し指



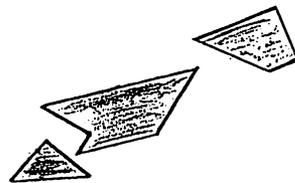
やじるし



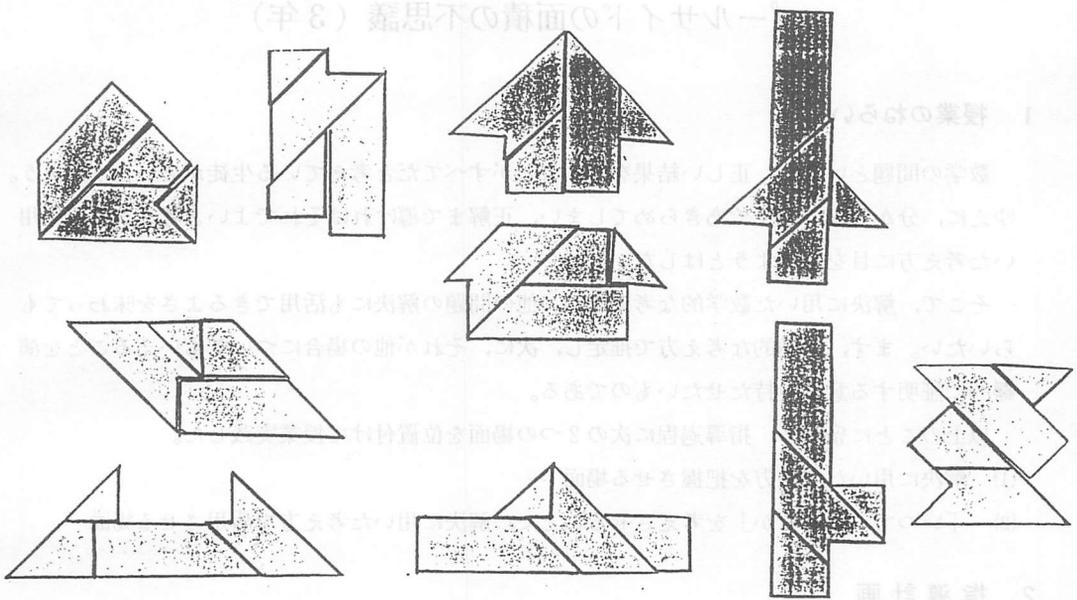
スベリ台をすべる子供



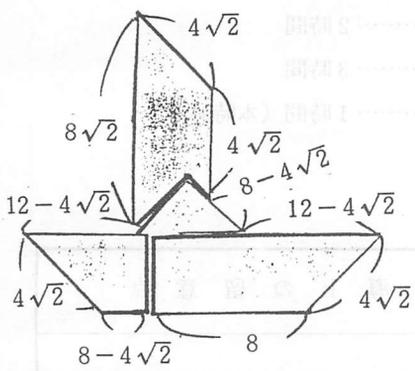
キツネ



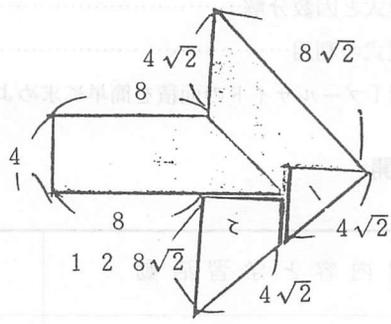
日本列島



③ 周囲の長さの例



計 $48 + 8\sqrt{2}$ (cm)



計 $32 + 16\sqrt{2}$ (cm)

④ 生徒の授業後の感想

- 楽しかった。
- できたらおもしろく次々考えた。
- もっと時間があつたらいろいろと考えることができた。

(阿南第一中学校 庄野 泰志)

プールサイドの面積の不思議（3年）

1 授業のねらい

数学の問題といえば、正しい結果をだすことがすべてだと考えている生徒が多いように思う。ゆえに、分からないとすぐあきらめてしまい、正解まで導ければそれでよいと考え、解決に用いた考え方に目を向けようとはしない。

そこで、解決に用いた数学的な考え方が、他の問題の解決にも活用できるよさを味わってもらいたい。まず、帰納的な考え方で推定し、次に、それが他の場合についてもいえることを演繹的に証明する意欲を持たせたいものである。

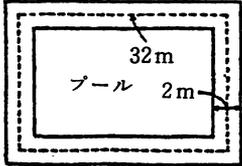
以上のことに留意し、指導過程に次の2つの場面を位置付けて授業実践した。

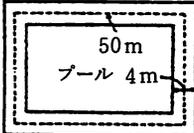
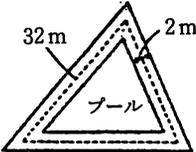
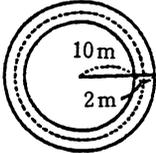
- (1) 解決に用いた考え方を把握させる場面
- (2) 「いつでもいえるか」を考えさせることで、解決に用いた考え方を活用させる場面

2 指導計画

- (1) 二次方程式とその解き方…………… 3時間
- (2) 二次方程式の解の公式…………… 3時間
- (3) 二次方程式と因数分解…………… 2時間
- (4) 二次方程式の利用…………… 3時間
- (5) 課題学習「プールサイドの面積を簡単に求めよう。」…………… 1時間（本時）

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>《課題1》</p> <p>右のような長方形のプールがある。中央を通る点線（中央線）の長さが32m、幅が2mのとき、プールサイドの面積を求めよ。</p>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 各自、自由な発想で考える。 2 自分の解決方法を発表する。 3 すべての結果は 32×2 （中央線×幅）と等しくなっていることに気付く。	<ul style="list-style-type: none"> • できるだけ多くの方法を発見させる。 • 友達の考え方をしっかり聞くようにさせる。 • 解決方法を比較させ、似ているところと違うところを考えさせる。
<p>《課題2》</p> <p>他の場合でも中央線×幅で求められるのだろうか。「いつでもいえる」というためには、どうすればよいか。</p>	
4 条件を変えた新しい問題をつくり、確かめてみればよいことに気付く。 —生徒が変えた条件— <ul style="list-style-type: none"> • 幅と中央線の長さを変える。 • プールの形を三角形、円に変えてみる。 	<ul style="list-style-type: none"> • どの方法でも、中央線×幅と同じ答えになっていることに不思議さを感じさせる。 • この問題だけから、他の場合でもいつも成り立つと判断するのは不安だと感じさせる。 • 他の場合についても、調べてみようという意欲をわかせる。
<p>《課題3》</p> <p>中央線の長さが50m、幅が4mの長方形のプールサイドの面積を求めよ。</p>  <p>《課題4》</p> <p>プールの形が右のような三角形のとき、プールサイドの面積を求めよ。</p>  <p>《課題5》</p> <p>プールの形が右のような円形のとき、プールサイドの面積を求めよ。</p> 	
5 上のすべての場合において中央線×幅になっていることを確認する。	<ul style="list-style-type: none"> • 結果を一般化できることを告げる。

◆生徒の反応

《課題1》

プールサイドの面積を考える。

全体からプールの面積をひいて考える。

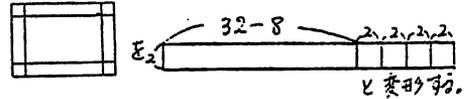
中央線の縦を x m とする。
 長方形 4つに区切る。
 $2(x+2) \times 2 + 2(16-x-2) \times 2$
 $= 4x + 8 + 56 - 4x$
 $= 64$ 答 64 m^2

中央線の縦を x m とする。
 $(16-x+2)(x+2) - (16-x-2)(x-2)$
 $= 64$ 答 64 m^2

中央線の縦を x m とする。
 $2(x-2) \times 2 + 2(16-x+2) \times 2$
 $= 4x - 16 + 72 - 4x$
 $= 64$ 答 64 m^2

プールサイドを変形する。

中央線の縦を x m とする。
 台形 4つに区切る。
 $\frac{(16-x-2 + 16-x+2) \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2}{\text{上底} \quad \text{下底}}$
 $+ \frac{(x-2 + x+2) \times 2 \times \frac{1}{2} \times 2}{\text{上底} \quad \text{下底}}$
 $= 2(32-2x) + 2 \times 2x$
 $= 64$ 答 64 m^2



結局 32×2 (中央線 \times 幅) となっている。

答 64 m^2

二次方程式学習後なので、ほとんどの生徒が、未知数1つを x と置き、プールサイドの面積を求める式を各自工夫してつくっていたようである。また、プールサイドを変形して、中央線 \times 幅になっていることを発見した生徒がいた。そこで、プールサイドの形が変わっても、中央線 \times 幅で求まるのではないかと推定し、実際に条件を変えて取り組んでいくことにした。

《課題3》 省略

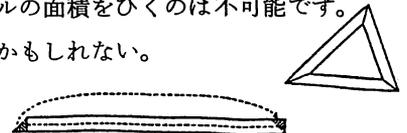
《課題4》

S 底辺の長さも高さも分からないから、全体からプールの面積をひくのは不可能です。

S プールサイドを切って、変形させると分かりやすいかもしれない。

S つなぐと台形になります。

S 端を切って移動させると、長方形になります。



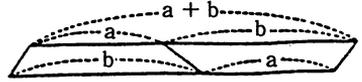
T ということは長方形のときに考えたように、中央線 \times 幅で求まるのが分かりますね。

それでは、台形の面積は、中央線 \times 幅でも求まるということですね。台形の面積の求め方は $(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高さ} \div 2$ ですが、この関係を説明できますか。

S 高さは幅のことで、中央線は(上底+下底)÷2になるはずです。

T そうですね。台形は2つ合わせると平行四辺形ですね。

いいことを発見しましたね。だから1つ1つ切ってつな



なくても、1つ1つの台形で面積が求められますね。ということは、プールの形が、三角形でも五角形でも多角形なら面積は中央線×幅で求められるということですね。

《課題5》

S 円の場合は、プールサイドを変形しにくいけど、小さく無数に分解すればやはり、長方形になると思います。



T そのような気がしますね。それでは、円の場合は半径を用いれば、簡単に式に表して確認できますから、試してみましょう。

S プールサイドの面積=外側の円の面積-内側の円の面積

$$12^2\pi - 10^2\pi = 144\pi - 100\pi = 44\pi$$

S 中央線の長さは、半径11mの円周の長さだから $11 \times 2 \times \pi = 22\pi$

中央線×幅は $22\pi \times 2 = 44\pi$ となり、やはりプールサイドの面積と等しくなる。

4 考 察

課題1では、各自さまざまな方法で、意欲的に解決している姿が印象的であった。その後、解決方法を発表し合ったが、その中で、プールサイドを長方形に変形し、中央線×幅で求めたと説明した生徒に注目が向けられた。「その方法は簡単だ」ということになった。なぜそうなるのか十分理解した上で、プールサイドの形や大きさが変わっても、中央線×幅で解けるのではないかと推定し、その他の場合について、確かめてみようという意欲を持つ生徒が何人かできた。

帰納的に法則を推定したり、類推によって新しい性質を見つけることには慣れているようだが、そこから、さらに発展させて、演繹的に証明しようとする欲求を持つ生徒は、まだ、少ないようである。今回の授業で考え方を活用するよさを少しは感じてくれたのではないかと思う。

これからの日々の授業の中で、発展させて考えられるような教材の研究に努めると共に、それをどのような割合で、また、どのような形態で取り入れていくかについても考えていきたいと思う。

(福原中学校 武田 純子)

たるの中のくぎは何本？（1年）

1 授業のねらい

商品の個数と代金，電気やガスの使用量と料金など，日常生活の中で，関数の考えを用いる場合は，非常に多い。例えば，「私の家は，駅から歩いて6分です。」というときも，距離と関数関係にある時間で考えるのである。このような身近かなところで，しばしば必要であり，有効に利用されているのが関数である。そこで，身近かで，生徒の興味・関心を引き出すことができ，多様な解き方ができる課題を設定した。そして，関数をもちいることの便利さやよさに気付かせたい。

2 指導計画

- (1) ともなって変わる量…………… 3時間
- (2) 正比例…………… 2時間
- (3) 課題学習「たるの中のくぎは何本？」…………… 1時間（本時）
- (4) 正比例のグラフ…………… 4時間
- (5) 反比例とそのグラフ…………… 3時間
- (6) 問題…………… 2時間

3 展 開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>1. 金物店の店先にくぎがいっぱい入っているたるがあった。太郎君は「すごい！いったい何本入っているのかな？」と，考えた。どんな方法で，数えたら，よいだろうか。</p> </div>  <p>2 比例関係に着目して考えてみる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ グループになり，どんな方法があるのか話し合う。 ○ グループでの発表 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>2. 実際にはかってみると，くぎ10本の重さが5gであった。また，たるの中のくぎの重さは25kgであった。たるの中のくぎの数を求めてみよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ○ 黒板に模造紙に書いた課題を提示し，課題を把握させる。 ○ くぎの大きさ，重さは全て同じであることに注意させる。 ○ 数と重さとの間に比例の関係があることに気付かせる。

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>○グループごとで、計算する。</p> <p>○グループごとで発表する。</p> <p>○どのやり方で求めたのが、最も簡単で便利であるか考える。</p> <p>3 比例の関係を用いる。</p> <p>○くぎ10本の重さが5gだから、1本の重さは$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ (g)であることを確認する。よって、x本のくぎの重さをygとするとxとyの関係は、$y = \frac{1}{2}x$で表されることを確認する。</p> <p>4 比例の式を活用する。</p> <div data-bbox="186 757 735 915" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>3. 同じくぎの入ったたるが3個ある。それぞれ16kg, 21kg, 28kgとなっているとき、くぎの本数を求めよう。</p> </div> <p>○前問の解き方を参考にして解く。</p> <p>○たるの中のくぎの数を能率よく求めるには、どの方法がよいだろうか考える。</p> <p>○比例関係の式$y = \frac{1}{2}x$を使って求める。 $y = 16,000$, $y = 21,000$, $y = 28,000$を、それぞれ$y = \frac{1}{2}x$に代入して、 $16,000 = \frac{1}{2}x$, $21,000 = \frac{1}{2}x$, $28,000 = \frac{1}{2}x$から、 $x = 30,000$, $x = 42,000$, $x = 56,000$となり、たるの中の数が一度に求められることを知る。</p> <p>5 yがxに比例すれば、xはyに比例することをつかむ。</p> <div data-bbox="186 1448 735 1643" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>4. くぎ15gの代金が45円である。お客さんの中には、「200gください。」と言う人と「300円分ください。」と言う人がいる。どちらの場合にも早く計算するにはどうすればよいか。</p> </div> <p>○xgのくぎの代金をy円としてxとyの関係を表式に表してみる。</p>	<p>○自由なやり方で考えさせる。</p> <p>○このとき、$y = ax$で、$a = \frac{1}{2}$であることに気付かせる。</p> <p>○他の方法では、個別に計算することになるが$y = ax$の式を用いると統一的な処理ができることに気付かせる。</p>

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>○ 15 g が45円だから、1 g 当たりの代金は3円となり、 $y = 3x$……………(1) が、成り立つことを知る。</p> <p>○ 重さから代金を計算するには、 $x = 200$ を(1)に代入して、 $y = 3 \times 200 = 600$ (円)</p> <p>○ 代金から、重さを求める場合には、 $y = 300$ を(1)に代入して、 $300 = 3x$ $\therefore x = \frac{300}{3} = 100$ (g) この場合、(1)の式を変形して $x = \frac{1}{3}y$ としておくと、簡単に x が求められる。</p> <p>6 まとめをする。</p>	<p>○ y は x に比例している。 比例定数は3 ↓</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p>「y が x に比例する」と き、「x は y に比例する」 ということもいえる。</p> </div> <p>↑</p> <p>○ x は y に比例している。 比例定数は $\frac{1}{3}$</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> <p>○ 比例関係に着目して問題を解くこと。 ・数量の関係を $y = ax$ の形の式に表し、それにあてはめると、能率的に解ける。 ○ 「y が x に比例する」\longleftrightarrow 「x が y に比例する」</p> </div>	

- 対 象 生徒 1年6組 35名 (男子18名, 女子17名)
- 授業形態 男女あわせての6名が1グループ (生活班でもある)
- 生徒の反応と感想

課題1の生徒の解答例○ 1本ずつ数える。

- ひっくりかえして、全体のくぎの重さをはかり、1本の重さで割る。
- 1 cm 当たり、何本入るかを調べて、たるの中の体積とかけあわせる。
- 何本かの重さをまとめてはかり、くぎ1本の重さを求め、全体の重さで割る。

課題2の生徒の解答例① $25,000 \div 5 = 5,000$
 $5,000 \times 10 = 50,000$

② $10 : 5 = x : 25,000$
 $x = 50,000$

③	$\times 5,000$	④	$25,000 = 0.5 x$
x	$\dots 10 \dots$		$x = 50,000$
y	$\dots 5 \dots$	$25,000$	
	$\times 5,000$		

課題3の生徒の解答例① $16,000 \div 5 = 3,200$
 $3,200 \times 10 = 32,000$

② $\frac{1}{2} x = 16,000$
 $x = 32,000$

ここでは、ほとんどの生徒が、②の解き方をした。

課題4では、これまでのことから、本数と重さとの関係を考え、比例の式を作ろうとする生徒の態度がみられた。

4 考 察

(1) 生徒の実態

男女は比較的仲が良く、どの授業に対しても真面目に取り組んでいる。数学の授業でも、よく聞き、問題を解くときは、静かに取り組んでいる。しかし、それらは全て、受け身の姿勢であり、自ら進んで問題を解決していこうとする自主性に欠けている。また、少し難かしい問題になると、正答を待っているという生徒も少なくない。

(2) 本時の反省

課題が、誰にでも考えられるものであったということと、グループでの話し合いを主にしたということ、今までと違った生徒の態度をみることができた。ともすれば、とり残されがちになる生徒も共に話し合いに参加しているのが見うけられた。また、どちらかと言えば、消極的な態度で臨みがちな生徒達が、多様な解き方ができることで、進んで問題を解こうとする態度を見せてくれた。身近かで、生徒の興味・関心をひき、多様な見方ができる課題の設定は、生徒の自主性を引き出し、問題を解決していこうとする態度に有効であることが分かった。また、課題3では、解き方を指定していなかったにもかかわらず、ほとんどの生徒が、比例関係に目をつけて解こうとしたことは、課題2で、互いの解き方を発表する中で、様々な解き方を知ると共に、最終的には式を利用する方法が一般的な解法として優れていることをつかんだようである。

(藍住中学校 岸田 恭子)

四角形の各辺の中点を結んでできる図形(2・3年)

1 授業のねらい

四角形の各辺の中点を結んでできる四角形については、中にできる四角形が平行四辺形になることの証明を扱うことが多い。この図には、これ以外に美しい性質も潜んでいる。次の2つを目標にして、授業を行った。

- (1) 生徒自らが予想したことを考察をすることで、関心・意欲を持たせ、主体的に課題に取り組ませる。
- (2) 予想したことを考察する段階で、いろいろな数学的な見方や考え方ができるようになる。

2 指導計画

図形と相似学習後(2年または3年)

- (1) 四角形の各辺の中点を結んでできる図形についていろいろな性質を予想する…………… 1時間
- (2) 予想した性質を証明する…………… 2時間

3 展 開

第1時

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p>四角形の各辺の中点を結んでできる四角形についてどんなことがいえるか調べてみよう。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> • ノートに大きめの図をかかせる。
<p>2 どんなことがいえるか予想する。</p> <ul style="list-style-type: none"> • グループになり、予想したことを発表する。 • 形だけでなく、他に(辺や面積について)いえることはないか考える。 	<ul style="list-style-type: none"> • 他の生徒がかいた図をみることにより、いろいろな形の四角形ができることに気づかせる。 • いろいろな図をかいたり、実測したりさせる。

〔生徒の反応〕

- (1) 初めは、ほとんどの生徒が中にできた四角形の形に着目していた。中にできる四角形は平行四辺形であると答える生徒が多いと予想していたが、むしろ特別な四角形（長方形、ひし形、正方形）ができるという答えが多かった。
- (2) グループになって他の生徒がかいた図を見ることにより、外の四角形の形と、中にできた四角形の形との関係に気づくようになった。「形以外に何か気づくことはないか。」と発問すると、面積に着目する生徒がいた。「中の四角形の面積は、もとの四角形の面積の半分になる。」というのが、最初にでたのには驚いた。これは、特別な四角形をかいていたため、そういう予想がたてやすかったのだと思う。
- (3) 長さに着目する生徒がいなかったため、「測ってみて何かいえることはないか考えてみよう。」というとき、周の長さ、対角線の長さに目をつけるようになった。対角線の長さに着目した生徒は、外の四角形の形と、中の四角形の形との関係を調べるときに、補助線として対角線を引いている者だった。長さについては、直観で予想しにくかったようである。

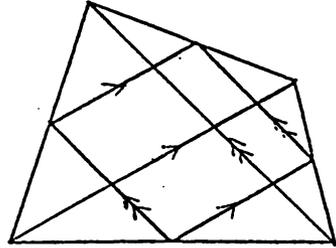
第2, 3時

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>グループで予想したことを調べる。</p> <ol style="list-style-type: none"> (1) 中の四角形は、必ず平行四辺形になる。 (2) もとの四角形と、中にできた四角形との関係を調べる。 (3) 中の四角形の周りの長さは、もとの四角形の2つの対角線の長さの和に等しい。 (4) 中の四角形の周りの長さはもとの四角形の周りの長さの半分になる。 (5) 中の四角形の面積はもとの四角形の面積の半分になる。 	<ul style="list-style-type: none"> • 既習内容を使って証明する。 • 長方形、ひし形、正方形の性質を確認する。 • まず、実測させてみる。 • 中点連結定理を使って証明させる。 • 特別な四角形で考えた生徒に発表させる。 • 特別な四角形で考えさせる。 • 操作を通して確かめさせる。 • どんな四角形でもいえることを証明させる。

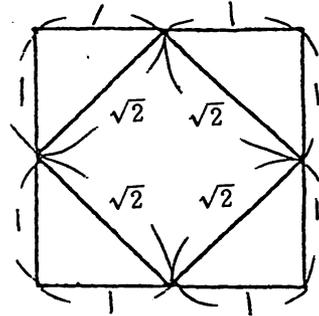
〔生徒の反応〕

- (1) 証明にゆきづまっているグループには、「補助線を引いてみよう。」「平行四辺形になる条件は何だろうか。」と、適宜ヒントを与えた。特別な四角形の方が証明し易かったためか、それについて先に考えている生徒が多かった。次第に、必ず平行四辺形にな

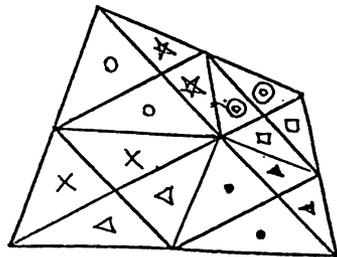
- ることをいうためには、一般的な四角形についていければよいことに気づいていった。
- (2) 実際に図をかいてみると、もとの四角形と中にできる四角形の関係は、容易にわかったようだ。しかし、証明となると、戸惑う生徒がいた。それぞれの四角形の性質を確認し、グループの話し合いの中で説明ができるようになった。
- (3) (1)で補助線を引き、中点連結定理を使って証明をしていたためか、比較的スムーズに証明できた。



- (4) 実測してみると半分にならないことはわかるが、証明となるとかなり戸惑っていた。直観で一番わかりやすいのは正方形であることから、正方形で考えているグループがいた。



- (5) 特別な四角形から考える生徒が多かった。「折ってみたらよくわかる。」という発言があり、実際に紙で四角形を作り、折ることで確かめていた生徒もいた。特別な四角形はそれでうまくいくが、一般的な四角形は折ってもうまくいかないの、切って確かめていた。この操作によって、予想はほぼ間違いないことが確認できたようだが、すっきりしない者もいた。証明については、「補助線を引いて考えよう。」と言ったが、かなり難しかったようだ。対角線を引く生徒は多かったが、そこからどのように考えていけばいいのか戸惑っていた。時間をかけて考えさせると、三角形に分けて考える者がおり証明できるグループがあった。



〔感想〕

- ・ 今まで何気なく見ていた図形だったけど、いろいろな性質があり、結構奥が深いんだなあとと思った。こんな性質があったのにはびっくりした。
- ・ これだけの図形から、たくさん問題ができて面白かった。
- ・ 最初は、意味が分からなかったけど、友だちの説明を聞いているうちにだいぶん分か

ってきてうれしかった。

- 楽しかった！グループになって、わかったときはすごくうれしかった。苦手な中点連結定理がわかってうれしい。
- 私は頭が硬いので、「こうだ！」と一度思い込むと、そこから発展させることができないので、こういう問題は難しく思う。
- 図形は苦手なので難しかった。
- 補助線を引いて求めるものは、苦手だなと思った。
- もっと複雑なものかと思っていたので、答えを聞いたとき、「あっそうか、なーんだ」ということがあった。自分たちで答えを見つけていくので面白かった。

4 考 察

- (1) この授業では、まず予想をたてる段階を大切にした。直観的に予想した生徒、実測や操作から予想した生徒、論理的に考えて予想した生徒など、どのように予想したかは生徒によって異なる。正しい予想ができたかどうかは問題ではなく、自分なりの予想をたてることができたかどうかということが大切である。そのことが、「本当?」「なぜ?」という気持ちを引き出し、考える意欲につながると思う。予想をたてることができない生徒もいたが、グループの話し合いの中で、自分たちの予想、自分たちの課題という意識は持てたのではないかと思う。
- (2) 自分たちが予想したことを調べていったので、わかったときや、説明できたときの喜びをより味わうことができたと思う。また、関心・意欲や課題意識を持って考え続けることができたようである。
- (3) 予想したことを調べ、論理的な根拠を考えていく段階では、教師がヒントを与えなければ先に進めないグループもあった。自分たちで解決した喜びを味わわせるためにも、適切なヒントの与え方を考えていきたい。
- (4) 生徒自らが主体的、意欲的に取り組んでみようという気持ちを持てるような課題や、その課題の与え方を考えていきたいと思う。そして、生徒が考える深さや楽しさ・喜びなどを味わうことができるような授業、違和感や充実感が感じられるような授業にしていきたい。

〔参考文献〕「数学科課題学習の教材集」（明治図書）

（美郷中学校 山野井貴子）

三角形や四角形から、平行四辺形をつくろう（2年）

1. 授業のねらい

これまでの、図形の性質を平行線についての性質や三角形の合同条件を用いて論証してきたが、図形の性質自体は既知しているものがほとんどである。そこで、三角形や四角形を分割し再構成することで、三角形や平行四辺形の性質をより深く理解させたい。

ア 三角形の2辺の中点を通る直線で三角形を分割し再構成することにより、三角形や平行四辺形の性質の理解を深める。

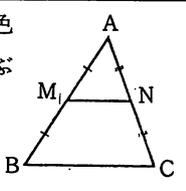
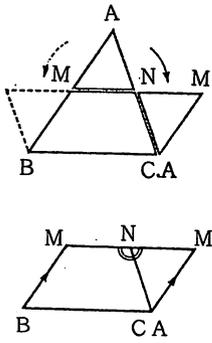
イ 四角形の各辺の中点を通る直線で四角形を分割し再構成することにより、平行四辺形の性質の理解をより深める。

2 指導計画

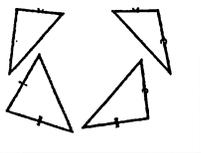
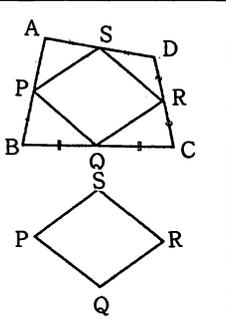
- (1) 三角形を分割再構成して四角形をつくる.....
 - (2) 四角形を分割して平行四辺形をつくる.....
 - (3) 四角形を分割再構成して平行四辺形をつくる.....
- } 2時間
1時間

3 展 開

(1) 第1～2時

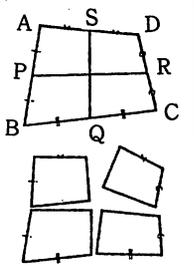
学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1. 課題1を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> • $\triangle ABC$の2辺AB, ACに別の色をつけ、それぞれの中点M, Nを結ぶ線MNで切り離す。 • 2片を並びかえて多角形をつくる。 </div> <div style="text-align: center; margin: 5px 0;">  </div> <ul style="list-style-type: none"> • 平行四辺形ができるらしいことを見つけ発表する。 • 平行四辺形になることの証明を考える。 • 証明を発表する。 <div style="text-align: center; margin: 5px 0;">  </div>	<ul style="list-style-type: none"> • 画用紙で作業をさせながら、課題を理解させる。 • 辺に色をつけるのは、中点で切ったとき同じ色の辺は、同じ長さであることに気づかせるため、印にしてもよい。 • 長方形や正方形、平行四辺形などの場合を黒板に取り上げ全体として平行四辺形になるらしいことをまとめる。2通りできるが、右回転でできる場合と限定しておく。 • 上辺は一直線か、MBと平行になるのはどれで、なぜ平行かを考えさせ、口頭で発表させる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 課題2を把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 四角形の各辺を色で塗り分け、各辺の中点を順に結び、順に切り離す。 残った四角形について考える。 	<ul style="list-style-type: none"> 課題1と同様に、作業をさせながら、課題を理解させる。 対角線AC, BDを引き、考えさせる。 証明は一つだけでなく他にもないか、考えさせる。
<p>3 課題2の発展</p> <ul style="list-style-type: none"> 切り離した三角形4片だけを集めて、並び換えて、多角形ができないだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> 残りの4片に着目させるとよい。このとき、4片がすきまなく集まることも言わせる。また証明は一つだけでなく他にもないか考えさせる。
<p>4 課題と解答をまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 切り出した平行四辺形と同じ大きさの平行四辺形ができたことに気づいて興味が増すと思う。どれから解決させてもよい。



(2) 第3時

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 課題3を把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 四角形の各辺を色で塗り分け、対辺の中点を結び、その直線で4片に切り分ける。 4片を並びかえて、多角形ができないだろうか。 	<ul style="list-style-type: none"> 課題1, 2と同様に、作業をさせながら課題を理解させる。 並び換えて平行四辺形ができたときには、興味が増すと思う。証明は、4片がすきまなく集まること、各辺が一直線であることも言わせる。また、証明は一つだけでなく、他にもないか考えさせる。
<p>2 課題と解答をまとめる。</p>	

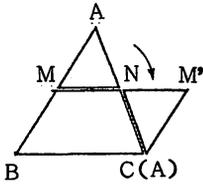


授業の実際

○ 課題 1

($\triangle AMN$ を移した M を M' , A を C とする。)

- 四角形 BCM' が平行四辺形になることの証明



点 N は、辺 AC の midpoint だから、 $AN=NC$

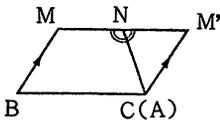
$\triangle ABC$ で、辺 AC は直線だから $\angle ANM + \angle CNM = 180^\circ \dots\dots ①$

また、 $\triangle CM'N$ は、 $\triangle AMN$ を移したものだから、

$\angle ANM = \angle CNM' \dots\dots ②$

①, ②より、 $\angle CNM' + \angle CNM = 180^\circ$ よって、上辺 MM' は一直線になる。

また、点 M は、辺 AB の midpoint だから、 $MB = M'C \dots\dots ③$



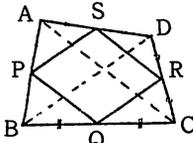
また、 $\angle AMN = \angle NM'C$ だから、錯角が等しいので、 $MB \parallel M'C$

$\dots\dots ④$

③, ④より、1組の向かい合う辺が等しくて、平行だから、四角形 BCM' は平行四辺形である。

○ 課題 2

- 残った四角形が平行四辺形になることの証明……(ア)



対角線 AC , BD を引く。

課題 1 の証明より、 $\triangle ABD$ で $PS \parallel BD \dots\dots ①$

同様に $\triangle CBD$ で $QR \parallel BD \dots\dots ②$

①, ②より $PS \parallel QR \dots\dots ③$

同様に、 $\triangle DAC$ で $SR \parallel AC \dots\dots ④$

$\triangle ABC$ で $PQ \parallel AC \dots\dots ⑤$

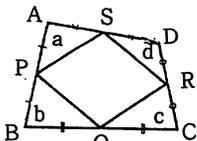
④, ⑤より $SR \parallel PQ \dots\dots ⑥$

③, ⑥より、2組の向かい合う辺が平行なので四角形 $PQRS$ は、平行四辺形である。

その他、「2組の向かい合う辺が等しい」「1組の向かい合う辺が等しくて、平行である」を使っても証明できる。

○ 課題 2 の発展

- 4 片の三角形から、平行四辺形ができることの証明……(イ)



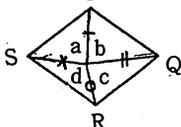
点 P , Q , R , S は各辺の midpoint だから

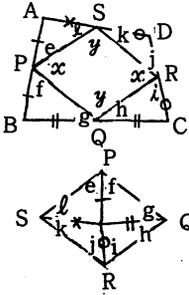
$AP=PB$, $BQ=QC$, $CR=RD$, $DS=SA$ 。

また、点 A , B , C , D を1点に集めると、 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d$ で、これは、四角形 $ABCD$ の4つの内角の和になるから、 360° で平面になる。(ア)の証明より、 $PQ=SR$, $QR=PS$ だから、2組の向かい合う辺が等しいので、この四角形 $SRQP$ は、平行四辺形である。

(その他、「2組の向かい合う角は等しい」を使っても証明できる。)

- (ア)と(イ)の平行四辺形が合同になることの証明





(ア)と(イ)の平行四辺形の辺は等しいので、角について考える。

平行四辺形のとなり合う2つの内角の和は 180° だから(ア)の平行四辺形
で、 $\angle x + \angle y = 180^\circ \dots\dots ①$

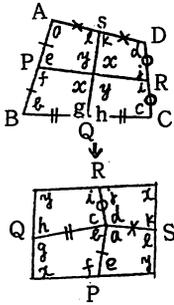
四角形ABCDで、直線だから $\angle l + \angle y + \angle k = 180^\circ \dots\dots ②$

①, ②より $\angle x = \angle l + \angle k$

よって、(ア)と(イ)の2つの平行四辺形の角も等しいので、合同である。

○ 課題3

- 4片の四角形から、平行四辺形ができることの証明



点P, Q, R, Sは、各辺の中点だから、 $AP = PB$, $BQ = QC$,

$CR = RD$, $DS = SA$ 。また、四角形ABCDより、 $\angle e + \angle f = 180^\circ$;

$\angle g + \angle h = 180^\circ$, $\angle i + \angle j = 180^\circ$, $\angle k + \angle l = 180^\circ$ 。

よって、できた四角形の各辺は、一直線になる。

また、課題2の(イ)と同様に、点A, B, C, Dを1点に集めると、
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d$ で、これは、四角形の4つの内角の和になる
から、 360° で平面になる。

よって、下の図より、2組の向かい合う角が等しいので、この四角形は平行四辺形である。

(その他、「2組の向かい合う辺が等しい」を使っても証明できる。)

4 考 察

- 3時間の計画で授業を進めていたが、三角形や四角形を書く作業に時間がかかり、6時間ほどかかってしまった。
- 課題1の証明に時間がかかった。また、そのときに、MNとBCとの関係についての説明が不十分だったためか、課題2の(ア)の証明にも時間がかかってしまった。
- 課題2, 3の証明では、数学の得意な数人の生徒は、意欲的に取り組んだが、その他の生徒は、普通の受け身の授業のためか、あまり自分で考えようとしなかった。図形の証明など、少し高度な内容に取り組んだときも、すぐにあきらめしないで、根気強く、自分で考える習慣を普段から育てていくことが、大切である。
- 3つの課題について、できる四角形が、長方形やひし形、正方形になるためには、もとの三角形や四角形が、どんな三角形や四角形であればよいか考えさせれば、長方形、ひし形、正方形の性質をもっとよく理解させることができたと思う。

(協町中学校 松田弥重子)

列車のダイヤグラム（2年）

1 授業のねらい

一次関数の総合学習的な課題の1つである列車のダイヤグラムを利用して、すでに学習している傾きや切片などをダイヤグラムという事象の中で、どのような意味をもつのか考えさせ、一次関数についての理解をいっそう深める。そのために、ダイヤグラムの見方や考え方を知らせ、与えられたダイヤグラムからより多くの情報を発見させ、簡単なダイヤグラムをかけるようにする。

ダイヤグラムは複雑な運行について、駅間の距離表示などを工夫することによって単純化し、一目で全体の列車の運行状況がわかるように表したものである。つまり、列車の運行を距離と時間の一次関数と見ることによって活用し、必要な情報を読み取る学習をさせたい。なお実際のダイヤグラムでは、列車の種類に応じて緑や青、赤の線のほか太線・細線の区別に列車番号も記入するなどして、ホームでの列車の出入りもわかるようになっており、列車の運行に関する必要な情報はほとんどこの中に示されているといっても過言ではない。この列車のダイヤグラムの学習を通じて一次関数の利用とともに数学的な見方・考え方のよさを体得させたい。

2 指導計画

(1) 一次関数

- ① 一次関数…………… 2時間
- ② 一次関数のグラフ…………… 4時間
- ③ 一次関数の式を求めること…………… 3時間
- ④ 一次関数を使って…………… 4時間

(2) 二元一次方程式とグラフ

- ① 二元一次方程式とグラフ…………… 3時間
- ② 連立方程式とグラフ…………… 1時間

(3) 課題学習「列車のダイヤグラム」…………… 2時間

3 展 開 （本時1／2）

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 教科書(啓林館)P58の例題1のグラフとP62の問題4のグラフを見て、どんなことがわかるか発表する。	・ P58でエレベータの出発してからの時間と位置、P62でA町からB町に至る人のようすがグラフに表されている。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 いずれも横軸に時刻（出発してからの時間）縦軸に距離をとってグラフをかいている。このことから、動いている列車のある時刻における位置がわかることを知る。</p> <p>3 P71を開き、写真を観察し、どんなことがわかるかグループで話し合い、全体に発表する。</p> <p>4 P72の上越新幹線列車ダイヤグラムを読むために、次のことを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・横軸の1目盛りの単位が2分であること。 ・縦軸の駅と駅の間隔は実際の距離に比例して幅が決められている。 <p>5 各グループで、1, 2, 3の問題に取り組み発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ スピードを変えた地点では、直線の傾きが変化すること。 ・ 右上がりの直線は下りの列車、左上がりの直線は上りの列車であること。 ・ すれちがう列車は、その列車の運行を表す直線との交点の数でわかること。 ・ 午前〇時に、何本の列車が運行されているかは、その時刻を表す直線との交点の数でわかること。 	<p>これを使って、列車の運行のようすがかけないか問いかける。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 数学は架空の世界のものではなく、実際に使われていること、実際の列車は加速、減速を繰り返しており、細かくみれば、折れ線式的であるが、大きく見れば一次関数と見なせることを納得させておく。 ・ 東海道新幹線のダイヤグラムと比べて、見やすくなっているのは列車の本数が少ないからであることを押さえる。 ・ 次時は自分が運行表をたてるつもりでダイヤグラムをつくる。そのために、自分の身近な時刻表などを持ってくるようにいう。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 ダイアグラムの有効性, いろいろなことがわかったことを知る。</p> <p>2 各自, 自分のつくろうとするダイアグラムに取り組む。このとき, 次のことがらを考える。</p> <ul style="list-style-type: none">• 横軸の目盛りをどのようにとるか。• 縦軸はどうか。• 駅の配置, 距離と比例する位置にα軸に平行な線をひくこと。• どの列車(バス)をどんな色, どんな線で表すか。 <p>3 できあがったダイアグラムについて, グループ内でいろいろ話し合う。特に, ダイアグラムを作ったことにより, はじめてわかることや, 例えば, ある地点で走ってくる列車の写真を撮る場合, 次の列車までの待ち時間は何分あるかなど, 仮定の問題を作って, それに答えることなどを中心とする。</p> <p>4 ダイアグラムにはいろいろな情報が書き込まれており, それを読むことで, いろいろな効用があることを確認する。</p>	<ul style="list-style-type: none">• 列車1本1本についての運行図をかくことと比べて1枚のダイアグラムがいかにか有効な情報伝達手段であるか理解させたい。• ダイアグラムの製作中は机間巡視をして, 助言指導を行う。 <ul style="list-style-type: none">• 机間巡視のときに目についたダイアグラムを全員に見せ, 話し合わせる中でまとめを行う。 このとき, 身近な材料を取り扱って役立つようなもの, 制作途中でも, 完成すればよくなると思われるものを紹介する。

4 考 察

(1) 生徒の感想

- なにか、いつもの時間と違い、数学の授業という感じがしなかったです。とても楽しくて時間がいつの間にかすぎました。またこんな授業があったらいいなと思いました。
- 数学が苦手な僕みたいな人には少し難しかったけれど、このような授業ならば数学が好きになりそうです。
- いつもの授業では、だいたい教科書どおりに進むのでどんな問題をしていくのか予想できるけど、今日は違いました。できあがったときは感動しました。

(2) 生徒の反応

- いつもなら、わからなくてもそのままにしている生徒がわかるまで班員にいろいろなことを質問していた。
- 一人一人が自分の考えで問題に取り組んでいた。
- 班員がみんなで楽しそうに問題に取り組んでいた。
- 答えがでたらそれ以上何もしようとしなかった生徒も班員と共に協力しあいがんばっていた。

(3) 反省と今後の課題

授業時数を考えると、進度が遅れることが気になって、普段はどうしても教科書中心の授業になってしまう。今回の授業では一人一人の真剣な取り組み、そして普段より興味を持って取り組む生徒の姿を見ることができた。しかし、生徒が数学に目を向けたとは言えない。生徒が興味を持って自ら学ぶには、面白くて、学習意欲や課題意識がでてくるような授業が展開されなければならない。そのために、どのような教材を用いていくかが今後の課題であると思われる。

(三加茂中学校 和田 裕滋)

学習指導要領の改訂と数学教育の展望

本稿では、学習指導要領の改訂が、数学教育に与える影響を、学習指導要領の改訂の背景、改訂の趣旨、改訂の方向性、改訂の具体的な内容、改訂の意義、改訂の課題、改訂の展望の観点から検討する。改訂の背景として、社会の高度化・複雑化、学習者の多様化、教育の情報化が挙げられる。改訂の趣旨として、基礎的・基本的な知識・技能の習得、思考力・判断力・問題解決能力の育成、学習意欲の向上が挙げられる。改訂の方向性として、主体的・対話的で深い学びの実現、学習者の個性・能力に応じた指導の実現、教育の情報化の推進が挙げられる。改訂の具体的な内容として、学習目標の改訂、学習内容の改訂、学習活動の改訂が挙げられる。改訂の意義として、数学教育の質の向上、学習者の学力向上が挙げられる。改訂の課題として、教員の資質向上、教材の開発、評価の改善が挙げられる。改訂の展望として、数学教育のさらなる発展、学習者の個性・能力の最大限の発揮が挙げられる。

自ら学ぶ力を育てる数学指導

数学指導の目的は、学習者が数学の知識・技能を習得し、思考力・判断力・問題解決能力を育成することである。学習指導要領の改訂は、この目的を達成するために、学習目標・学習内容・学習活動を改訂した。改訂の趣旨は、基礎的・基本的な知識・技能の習得、思考力・判断力・問題解決能力の育成、学習意欲の向上である。改訂の方向性は、主体的・対話的で深い学びの実現、学習者の個性・能力に応じた指導の実現、教育の情報化の推進である。

改訂の具体的な内容は、学習目標の改訂、学習内容の改訂、学習活動の改訂である。学習目標の改訂は、基礎的・基本的な知識・技能の習得、思考力・判断力・問題解決能力の育成、学習意欲の向上を目的とした。学習内容の改訂は、基礎的・基本的な知識・技能の習得、思考力・判断力・問題解決能力の育成を目的とした。学習活動の改訂は、主体的・対話的で深い学びの実現を目的とした。

改訂の意義は、数学教育の質の向上、学習者の学力向上である。改訂の課題は、教員の資質向上、教材の開発、評価の改善である。改訂の展望は、数学教育のさらなる発展、学習者の個性・能力の最大限の発揮である。

改訂の背景として、社会の高度化・複雑化、学習者の多様化、教育の情報化が挙げられる。改訂の趣旨として、基礎的・基本的な知識・技能の習得、思考力・判断力・問題解決能力の育成、学習意欲の向上が挙げられる。改訂の方向性として、主体的・対話的で深い学びの実現、学習者の個性・能力に応じた指導の実現、教育の情報化の推進が挙げられる。改訂の具体的な内容として、学習目標の改訂、学習内容の改訂、学習活動の改訂が挙げられる。改訂の意義として、数学教育の質の向上、学習者の学力向上が挙げられる。改訂の課題として、教員の資質向上、教材の開発、評価の改善が挙げられる。改訂の展望として、数学教育のさらなる発展、学習者の個性・能力の最大限の発揮が挙げられる。

改訂の背景として、社会の高度化・複雑化、学習者の多様化、教育の情報化が挙げられる。改訂の趣旨として、基礎的・基本的な知識・技能の習得、思考力・判断力・問題解決能力の育成、学習意欲の向上が挙げられる。改訂の方向性として、主体的・対話的で深い学びの実現、学習者の個性・能力に応じた指導の実現、教育の情報化の推進が挙げられる。改訂の具体的な内容として、学習目標の改訂、学習内容の改訂、学習活動の改訂が挙げられる。改訂の意義として、数学教育の質の向上、学習者の学力向上が挙げられる。改訂の課題として、教員の資質向上、教材の開発、評価の改善が挙げられる。改訂の展望として、数学教育のさらなる発展、学習者の個性・能力の最大限の発揮が挙げられる。

自ら学ぶ力を育てる数学指導

「今の子どもたちは、自主的・主体的に学ぼうとしない」「いろいろと工夫して授業をやっているが、子どもたちがのってこない」「教師が指示したことはやる。しかし、それ以上のことはやろうとしない」、最近よく口にする不満である。

子どもの無気力化がすすみ、「自己教育力の育成」が強調されはじめた。自己教育力とは何かを考えると、「主体的に学ぶ意志、態度、能力」「学習への意欲」等が示されるが、根本的には「生き方の問題」に大きく関わっていることに気付いているであろうか。

鐘啓泉氏の言葉に「求同求異」というのがある。「求同」とは、すべての子どもに同じ知識・技能を与える教育を指し、「求異」とは、一人ひとりに異なる学力を身につけさせる教育を指す。基礎的な知識・技能だけは全員に共通的に習得させるべきだが、それとともに、一人ひとりが「自らの個性をつくり上げる」ような教育が望まれるのである。これからの学校の役割としては、知識・技能そのものよりも、それらを獲得するのに必要な資質を子どもたちに与えておくことが重要である。知識・技能そのものは役立たなくなるかもしれないが、意欲や意志力などは、どんなに社会が変化しても必要である。そういう資質を身につけておけば、社会に出てからも自ら学び続け、その時代、時代に応じた知識・技能を獲得し、立派に生きていける。

「個性をつくり上げる教育」をすすめるには、子どもの自己選択を許容することが必要である。自分で課題を選び、一つの間違ひも許さない、自分でやらなければ、だれも教えてくれない。一つの怠慢も許さないという「しつけ」のもと、その中で自分の個性をつくり上げる。この場合には、個人差がでてくるほど良く、人とは違った人間になるほど、やりがい、生きがいを感じるのである。このためには、課題内容も考慮しなければならないが、「評価」も大きなウェイトを占める。評価の基準としては、次の3つが考えられる。

- ・ 「気付く子どもであるか」：新しいことに出会ったとき、感動し、ピンピン反応するような感受性のある子どもは、自らすすんで学ぼうとする。感受性という点に注目して、関心・態度を評価していけば、自己教育力の育成につながる評価と言える。
- ・ 「能動的な子どもであるか」：どんなに感動しても、自ら動こうとしない子どもは、自己実現の機会もなく、自己教育力が育つとは思えない。「態度」という概念の中には、「行動を引き起こす」という意味が含まれており、自ら積極的・能動的に動くことが「～に対する態度」が形成されていると判断できる根拠となる。
- ・ 「応用できる、使ってみることができる子どもか」：習得した知識や技能を、いろいろな問題解決に際して使ってみようとする子どもは、この問題領域に対する関心・態度が強いといえる。ただ知識や技能を持っているだけでは、関心・態度が形成されているとはいえない。「自ら使ってみる」ということの中に、それらの知識・技能の価値を認め、問題領域の認識を深めていることが現れている。

「自らが自らを教育しつづける力」を育成することは、自らを社会の中で生かすことだと言う点を重視し、これからも「求同求異」の精神で教育活動に専念していきたいものだ。

マッチ棒を使って (2年)

1 授業のねらい

関数的な考え方を身につけていくために、実際にマッチ棒を使って、

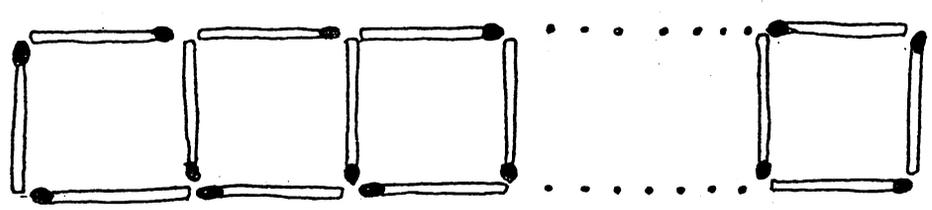
- ① マッチ棒をいろいろな形にならべ、その規則性を見いだす。
- ② 課題の解決に興味をもち、意欲的に活動する。

2 指導計画

- (1) 一次関数…………… 2時間
- (2) 一次関数のグラフ…………… 4時間
- (3) 一次関数の式を求めること…………… 3時間
- (4) 一次関数を使って…………… 4時間
- (5) マッチ棒を使って…………… 2時間(本時)

3 展 開

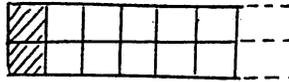
(1時間目)

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 本時の学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>マッチ棒を下の図のように、正方形が横にできるように並べて、正方形を x 個作った。このとき、使ったマッチ棒の本数を求めよ。</p>  </div> <p>2 正方形の数とマッチ棒の数の関係を調べる。</p> <p>3 調べたことを発表する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 本時の学習目標を知らせる。 • どのような考え方をしているか把握する。 • いろいろな考え方のあることに気づかせる。 • 式の求め方を確認する。 • 正方形の数とマッチ棒の数の関係が一次関数の式に表せることを確認する。

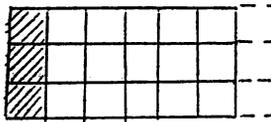
(2時間目)

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 本時の学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>マッチ棒を使った問題を作ってみよう。 また、できた問題を式に表してみよう。</p> </div> <p>2 マッチ棒を使って、問題作りをして、関係を式に表すことができるか考える。</p> <p>3 グループごとに発表する。</p> <p>4 関係を式に表せなかった問題について考えてみる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 本時の学習目標を知らせる。 • どのような考え方があるか把握する。 • いろいろな問題を作れることに気づかせる。 • 何を変数 x, y と置いているか明確にさせる。 • 多様な考え方のあることに気づかせる。 • 式の求め方を確認させる。 • 一次関数の式で表せない場合のあることを知らせる。

生徒の作った問題



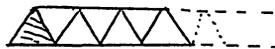
2段に重ねた正方形を横に x 列並べたときのマッチ棒の数 y 本 $y = 5x + 2$



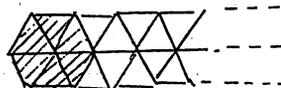
3段に重ねた正方形を横に x 列並べたときのマッチ棒の数 y 本 $y = 7x + 3$



の数を x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 12x + 1$



三角形の数を x 作ったときのマッチ棒の数 y 本 $y = 2x + 1$



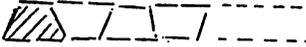
六角形を x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 7x + 5$



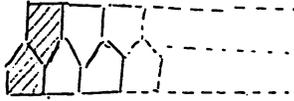
ひし形を x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 6x - 2$



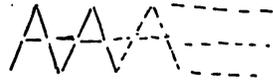
家を x 戸建てたときのマッチ棒の数を y 本 $y = 5x + 1$



台形を x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 4x + 1$



この模様を x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 6x + 3$



Aを x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 3x + 2$



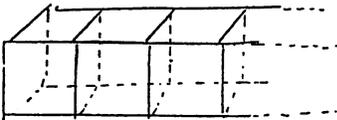
Mを x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 3x + 1$



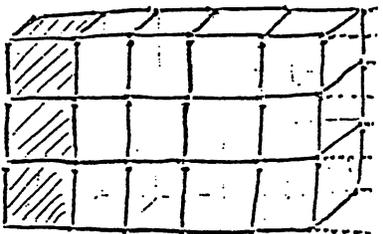
Hを x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 3x + 2$



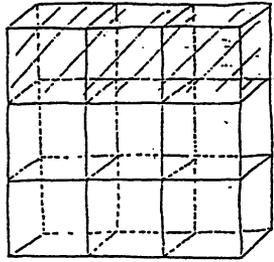
二葉マークを x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 5x + 2$



立方体を x 個作ったときのマッチ棒の数を y 本 $y = 8x + 4$

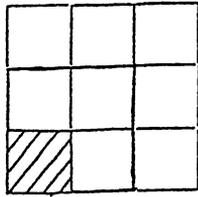


3段に積んだ立方体を x 列並べたときのマッチ棒の数を y 本 $y = 18x + 10$

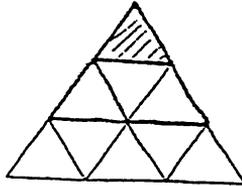


3列に並べた立方体を x 段積んだときのマ
ッチ棒の数を y 本 $y = 18x + 10$

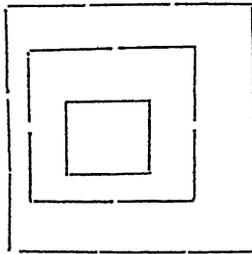
生徒が式を求められなかった問題



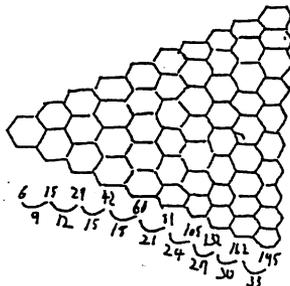
正方形を積んで、だんだんと大きな正方形
を作っていく。このとき、下の段の正方形の
数が x 個のときのマッチ棒の数は何本か。



マッチ棒を右の図のように、三角形がピラ
ミッドの形になるように並べた。一番下に並
んだ三角形が x 個のとき、使ったマッチ棒の
本数はいくらになるか。



正方形をだんだんと大きくして重ねていく。
一番外に作った正方形の一辺に使うマッチ棒
の本数が x 本のとき、全部のマッチ棒の本数
はいくらか。



右の図のように、六角形を1列目1個、2
列目2個、3列目3個と横に並べていく。 x
列目まで並べたときの全部のマッチ棒の本数
はいくらか。

4 考 察

(1時間目)

変わっていく量(変数)と変わらない量(定数)を図の中で見つけると、

ア 1個目の正方形に使った本数4を定数として、2個目から3ずつ増えていくと考えて、
 $4 + 3(x - 1)$

イ 左端の1本を定数として、1個目から3ずつ増えていくと考えて、
 $1 + 3x$

ウ 正方形1個を作るのに4本使うと考えて、 $4x$ 。それから、重なっている部分を引いて
 $4x - (x - 1)$

エ 左右両端の2本を定数として、正方形1個作るごとに横向きのマッチ棒が2本ずつ増え、
2個目からは、縦向きも1個ずつ増えていくと考えて、
 $2 + 2x + (x - 1)$

オ x 個のとき、縦向きのマッチ棒は $x + 1$ 、横向きのマッチ棒は $2x$ だから、
 $(x + 1) + 2x$

などがある。また、一次関数の学習の後なので、正方形の数、マッチ棒の数の2変数を見つけて表を作り、 $y = ax + b$ の式を求める方法もある。ア～オの式も最終的には、 $3x + 1$ になる。しかし、早く答を求めるだけでなく、定数、変数を使って、いろいろと考えることで次の学習に結びつけることができたと思う。

(2時間目)

マッチ棒という具体的な事象を使う作業によって、変わっていく量を見つけやすく、また、興味を持って取り組むことができ、自由な発想で、絵や文字、立体と発展させた。週2時間あるティームティーチングの時間を使ってこの課題学習を行ったが、一人一人に対応をより多く取れたことで生徒の意欲が高まった。また、生徒どうしで話し合いながら進んで学習に取り組めた。今度は頂点の数、面積、周の長さなど、多様な変数を見つけ作ることも指導できたらと思う。また、3年生になって二次関数の学習のときに、もう一度考えさせてみたい。

(今後の課題)

生徒の発想を生かすために、出てくると予想されるアイデアを考えてみるのが大切である。今回、そのことが十分でなかったのも、せっかくのアイデアを練り上げることができなかったところがある。いろいろな考え方を予想するために、ティームティーチングでも、教師がお互いの考えを出し合ってみることも効果があると思う。

(石井中学校 鈴木賀代合)

わたしってきれい？（3年）

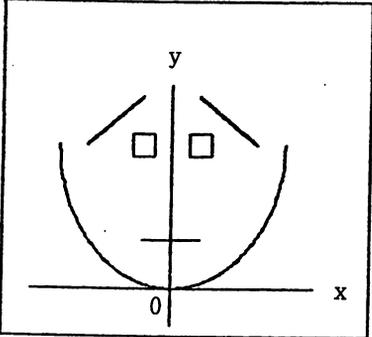
1 授業のねらい

- (1) 全員が意欲的に授業に参加できる。
- (2) 3年間の関数の総まとめとして、いろいろな関数の式をグラフにあらわすことができる。

2 指導計画

- (1) 関数 $y = ax^2$ 2時間
- (2) 関数 $y = ax^2$ のグラフ 5時間
- (3) 関数 $y = ax^2$ の値の変化の割合 3時間
- (4) いろいろな関数 1時間
- (5) わたしってきれい？ 2時間（本時）

3 展 開

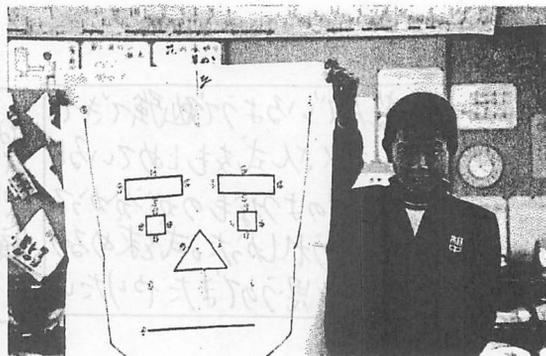
学習内容と学習活動	指導上の留意点
<div style="text-align: center;">  </div> <ol style="list-style-type: none"> 1 上の図を見て、気付いたことを発表する。 2 上の図にある直線・曲線の式を求める。 3 上の図を参考にして、班員の顔をかく。 （グループで作業する） 4 他の班がつくった図の中にある、直線・曲線の式を求める。 	<ul style="list-style-type: none"> • $y = ax^2$, $y = ax + b$ のグラフがあることに気付かせる。 • OHPにかいてある図と同じ図をプリントにして生徒に配付する。 • 変域も、求めさせる。 • 参考として、輪郭、眉の式を変えた図形をOHPで見せる。 • それぞれの直線・曲線の式は、変域もふくめて決めておく。 • 変域も忘れず、求めさせる。

課題 3 における生徒の作品

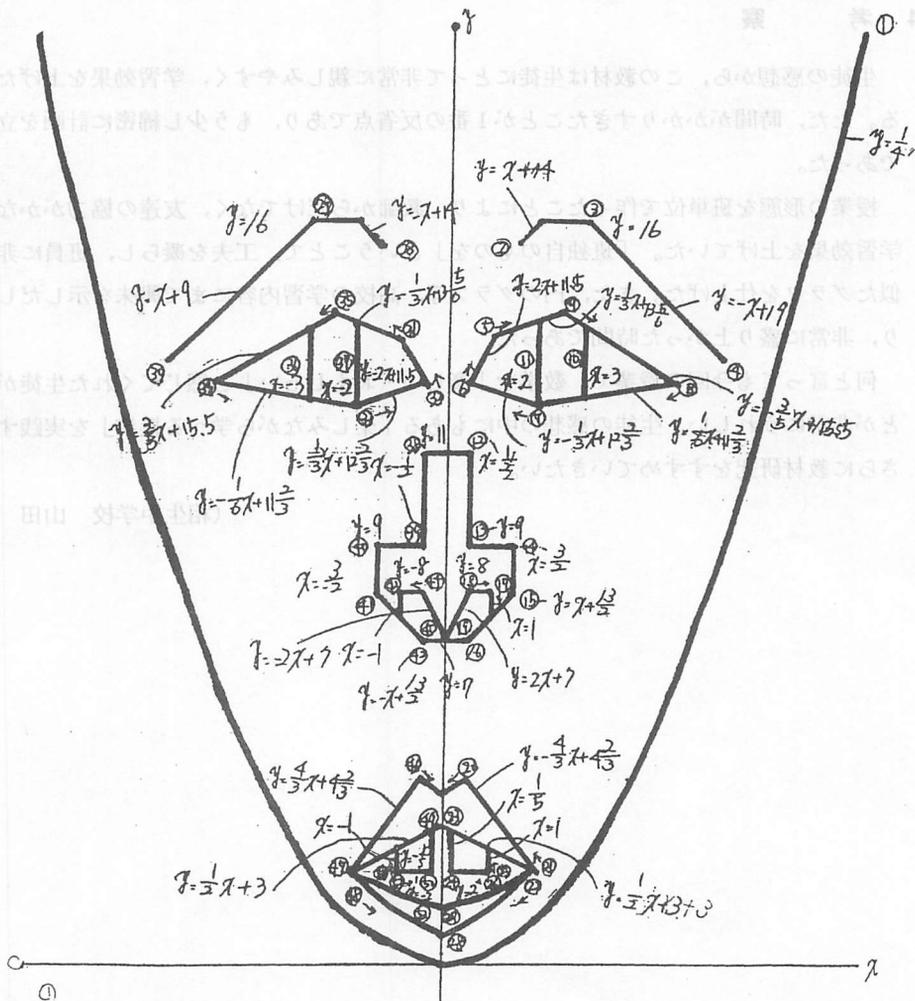
(ア) 誰が見てもK君と分かるグラフができました。

輪郭等雰囲気をうまくつかんでおり、班員全員が満足のいく作品のようです。

目等を円で描きたいと次への学習課題へ意欲をつのらせていました。



(イ)



授業後の生徒の感想

顔のグラフは遊んでいるようで勉強できておもしろかった。たくさん式をもとめているとだんだんと、きまりのようなものが分かってきて、すらすらできてうれしかった。式を求めるのは頭の体やうにいいと思うのでまたやりたい。

はじめは顔のグラフの解き方がわからなかったのでもらったけど友達に教えてもらって解けるようになったときは解くのが楽しくなった。この顔のグラフの授業はよかったです。顔も本人とよく似ていておもしろかった。

4 考 察

生徒の感想から、この教材は生徒にとって非常に親しみやすく、学習効果を上げたと思われる。ただ、時間がかかりすぎたことが1番の反省点であり、もう少し綿密に計画を立てるべきであった。

授業の形態を班単位で作ったことにより、教師からだけでなく、友達の協力がかなりあり、学習効果を上げていた。「班独自のものを」ということで、工夫を凝らし、班員に非常に良く似たグラフを仕上げた。また、円のグラフ等、高校の学習内容にまで興味を示した班もあり、非常に盛り上がった時間であった。

何と言っても今回の授業で、数学を「楽しい・おもしろい」と感じてくれた生徒が増えたことが非常にうれしい。生徒の感想の中にもある「楽しみながら学べる授業」を実践するためにさらに教材研究をすすめていきたい。

(相生中学校 山田 加奈)

「選んで」の言葉のなかに、その意味の異なる二つの「選んで」が、同時に用いられる。一つは、その意味が「選んで」である。もう一つは、その意味が「選んで」である。この二つの「選んで」は、それぞれ異なる意味で用いられる。この二つの「選んで」は、それぞれ異なる意味で用いられる。この二つの「選んで」は、それぞれ異なる意味で用いられる。

選択教科としての数学の指導

。その必要は、自らも、何事にも、積極的に関与し、

自らも、何事にも、積極的に関与し、

選択教科としての数学の指導

学習指導要領の改訂により学校教育全体を通して、「自ら学ぶ意欲と社会の変化に主体的に対応できる能力の育成を図る」こと、及び「基礎的・基本的な内容の指導を徹底し、個性を生かす教育の充実に努める」ことが求められている。

数学科においても「選択教科としての数学」がおかれ、生徒の特性等に応じた多様な学習活動が展開できることを期待している。

そのためには、次の三つの条件が必要と考えられている。

- ① 多様な学習内容が用意されていること。
 - 成就感を味わうことができる内容であること。
 - 自力で問題解決に立ち向かえる内容であること。
 - 能力・適性が生かせる内容であること。
 - 経験が生かせたり、直接経験がなるべく多くできる内容であること。
- ② 多様な学習方法が計画されていること。
 - 一斉学習形態
 - 選択学習形態（例えば、補充、深化、発展、学習課題別コース）
 - 自由学習形態（自ら課題を設定し、解決を図る形態）
- ③ 学習時間が確保されていること。
 - 生徒の希望を生かした年間指導計画の作成
 - 教師と生徒の相談による年間指導計画の作成
 - 教師主体による年間指導計画

などが、学校や生徒の実態等に応じた作成が必要であると考えられている。

以上のことを踏まえて実際に年間を通して授業をしていくうえで大きく二つの方法が考えられる。

- ① 年間を通して一つの内容を学習する。
 - 例えば ○ 統計学習を年間通して学習する
 - 数学史を学習していく
- ② 課題学習的にいろんな内容を数時間かけて学習する。
 - 例えば ○ トピック的な課題の学習

①、②どちらの方法にしても学習者中心の授業でなければならない。そのためにも年間計画や課題の設定を生徒の実態に応じて作成しなければいけない。このことは、「選択教科」を指導していくうえでたいへん重要であることがわかる。

次に評価のことについて考えると生徒は、一人一人多様な見方・考え方をもち課題に取り組もうとする。そのため、必修授業の評価方法とは違った観点を考え、生徒の良さを見つけ出せる方法を工夫していく必要があると思われる。

上記のことを考慮して本年度は、課題学習的な内容での「選択教科」の授業を実践し、これからの「選択教科としての数学」を考えていこうと研究を進めた。

選択教科「数学一般」

1 選択教科への取り組み

昨年度から新学習指導要領へと移行され、数学科においても「課題学習」「選択教科」が学習内容に導入された。本校では、これに対応し昨年度から3学年において、週1時間を「選択教科」に取り入れている。

本年度も英語においては、他校と同様に外国語として選択しているが、他の8教科を下記のように14コースに分類し、生徒選択で実施している。

国語科（文芸コース・古典コース）、 数学科（数学一般A・Bコース）、
社会科（公民コース・歴史コース）、 理科（1分野コース・2分野コース）、
音楽科（器楽コース）、 体育科（室外競技コース・室内競技コース）、
美術科（絵画コース）、 技術家庭科（情報基礎コース・手芸コース）

(1) コース決定から授業開始までの経過

- ① 4月に入り選択教科として学習したい教科とどのような内容をしてみたいかのアンケートを生徒に対し実施



- ② 生徒の意見・施設・教員数等をもとに14コースに決定
年間計画の作成



- ③ 学年集会で14コースのガイダンス



- ④ 生徒に第1希望から第3希望までを用紙に記入しコース選択をする。
体育館で行い第3希望までに入れなかったり、希望数の多いコースは抽選で決定（生徒が納得して選択できるように配慮）



- ⑤ 5月中旬から授業開始

「数学一般コース」については、A・B2つのコースに分けた。2コースとも内容は同じで各コース25名程度の生徒で構成している。2つに分けた理由は、昨年度1コース33名の生徒で実施したが、教科指導をしていない生徒の理解力がわからず、生徒を知ることにかかった。そのため今年は、教科担任であるクラスの生徒で構成し、できるだけ個に応じた指導や解説が十分できるように2コース、2名の教科担任に分け実施している。そして、そのことが生徒にとっても有効であるように思われる。

(2) 評価について

各選択教科ごとに観点別評価を検討し、数学科では下記の3つで評価をしている。

- ① 数学への関心・意欲・態度
- ② 数学的な思考・表現・処理の習得
- ③ 数量・図形などに関する知識・理解

2 年間指導計画の作成

(1) 時間数に関して

数学科において年間指導計画は、表1のように年間35時間のうち、26時間はあらかじめ教師が課題を用意しておく。そして、数時間分の内容を終了するたびに、生徒にアンケート調査を行い、生徒が今までの内容について興味や関心が持てたかどうかを調べる。今後どのような内容の課題に取り組んでいきたいか、研究していききたいかを把握する。その後、生徒が主体的に取り組んでいけるように課題を工夫・検討し残りの9時間をその課題にあてている。しかし、あくまでも目安であり生徒が教師の用意した課題にたいへん興味や関心を示したり、より深く考えたいと思う課題には時間を変更したり加算して取り組んでいる。

(2) 課題に関して

本校では、3学年での「課題学習」の時間を特に設けず、必修教科の授業にできるだけ導入している。その課題は、主に既習の内容等について作製し実施している。「選択教科」では、トピック的な課題・数学史的な課題を検討し作製・実施している。

そして、課題について下記のことを考慮に入れながら検討をし、課題を作製している。

- ① 興味、関心をもって、数学を楽しむことができること。
- ② 作業等を通して全員が課題に取り組むことができること。
- ③ いろいろなレベルに応じてだれもが課題を解決できること。
- ④ より多くのいろんな数学的思考方を伸ばすことができること。
- ⑤ 自分から新しい課題を見つけだすことができること。
- ⑥ 補充、深化、発展としての役割をもち、特に発展的な学習をすることが可能なこと。
- ⑦ あることがらを順序立てて考えれば解決できること。

このことは、必修の授業においても大切ではあるが、選択教科においては、より重要であると考えている。

表1 平成6年度 選択教科数学一般A・B 年間指導計画

時間目	課題	16	おしどりの遊び
1	班を決定・ガイダンス	17	てんびんで計ろう
2～6	統計1～5	18	ハンバーガー作製問題
7	ハノイの塔	19	升で量ろう
8～10	時刻表を作ろう1～3	20	一番大きい体積は？
11	正多角形の作図	21	時計の中の数学
12	正多面体の作製	22～23	音楽の中の数学
13	4色問題	24	数学史に学ぶ
14	折り紙を折ろう	25	確率の実験
15	一筆書き	26	校舎を測ろう

3 展開事例

(1) 課題 「統計2」

(2) 課題設定の理由

2学年において統計の学習が扱われている。しかし、自分の課題としてあまり関心を示さなかった。もっと、自分の身の回りや生活の場から資料を集め、資料の分類・いろんなグラフの表し方・読み取り方を学び統計について深く理解させたい。

(3) 統計1から5までの流れ

統計1・・・班で話し合い、研究課題をいくつか決める。

統計2・・・研究課題を1つに決定し、資料の集め方の検討（本時）

統計3・・・集めてきた資料からグラフを作製

統計4・・・グラフからわかることがらをまとめる。

統計5・・・研究課題の発表会（校内予選）

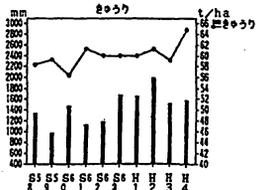
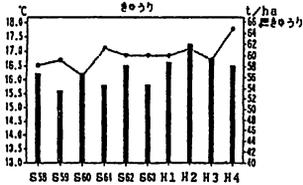
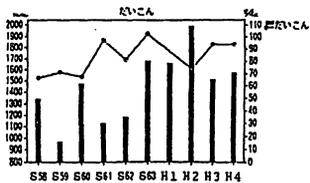
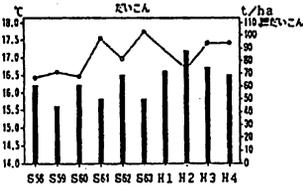
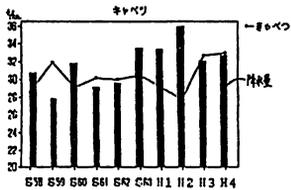
(4) 授業形態 班でのグループ活動（4名から5名）

(5) 展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 班で考えた研究課題を再検討し、1つの研究課題に決定する。</p> <p><研究課題></p> <p>A班 鳴門市の農作物と気象との関係</p> <p>B班 気温と水道使用量との関係</p> <p>C班 気温と消費電力量との関係</p> <p>D班 すだちとみかんの収穫量の変化</p> <p>E班 救急車の出動回数と年齢との関係</p> <p>F班 交通事故件数と鳴門大橋開通との関係</p> <p>2 決定した課題の資料の集め方について検討し、役割を決める。</p> <p><資料の集め方></p> <p>A班 市役所の資料と徳島気象台から昭和58年から平成4年までの年間降水量と年間平均気温の資料を提供していただく。</p> <p>B班 新聞に掲載されている気温と鳴門水道局からの取水量の資料を提供していただく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ 調査方法や収集に困難なものを助言する。 ・ 生徒が検討した集め方で資料提供していただける機関に生徒と一緒に連絡・訪問する。 ・ 放課後等に連絡・訪問をする。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>C班 新聞に掲載されている気温と四国電力鳴門営業所から鳴門市管区の電力消費量の資料を提供していただく。</p> <p>○ 四国電力に連絡をしてみると営業所内部の施設や配電盤等の説明もしていただけることになった。</p> <p>DEF班 市役所からの資料を提供していただく。</p> <p>3 次の時間までにすることの確認。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 連絡をしても資料を提供していただけない機関があった場合は、研究課題を再度検討させる。

(6) 研究課題の発表例



選択教科数学 班別レポート

班員	Aさん	Bさん
	Cさん	Eさん
課題	農作物と気候の変化について	

課題設定の理由

去年 農作物が不作だったのは冷夏だったためと予想し、天候と農作物の収穫量にはどんな関係があるか調べてみたいと思ったから。

研究方法

気象庁と市役所から集めた資料をもとに、農作物の1haあたりの収穫量と天候を調べました。そして昭和58年から平成4年までのやりかわりを、収穫量は折れ線グラフに、気候は棒グラフに表しました。

研究結果

キハバシは降水量と関係があり、降水量が多い年は収穫量が少なく、反対に降水量が少ない年は収穫量が多いということがわかりました。でも気温との関係はあまりありませんでした。また、すたちと大根は気温と関係があり、すたちは気温と同じように変化しますが、大根は気温の変化とは逆に変化することがわかりました。私達が²研究中で不思議に思ったのがきょうりとほうれんそうのやりかわりで、他の作物とちがってあまり変化がみられませんでした。そこで私達は「ハウス栽培ではないか」と予想しました。これらの結果から、農作物は天候によって影響を受けるが、農作物の種類によって影響の受け方がちがっていることがわかりました。

4 考 察

(1) 今後の課題

- ・ 生徒に「正課クラブ」と「選択教科」の違いを理解させる。
- ・ 大規模校では、教員数も多く多種多様なコースを設定できるが、中規模校や小規模校では、困難であるのではないか。
- ・ 中規模校や小規模校のある中学校では、選択教科として数学だけを設定し、週5時間実施しているが、生徒の理解力の差が大きく課題を決めるのに困る。
- ・ 「課題学習」との違いを指摘されたことがあるが本校では、十分時間をかけて指導しなければいけない課題やトピック的な課題を「選択教科」の課題として取り組んでいるがそれでよいか。
- ・ 生徒にあった課題をどのように探せばよいか。

(2) ま と め

選択教科の数学を履修している生徒の約50%が第1希望で入ってきている。そして、約20%が「数学はどちらかという好きではない」というようなアンケート結果がでた。しかし、約90%以上の生徒が「数学を好きになりたい」とも思っている。そのためか授業では、ほとんどの生徒が積極的に作業を進めたり、多様な考え方で問題に取り組んでいる。

必修の数学では、目立たず発表もしない生徒が班代表として自分から申し出たり、班の仲間と口論をしあい意欲的に取り組んでいる。

また、初めは興味や関心を示さなかった課題でも、考え方によって興味を持つようになり、深化していくにしたがってのめり込んでしまう生徒も多く、数学の楽しさを少しは理解してもらえたように思っている。

そして、評価をしていくことにより、必修の授業の評価とは、必ずしも一致していなく、今までの授業の中で生徒は、一面しか見せていなかったのではないかと思うように感じてきた。このことから「選択教科」は「個性を生かす教育の充実」「自ら学ぶ意欲と社会の変容に主体的に対応できる能力の育成を図る」とした新学習指導要領の目標に適しているものであると考えられる。

参考文献

数学科のキーワード7

「選択教科としての数学の計画と展開」 明治図書

文部省 中学校数学指導資料

「指導計画の作成と学習指導の工夫」 大坂書籍

「数の世界雑学辞典」片野善一朗 日本実業出版社

(鳴門市第一中学校 齋藤 大輔)

実践ワークシート

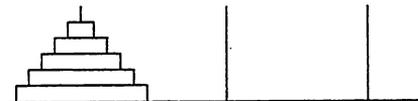
3年数学 選択教科 数学 教師用

3年()組 氏名()

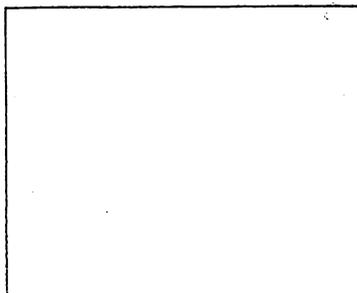
今日の課題 「ハノイの塔」

フランスの数学者ルカの本に紹介されていた問題である。(約100年前)「インドのある寺院では、黄金の円板を使ったハノイの塔があり、バラモン教の僧侶(ブラフマン)が日夜、円板の移動を続けている。」と言っています。これを特に「バラモンの塔」と呼ぶそうです。そして、「この黄金の円板を移し終わるとき、この世は終わってしまう。」と語っているのですが、その円板の数は64枚だと言っています。」

この世の終わりは、いつ来るのでしょうか?



作業1 ハノイの塔を作りましょう。
2. 3. 4. 5. 6cmの1辺をもつ、正方形を5枚作ってください。
(配布した用紙に5枚の図をうまく配置し、カッターで切って板を作ってください。)



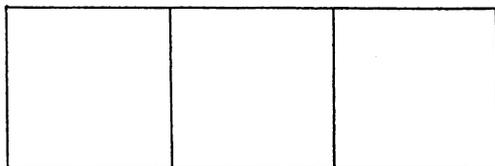
作業2 ハノイの塔を動かしてください。

円板の数	動かした回数
2枚	3回
3枚	7回
4枚	15回
5枚	31回

規則性は、あるでしょうか?

$$2^n - 1 \text{ (回)}$$

64枚 18446744073709551615回
東京 兆 億
1秒に1回動かしたとして、約6000億年かかる。



選択教科数学 色分けしよう

3年()組 氏名()

問題 下の図形を境界線で色分けをしてみましょう。
そして、何色使いましたか。
(ただし、使う色はできるだけ少なくしましょう)

① ()色 ② ()色

③ ()色 ④ ()色

⑤ ()色 ⑥ ()色

この問題は1852年、ロンドン大学教授ドゥ・モルガンのところへ、学生のガスリーが「兄から聞いた問題ですが」とことわったのち、「線で接する国を違う色で塗るとすれば、必要な最小数は、()である。」ことをどのように証明すればよいか、質問してきたそうです。これがこの問題の起源です。
1878年、ロンドン数学会のケイレイが未解決な疑問として発表した。
1976年、アメリカの数学者アッペルとハーケンにより、コンピュータを合計1200時間使用してやっと解決されました。

下の地図に挑戦してみましよう!



編集にたずさわった人

粟田恭史	徳島市富田中学校
井上衛	板野郡藍住中学校
猪谷正治	海部郡牟岐中学校
香川朗	徳島市徳島中学校
川尻隆之	徳島市富田中学校
岸田恭子	板野郡藍住中学校
齋藤大輔	鳴門市鳴門第一中学校
庄野泰志	阿南市阿南第一中学校
鈴木賀代合	名西郡石井中学校
立山一郎	徳島市八万中学校
田岡一雄	鳴門教育大学附属中学校
谷崎栄之	鳴門教育大学附属中学校
武田純子	勝浦郡福原中学校
徳永啓牟	徳島市八万中学校
中西久雄	板野郡上板中学校
中橋直子	徳島市南部中学校
新居克行	麻植郡鴨島第一中学校
西山伸二	阿波郡市場中学校
長谷勝義	鳴門教育大学附属中学校
春木透	小松島市小松島中学校
松田弥重子	美馬郡脇町中学校
柳本恵子	徳島市城西中学校
山田加奈	那賀郡相生中学校
山野井貴子	麻植郡美郷中学校
和田裕滋	三好郡三加茂中学校