

個を生かし,自ら学ぶ力を育てる学習指導
(実 践 研 究)

平成 6 年 4 月

徳島県中学校教育研究会数学部会

香 川 朗

ま え が き

徳島県中学校教育研究会数学部会会員の先生方には、新しい学習指導要領による数学教育実践に日々取り組まれ、また、本部会発展のために御尽力いただき、厚く感謝申し上げます。

平成5年11月15日には、第26回徳島県中学校数学教育研究大会が、「たくましく心豊かな生徒を育てる数学教育 ― 個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導 ―」のテーマのもとに、三好郡三好中学校を会場にして開催されました。会員約200名の参加を得て、研究授業、講演、研究討議が行われ、授業では、課題学習やコンピュータの利用学習で、生徒の意欲的な取り組みが見られ、また、研究発表では、「個に応じた学習指導」「課題学習」「チームティーチング」についての実践研究で、新学習指導要領が全面実施となつての新しい教育の方向に向けての内容の濃いすばらしい研究大会でありました。

本部会でも、研究委員会を組織し、平成2年度より課題学習に焦点を当て、研究に取り組んで参りました。そして、課題学習の研究(1)～(3)を、すでに刊行してきました。平成5年度は「個を生かし、自ら学ぶ力を育てる学習指導(実践研究)のタイトルのもと、「チームティーチングの指導」「課題学習の研究」「自ら学ぶ力を育てる数学指導」「数学科におけるコンピュータの利用」の4分野について、研究実践された内容で編集をいたしました。

各学校におかれましては、学校の実態に応じて既刊の研究誌と本書を併せてご活用いただき、新学習指導要領がめざす学習指導を進めていただければ幸いです。

終わりに、各郡市の研究委員の先生方にはご多忙の中、研究いただき、遠隔の地より土曜日の午後の会ごとに馳せ参じてくださり、時間の経つのも忘れて研究協議を重ねてくださいましたそのご苦勞に対しまして感謝の念でいっぱいでございます。また、研究委員の先生方と共に本書の編集にご尽力くださいました事務局の先生方にも厚く御礼申し上げます。

平成6年3月

徳島県中学校教育研究会数学部会
会長 新居 克行

目 次

<チーム・ティーチングの指導>

1 点の集合と図形	三好郡三加茂中学校	和田 裕滋	3
2 不等式の解き方	海部郡日和佐中学校	今津 久仁	7
3 よりよいチームティーチングの授業を求めて	阿南市阿南第一中学校	庄野 泰志	11
4 三平方の定理	麻植郡鴨島第一中学校	三倉 幸夫	15

<課題学習の研究>

5 最短距離を求めよう (一次関数)	那賀郡羽浦中学校	板東 幸治	23
6 六角形の内角の和を求めよう	鳴門市第一中学校	原田 哲治	27
7 二等辺三角形の性質	小松島市小松島中学校	平井 正美	31
8 格子点と多角形の面積	名西郡神山中学校	島田 信治	34
9 三角形の面積をいろいろな方法で求める指導	徳島市城東中学校	松本 静子	38
10 正五角形と黄金比	美馬郡木屋平中学校	坂東 正美	42
11 面積の比を使って	徳島市富田中学校	川尻 隆之	48

<自ら学ぶ力を育てる数学指導>

12 少人数学級の特徴を生かした個に応じた指導 一 方程式の利用 (距離・速さ・時間の問題) を通して	勝浦郡福原中学校	武田 純子	53
13 平面図形における自ら学ぶ学習指導について	徳島市城西中学校	佐藤 文子	57
14 条件変えを取り入れた指導を通して	板野郡藍住東中学校	松本 和基	61
15 課題を持って取り組むために (コンピュータを使って)	阿波郡阿波中学校	根東 英司	67

<数学科におけるコンピュータの利用>

16 数学科におけるコンピュータ利用による効果について	徳島市徳島中学校	香川 朗	73
-----------------------------	----------	------	----

「教壇」のなかの「教壇」の「人」を「人」にする

ティーム・ティーチングの指導

ティーム・ティーチングによる指導のねらいと改善

今日の数学教育の学習指導における課題は、学習進度の遅れがちな生徒を含め、すべての生徒がその能力・適性に応じた指導をいかに受けるかにある。その手だてとして、T.Tによる学習指導の実践がなぜ必要とされるのか簡単に述べてみたい。

一斉指導は、生徒の多様な能力や適性に応じた指導を行うには、この指導方法だけでは十分であるとはいえない。学習進度の著しく異なる生徒の指導に当たって一人の教師では十分に対応しきれていないのが現状である。

教師間の授業場面における協力を直接的協力、授業の指導案の作成や教材研究、教具の作成等を間接的協力と区別することにしよう。本来、両者は密接に関連しながらすすめられるべきであるが、実際の教育現場においては、生徒指導や事務処理の多忙さもあって、必ずしもそうではない現状がある。従来の授業形態における教師間の協力が、間接的協力にとどまり、授業場面における直接的協力があまり関心がもたれてはいなかった。

しかしながら、特に数学のように一人一人の生徒の習熟度にかかなりの隔たりが見られる教科については、個に応じた学習指導ができやすい環境づくりが早急に求められるように思われる。

昨年度から県下で実験的に始められ、今年度正式に16中学校で、T.Tによる継続的指導実践が始まっている。

ここ1年間T.Tによる指導を実施してきたわけであるが、十分な教材研究もできず、生徒たちの学力・学習意欲を伸ばすことができなかつた反省として、気がついた点を挙げたい。

- 2人の教師の指導する範囲をはっきりと分担することは効果的ではあるが、その場合でも2人の教師が指導の全体の流れをつかみ、互いの協力によって実際の生きた授業を組み立てていく気配りが必要である。
- 1人の一斉授業では難しかった学習の動機づけの工夫をし、説明の工夫や個別指導、生徒の自信につながる励ましを2人の教師とも精力的に取り組む努力が必要である。
- 各授業における目標を2人の教師の事前の教材研究で明確にし、その目標達成に向けての授業の流れを段階的に組み立てておく準備が必要である。
- 従来の一斉授業の時の固定観念や授業観にとらわれず、新しい授業を創造していく柔軟な姿勢が教師に求められている。

今後T.Tによる指導方法に研究が次々となされ、この授業形態が多くの学校で定着されることを願うばかりである。我々が今後のT.Tによる指導の研究として、T.Tによる数学指導を実践される先生方のよき話材にして頂ければこの上ない幸いである。

点の集合と図形（ティーム・ティーチング）

1 実践の方法

1年生、2年生、3年生の全ての生徒に対し、習熟の程度に応じ個別指導やグループ指導を行う。そして、授業展開の工夫、改善及び基礎・基本の定着を図り、自ら学ぶ意欲を育て、社会の変化に主体的に対応できる能力の育成を図る。

生徒個々の能力、個性に応じた学習により、数学科への興味・関心・意欲等の高い生徒の学力向上、個性の伸長を図る。また基礎学力の定着していない生徒の思考過程や理解不十分な原因の究明ができ、学力向上対策も立てられる。分かる楽しい授業の展開が可能となり活気あるものに行うことができる。

その方法として、1年生では週1時間、2、3年生では週2時間の数学の指導を複数教師で行っている。1人の教師は、一斉指導を行い全体的な指導に当たる。もう1人の教師が習熟の程度に応じて生徒の個別指導に当たる。單元ごとに指導者の役割を交替することによって、2人の教師が年間を通して全ての学級に平等に当たることができるようにしている。また、機会をみつけて、生徒の感想や要望を聞いて、望ましい方向へ取り組んでいる。

2 授業のねらい

いろいろな図をかくことを通して、平面図形に対する見方を深め、基礎的な知識・技能を理解し、活用する能力を伸ばしたい。そのために、図形を点の集合と考え、それが、ある条件にあてはまる点の集合（2点から等しい距離にある点、角の2辺から等しい距離にある点）とみることができるようにする。そしてT、Tによる指導により、その点の集合が垂直二等分線や角の二等分線であることに気づいた喜びを味わわせたい。

また図形についての学習は、中学校になってここが初めてであるが、小学校において相当多くの事項について学習している。そこで、配慮すべき点として、図形嫌いが出ないように、ポイントを押さえた授業を展開したい。そして、頭だけの理解に終わらせることなく、コンパス、定規等を使い、からだで体験させる。また、そのために、図形をかくことに関心をもたせる必要があるのでたくさんの図をかかせながら、平面図形に対する見方を深めさせる。

3 指導計画

- | | |
|-----------|-------------|
| 1 直線と図形 | 3時間 |
| 2 図形の移動 | 3時間 |
| 3 点の集合と図形 | 3時間（本時 2/3） |
| 4 基本の作図 | 3時間 |
| 5 問題 | 1時間 |

段階	学習事項	生徒の活動	指導形態		
			T 1	T 2	指導上の留意点
		<ul style="list-style-type: none"> 2辺OA, OBの両方から等しい距離にある点があるかを考え、それらの点の集合と$\angle AOB$の位置関係を考える。 			「角の二等分線」という用語は、小学校で学んでいないことに注意する。
整理	本時のまとめをする。	垂直二等分線、角の二等分線の定義を理解する。 練習問題を解く。	説明 個別指導	観察 個別指導	教科書を見せるだけでなく読んで説明する。

5 考 察

(1) 生徒の感想

- 教えてくれる回数が増えたとし、聞きやすくなったのでいいとおもいます。
- 毎時間来てほしい。もっと教えてほしい。
- 説明の時など後ろにいたので、私語がへったし授業に集中できるようになったと思います。
- 困っているとき、教えてもらえてわかるようになってうれしい。
- わからないところが少しだけわかるようになった。一人より二人の方がいいと思います。
- 別に前と変わらない。あまり必要ないと思う。
- 二人いると授業が早く進んでいいと思います。
- 今はまだ影響はないけど、二人いるからもっと質問したいです。
- 教えにいらっている人がきまっているようなのでもっと他の人にもまわってきてほしい。
- あまり変わらない。
- 先生が二人いると、わからないところをていねいに教えてくれるのでよくわかる。
- 今までではわからなくても、黙って授業を受けていたがT, Tの授業ではすぐそばにもう一人の先生がいるので質問しやすくなった。
- 授業中、ジロジロみられたら、気は散るし、何かいやな気持ちになる。
- 二人いるため、ミスを見つけってくれるが、一人だと見過ごすことが多いと思う。
- 横から見られるのはあまり好きではない。
- 先生が二人いると雰囲気が明るくなった。
- 普通の授業より何となくおもしろくて勉強が楽しくなる。

- 数学はややこしいことが多いので二人いた方がいいと思います。
- 二人の先生が前で会話をしながら授業をしてほしい。
- 問題を解いていくとき、便利でペースが早くなるのでいいと思う。
- 一人の先生が前で説明しているときは、もう一人の先生はあまり関係ないと思う。
- 先生が一人休んでも自習にならないし、考えている時二人の先生がまわってくれるから便利です。

(2) 成 果

- 生徒の学習の様子を細かく観察することにより、生徒への理解を深めることができる。
- 学習が遅れがちな生徒への個別指導ができる。
- 出張のための自習ということがなくなり、時間数の確保ができるようになった。
- 指導方法について教師間の情報交換ができた。
- 今までの机間巡視に比べ、一人一人に目がいきとどき、細かい指導により理解を深めることができる。
- いろいろな方向から生徒を理解することができる。

(3) 今後の課題

- 演習問題を解くための時間がかかりかかるので、進度が遅れがちになる。
- 二人の教師が一人一人をしっかり評価し、その評価を次時の指導に活かしていかなければならない。
- 十分な教材研究ができていなかったため、十分な授業ができなかった。今年の試みを通して、長所、短所を考え改善していかなければならない。
- 生徒からの評判はよく、個別指導としてはよい方法だと考えられる。
- 一斉指導が主になる授業の時に、副の教師は生徒にどうかかわればよいか。
- T. Tの特性を生かし、個々の生徒の能力や個性に応じた授業が展開できるよう、授業形態の工夫を図る。

(三加茂中学校 和田 裕滋)

不等式の解き方（ティーム・ティーチング）

1 実践の方法

数学科教諭によるT. T研究部会をつくり、個々の教師の研究や授業反省等をもとに研修する。その結果を授業に生かすとともに、週1回の校内研修日を利用し、月1回は報告や討論の場を設け、職員全体の共通理解をはかり、他教科担任教師の意見を取り入れ、研究を進めている。また教科だけの研修でなく、研修主任の指導のもと、施設設備の利用方法や、他教科との関連、生徒指導、同和教育に関する研修を行い、T. Tによる教育の方法の可能性を考えている。時間割に関しては教務主任に一任しているが、授業時数・進捗状況は各自が管理し、研究部会内で相談の上、教務主任へ訂正を依頼している。T. Tの記録、資料準備、研修計画などの役割を決め、各自の役割を果たすとともに、それぞれの援助につとめている。

2 授業のねらい

個々の生徒の能力・適性に応じた指導をねらいとし、その期待される成果として、次の事項があげられる。

- 生徒全員の基礎学力の保障
- 授業への集中・興味の喚起
- 基礎学力の向上及び能力の伸長
- 個々の生徒のつまづきや疑問点、能力の正確な把握
- 授業進度の安定
- 教育評価の客観性
- 施設の十分な活用
- 授業展開の多様性
- 新しい指導法の試み

3 指導計画

年間・学期・月・週・教材ごとの計画は主（メイン）となる教師が計画をする。細案はT. Tを行う教師が主となる教師の計画の下、検討し決定する。実際には授業ごとの検討・討議は時間的に無理が多く、T. Tに入る教師の研究にまかされている部分が多い。

4 展 開

不 等 式
目 標

数量の大小関係を用いて不等式に表し、これを用いて問題の解決が形式的にできるようにする。

そのために、

- ア 数量の大小関係を不等式に表せるようにし、不等式とその解の意味を理解させる。
- イ 不等式の性質を理解させ、一元一次方程式を解くことから、問題解決に利用できるよ
うにする。

指導の構想

- 子ども一人一人の理解に応じた学習課程を組む。
- 一斉学習においてはプラス1名の教員で遅れがちな子どもの援助を行う。
- ドリルにおいては教員2名で多く生徒の質問に速やかに応じられるようにする。

本時の学習指導

- 主 題 不等式の解き方
- 目 標 不等式の性質を使って、不等式を解くことを指導する。
不等式を使って簡単な問題を解き、移項が使えることも併せて指導する。

段 階	学 習 事 項	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	前時の復習	不等式の性質を復習する。 乗法, 除法で x の係数 m が負 のとき, 不等号の向きが変わる ことを理解する。	正確に理解できているか。 M: 全体を把握 S: 特定の数人への助言
展 開	$x - 3 < 7$ の解法	両辺に 3 を加えても引いても不 等号の向きは変わらないことを 利用する。 数直線の利用	M: 全体を掌握しながら指 導, 助言, 援助活動 S: 机間巡視 解は数直線上の連続した数で あることを理解させる。
	例 1 の説明 $9x > -27$	同様に両辺を正の数 9 で割って も不等式の向きは変わらないこ とを理解する。	M: 全体を掌握しながら指 導, 助言, 援助活動 S: 机間巡視
	練習問題	(1) $x + 1 > 4$ (2) $x - 8 < 0$ (3) $8x < -16$ (4) $\frac{x}{5} > -2$	MS: 机間巡視 M: できている生徒には応 用問題 S: 特定の生徒への助言, 援 助活動
	例 2 の説明 $-2x < 18$	左辺を x にするために両辺を負 の数 -2 で割り, 不等号の向きが 変わることを理解する。	M: 全体を掌握しながら指 導, 助言, 援助活動 S: 机間巡視

段階	学習事項	生徒の活動	指導上の留意点
			負の数で割ると不等号の向きがなぜ変わるか理解させる。
	練習問題	(1) $-3x > 12$ (2) $-7x > -21$ (3) $-x > -40$ (4) $-\frac{1}{3}x > -8$ (5) $-\frac{2}{5}x < \frac{3}{5}$ (6) $-\frac{x}{4} < 1$	MS：机間巡視 M：できている生徒には応用問題 S：特定の生徒への助言，援助活動
	例3の説明 $3x - 5 > 4$	不等式でも移行することができることを理解する。	M：全体把握 S：机間巡視
	練習問題	(1) $2x + 5 < 11$ (2) $2x > 3x + 5$ (3) $x < 7 - 6x$	MS：机間巡視 M：できている生徒には応用問題 S：特定の生徒への助言，援助活動
整理	まとめる	不等式の解き方は方程式と同様に移項が使えることがわかる。	

5 考 察

生徒の感想

先生が一人だったら一人で授業を進めるとみんなの様子を見ると両方やらなくてはならないけど二人いると一人の先生が黒板に書いているときももう一人の先生がみんなの質問等に答えてもらえる。また先生が二人見まわってくると先生に教えてもらえる子が倍に増える。一人でも多くの子が数学を理解することができるのでいいと思う。

T. Tの時，二人の先生がいるので待つ時間が少なくてよい。それに二人先生がいると一人はみんなに，もう一人は個人というようになっているからわかりにくい人にとってよいと思う。

先生が二人いると、一人の先生が他の人を教えていてももう一人の先生がいるからその先生に教えてもらうことができるから便利だと思う。でも、たまに二人の先生の教え方が違うのでどちらの方法ですればいいのか迷うときがある。

先生が二人いると問題の解き方も違うからいろいろな方法がわかっていいと思う。

わたしはとてもいい方法だと思う。先生が二人いたらそれだけみんなも理解できると思うから。数学の苦手なわたしにとっては、とてもうれしいです。きっとみんなもそうだと思う。

今後の課題

T、Tを行う教師共通の空き時間や時間的余裕のなさから、指導案作成や細案検討、授業の評価に必要な時間が十分にとれないことがあげられる。また、研究不足からせっかくのT、Tの長所を生かしきれないこともままある。また、T、Tを実施しない授業及び教材との関連などもあって、形態として安定せず、各教師の個性の差異のためもある。生徒に戸惑いが感じられる面が見られる。授業における生徒指導も共通理解の徹底を図っておかないと、指導力がむしろ一人の教師による授業時よりも弱くなる。主（メイン）となる教師を明確にすることは、計画・指導方針のスムーズな決定には必要ではあるが、無批判にその計画に従うのではT、Tに期待される成果は得られないのではなかろうか。

観点別評価については、生徒一人一人が個性を発揮しつつ、豊かな自己実現を目指すようにすることが求められている。だから生徒の自己実現を目指す学習活動を支援する立場に立って、生徒の可能性や良さを積極的に見だし、それをのばすように努めなければならない。これは逆の立場にも言えることである。T、Tでは二人の教師が協力しあい、またそれぞれの教師の個性を伸ばした授業が目標となろう。それが生徒の個性を伸ばすことにつながる。

二人の教師の時間取得はともかく、教員の研究意欲と教育への情熱が特に大切である。一人の教師による一斉指導とは違うT、Tのあるべきモデルがまだ十分には見つかっていないのが現状であり、今後の課題である。

（日和佐中学校 今津 久仁）

よりよいチームティーチングの授業を求めて

1 実践の方法

3年生6クラスに3人の数学の教師により実施。

2 授業のねらい

より有効なチームティーチングの形態を求めて、2人の教師の在り方、授業の形態、適する教材、評価の研究。

3 指導計画

本校の実践は数学の場合、授業を2つのタイプにわけている。1つは教科書の前半のような計算の部分の授業と、もう1つは二次方程式の利用や二次関数のような文章問題の授業である。これらについて指導案を紹介してみたい。

4 展 開

(タイプ1) (2人の教師が活躍できた例)

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	
	M T (主 教 師)	S T (副 教 師)
1 前時の復習をする 2 次の因数分解をする。 ① $x^2 - 6x + 5$ ② $x^2 - 8x - 9$ ③ $x^2 + 4x - 12$ ④ $x^2 + 12x + 32$ ⑤ $x^2 - 25$ ⑥ $x^2 - 4x$ ⑦ $x^2 - 12x + 36$ ⑧ $x^2 + 14x + 49$ ⑨ $x^2 + 4x - 12$ ⑩ $x^2 + 12x + 32$ ⑪ $2x^2 + 6x - 8$ ⑫ $4x^2 - 16$	○ 前時までに習った公式を確認させる。 (全体の指導) ○ プリント配布 ○ $(x+a)(x+b)$ の a, b の符号に注意させる。 ○ 共通因数を先にとり出させる。 ○ $(2x+4)(2x-4)$ としないように注意させる。	● 生徒の管理 (個別指導) ● 机間指導をしてわからない生徒に助言する。 特に解らない生徒に重点的に個別指導をする。

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	
	M T (主 教 師)	S T (副 教 師)
⑬ $5a^2 - 25am + 30a$ ⑭ $(x+3)^2 - 7(x+3) + 10$ ⑮ $(x-y)^2 - 4$	○ 置換法の確認。	

文章問題でのチームティーチングの場合
(タイプ2)

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	
	M T (主 教 師)	S T (副 教 師)
1 次の課題について考える。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 周囲の長さが60cmで面積が220cm²の長方形をつくりたい。長方形の2辺の長さをいくりにすればよいか。mmの位まで求めよ。 </div> 2 問題にふくまれる数量をとりだす。 3 縦の長さを x とする。 4 横の長さを x で表す。 5 方程式を立てる。 6 二次方程式を解く。	○ 全体に題意を確認させる。 ● 板書により図でとらえさせる。 (全体の指導)	● 数学が苦手な生徒へ個別にノート指導。 (個別指導) ● 机間指導でノートの図で説明する。 ● 周囲が60cmであることから考えさせる。 ● 縦×横＝長方形の面積で考えさせる。 ● 解の公式の個別指導

学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点	
	M T (主 教 師)	S T (副 教 師)
7 解が問題にあってい かどうか確かめる。	○ $15 + \sqrt{5}$ も $15 - \sqrt{5}$ も適す る。 17.2と12.8cm	● $\sqrt{5}$ の大きさを考えさせ る。

5 考 察

T, Tの具体的な効果

- ① 一人一人に目がいきとどき、きめ細かな対応により、理解が深まり授業が楽しくなる。
 - 机間指導なども2人であるため、今までより多くの生徒に個別指導ができ、つまづきをすぐに発見、指導ができる。
 - 習熟度の特に遅い生徒に対しては、個別のプリントを用意し1人が一斉指導している間、個別指導している場合もある。
- ② 指導方法について教師相互のアイデアや情報交換ができる。
 - 当初は毎時間研究授業のような緊張感がお互いにあるにあって堅苦しくなったが、お互いに情報交換をしたり、指導法のアイデア、話術などを学ぶことが多く、毎日が研修の場となる。
 - 授業後に評価や指導方法などの情報交換を行うようになった。
- ③ 個別指導で個人の遅れを取り戻したり、出張があっても授業を進められる。
 - 休んだり遅れている生徒に対して、個別指導ができる。
 - 出張のためプリントの自習ということがなくなり、もう1人の教師が進度も生徒もよく分っているので授業を進めることができ時間数の確保が容易である。
- ④ 生徒と教師の連携が密になり、生徒の問題解決の意欲が高まった。
 - 2人の教師がいるため、個々の生徒にかかる時間が多くとれるので、生徒たちも積極的に質問するようになり、手をあげてどんどん教師を呼ぶ姿もみられる。わかろうとする気持ちを応援する態度がより整ったことにより、学ぶ意欲も高まった。

(今後の課題)

T, Tを始めて1年になり、初め戸惑いながら試行錯誤で始めたT, Tも軌道に乗りつつある。振り返ると一学期は計算中心の単元であったため計算力においてはかなりの効果があったように思う。

しかし、二学期になり、単元が計算中心でなくなり、主教師の説明などが重要になるとその説明を生徒に聞かせるために、どうしても副教師が十分に動けなくなり、後でじゃまにならないようにと、気をつかってしまう。こういう時の授業の工夫などを研究していきたい。最後に教

師間の連携，打ち合わせの時間の確保が難しく，連携のもとにT. Tがおこなわれないと効果はない。また，個別指導用のプリントの作成など，個々の力を十分に知っておくことも重要であろう。

(生徒の感想)

- 2人の先生がいて質問がしやすい。という意見が多かった。
- 数学はややこしいことが多いので2人いたほうがいいと思います。
- 前よりもわかりやすくなった。
- わからないときわかるまで説明してくれるのでいい。
- 問題を解いていくとき，便利でペースが早くなるのでいいと思う。
- 先生が2人いると緊張する。
- 2人の先生が前で会話をしながら授業をしてほしい。
- 個人的に問題をだしてほしい。
- 1人の先生が前で説明しているときは，もう1人の先生はあまり関係ないと思う。

(阿南第一中学校 庄野 泰志)

三平方の定理（チームティーチング）

1 実践の方法

- 第3学年（6学級）で計4人の数学専門の教員で担当している。

3人の教員が、チーフとして授業をすすめていく学級を2学級ずつに分担する。
チーフとして授業する教員は、1年間通して交代しない。

- 授業中、生徒たちが問題に取り組んでいる時は、2人の教師で机間指導を行う。生徒一人一人が、授業中わからないところをいつでも質問でき、休憩時間等はチーフ・サブどちらの教員にも質問できる体制をつくっている。
- 機会をみつけて、アンケートによりチームティーチングについての感想や要望を聞いて、望ましい方向へ取り組んでいく。

2 授業のねらい

- チームティーチングの形態で、「三平方の定理を導き出すのに、様々な方法が考えられるおもしろさ」を実感させる。
- 生徒一人一人に、三平方の定理の導き出し方を深く理解させ、「生徒どうしでの教え合いができる喜び」を味わわせる。

3 指導計画

☆ 授業内容 『三平方の定理（ピタゴラスの定理）』を導き出す

- ☆ 準備物
- 三平方の定理を導き出すための5種類のワークシート……各40枚
 - 色画用紙の教具
5種類の各ワークシートの図を、部分ごとに色を変え工夫を加えて作成
 - 色鉛筆……1セット
 - 暗記ペン……6色
 - 中程度の太さのマジック（黒と赤）……各2本
 - 板書用コンパス……1個
 - 45センチものさし（色画用紙の教具に書くため）……1個

☆ 授業計画

目 標

- チーフとサブの2人の教師の協力的指導により、生徒一人一人に興味をもたせ生徒たちにワークシートをもとに教え合いながら三平方の定理を導かせる。

授業の進め方

① 興味づけ

三平方の定理を自分の力で導き出したいという思いにさせる。

② 5つの課題（コース）への興味づけ

どの課題（コース）も楽しく導き出せることを知らせ、各課題（コース）の難しさも予め簡単に知らせておく。

③ 各生徒が取り組む課題（コース）の決定と班づくり

生徒一人一人の習熟度により課題を教師側から決めるのではなく、生徒一人一人の希望をできる限り優先して、教師側の考えた人数配分に近い班分けをする。その後、机と椅子を移動させ、同じ課題に取り組む5つの班をつくらせる。

④ 各班で三平方の定理を導かせる

留意点

- 2人の教師の間では指導を分担する班を決めず、2人が相談しながら状況に応じて指導していく。
- 生徒がワークシートに取り組んでいる時は、多くを教え過ぎず、生徒が考えたり教え合ったりするよう気をつける。
- 2校時の学習にも備え、生徒一人一人が説明ができるよう、曖昧なところを質問しておく。
- 生徒がワークシートでの思考に詰まったときは、機会をみて、色画用紙で作った教具を教室の床の上に置き、班全員にアドバイスを与えたり、考えさせる。
- 課題が解決され時間が余った班があれば、2校時の学習に備え、色鉛筆や暗記ペンを与え、説明しやすいよう、ワークシートに色分けをさせておく。

4 展 開

C（チーフティーチャー）S（サブティーチャー）の2人とも教室の前で、「起立・礼・着席」

C：黒板の中央に直角三角形を大きく板書して、

「直角三角形の3つの辺の長さについて、どんなことがいえるのだろうか？」

「今から二千年以上も前に、ある人がこのことを考え出したんです。陸上大会などで、グラウンドに線をひくときにも、体育の先生はこのことをよく使っています。高さがわからなくても、正三角形の面積などを、このことを使って、求めることができるのです。これは、中学校で勉強する図形の定理の中でも、よく使う有名なすばらしい定理なんです。—ここまで5分間—

C：「このことを導き出す方法は、たくさんあるのですが、今日は、5つのコースを用意してあります。」（黒板の左側に、縦に順に板書）

- ワクワクコース
- スッキリコース
- 組み合わせコース
- マジックコース
- SUPER ULTRA コース

生徒たちは、各々で声を出し、かなりの興味を示した。

C：「どのコースを選んでも、今日の勉強を導き出せるようになっていきます。みんなが1つずつのコースを選んだ後で、班になっていっしょに勉強していきましょう。その班の人数をだいたい同じくらいにしたいのですが、……。」

生徒たちに教室の前に来させ、希望するコースを、できるだけ希望に沿えるよう聞いていき、人数分けをした結果、バランスよく分けられた。

C:「同じコースを選んだ友だちどうしの班を作ろう。班になったら、そのコースのプリントを配ります。それを班の子といっしょに勉強し合おう。わくわくコースを選んだ子は、教室の真ん中に、すっきりコースを選んだ子は教室の左の前の辺りに、……、マジックコースを選んだ子は教室の左の前の辺りに、……、じゃあ、机と椅子を移そう。」

— ここまで10分間 —

C:「それでは、プリントを配ります。このプリントを勉強していけば、黒板に書いた問題の結果がわかってくるはずですよ。このプリントをどうやってしていくかは、2人のどちらかの先生が説明します。まわって来るまで、待っていてください。」

CとSの2人で、各コースのワークシートの仮定と取り組み方を説明してまわった。

Cが中心に指導→

ワクワクコース

- 板書した直角三角形は、ワークシートの図の斜線の描いてある直角三角形のこと
- 図を見ながら、ワークシート右下の表に数を埋めていく
- c^2 の数を埋めるには、斜めになっている正方形の面積を数えればよい

組み合わせコース

- ワークシート上図は、合同な直角三角形を4つ組み合わせてできた図

マジックコース

- ワークシート上図がどのようにできているか、色画用紙の教具を床に置いて説明しながら、ワークシートの図に長さを書き込ませていく

Sが中心に指導→

スッキリコース

- ワークシート上図は正方形
- 各辺の左端の点からaの長さのところに点を取り、そこから右端の点までの長さをbとする。
- とった点を順にむすぶ

SUPER ULTRA コース

• ワークシート以外、ヒントを与えなくても取り組んでいた — ここまで15分間 —
ひき続いて、班で教え合わせながら取り組ませていった。生徒たちは、課題に集中し、班の友達と教え合いながら、何とか結果を導き出そうと熱心がんばっていた。その途中、いくつかが、生徒が曖昧にしていたところ、つまりいていたところ、また、与えたアドバイス等を挙げておく。

ワクワクコース

- 斜めになった正方形の枠の数え方をつまづいた生徒が2人→数え方の工夫 [S]
- 課題を仕上げ時間にゆとりができた→2校時に備え、色鉛筆等で色分け [C]

スッキリコース

- 中にできた斜めの四角形がなぜ正方形になるのか、全員曖昧にしていた
→アドバイスを与えず考えさせた [C] →後に、1人が気づき班に説明

- $(a + b)^2 = a^2 + b^2$ の間違い
→ $(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ の意味を確認して公式の復習 [S]
- 式の作り方や定理の導き方につまずく生徒が3人→時間をかけて説明 [S]

組み合わせコース

- 中の四角形がなぜ正方形になるのか、全員曖昧にしていた→考えさせた [C]
→後に、1人が気づき班に説明

マジックコース

- 斜めになっている四角形がなぜ正方形になるのか、全員曖昧にしていた
→アドバイスを与えず考えさせた [C] →後に、1人が気づき班に説明

SUPER ULTRA コース

- 正方形「い」=四角形「え」の理由も説明できるよう準備させる [S]
→生徒たちは、悩んでいたが、ワークシートを裏返しにして印刷の後をペンでなぞり、
図をみる方向を変え、同じように考えて説明できるようになった [S]

スッキリコースの班の3人が時間が足らず、途中になってしまったが、他の生徒たちは、5分程時間が余った。

C:「途中のコースもありますが、少し聞きなさい。今、机を並べている友達どうしは同じコースを選んで同じ課題を勉強しましたね。次の時間は、また新しい班を作ります。今の班は全く離れ離れに分かれます。新しい班には、今机を並べている友だちはいません。黒板に描いてある問題の答えを導き出した方法。それを、できるだけ自分1人の力で、新しい班の友達に納得してもらえよう説明してもらいます。残った時間でプリントに色分けしたり、理由を書いておいたりして、準備しておきなさい。」

生徒たちは暗記ペンや色鉛筆でワークシートに描き込んだり、説明の練習をしていた。終わりのチャイム。

C:「それでは一応終わっておきましょう。」「起立・礼・着席」

5 考 察

十川教諭と共に5時間ほど計画を練った段階では、

- 5つの課題(コース)に分かれる際、うまく人数配分できるか
- 課題によって、班全員が結果を導き出し理解する時間に大きなずれがないかの不安があったが、授業ではうまく運んだように思う。生徒たちは課題に興味をもち、かなり積極的に活動してくれた。また、「教え合う喜び」も味わってくれたような気がする。予想していなかった子どもたちのすばらしい発想にも出迎え、生徒のもっている未知の可能性を発見することもできた。

残された問題点としては、

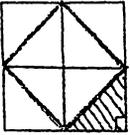
- 1つの課題を解決するのに、いろいろな見方考え方をつけられたかどうか
- 三平方の定理について、ただ「わかった」でなく「十分に理解できた」ところまで、生徒たちの考える力がついたかどうか

などは、不安が残った。

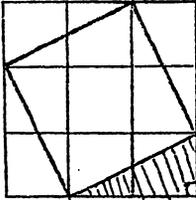
(鴨島第一中学校 三倉 幸夫)

77, 77, 3-ス

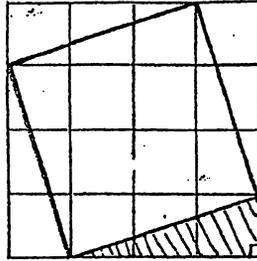
(ア)
a=1
b=1



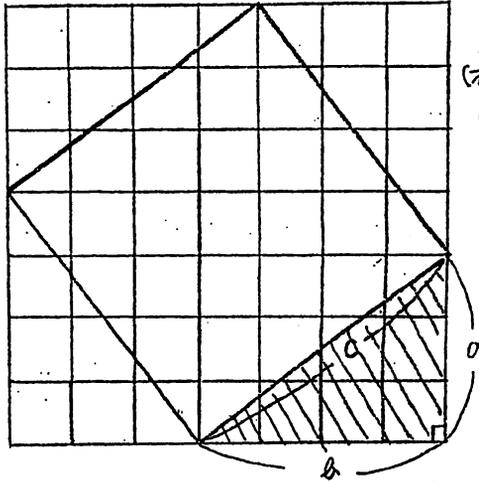
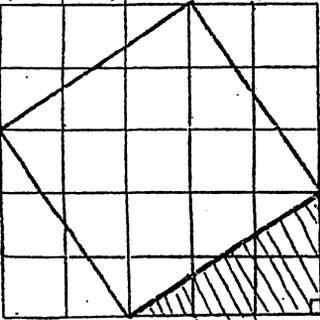
(イ)
a=1
b=2



(ウ)
a=1
b=3

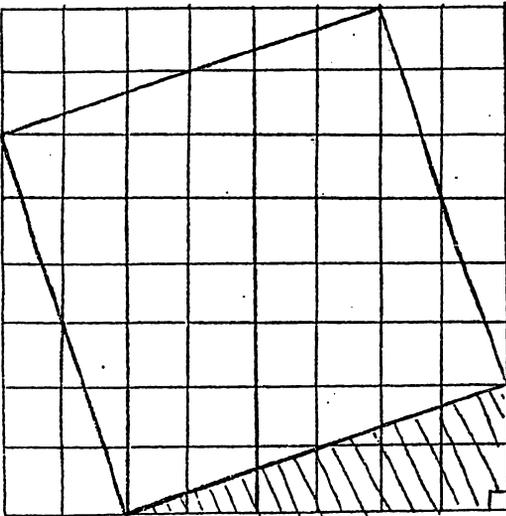


(エ)
a=2
b=3



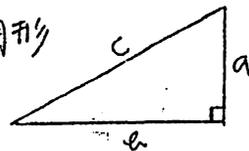
(オ)
a=3
b=4

(カ)
a=2
b=6

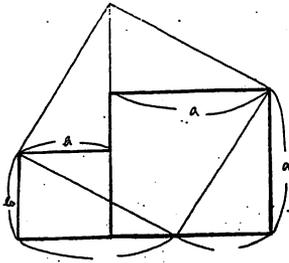


	(ア)	(イ)	(ウ)	(エ)	(オ)	(カ)
a ²						
b ²						
c ²						

直角三角形



7" 8"いえる



あれ?あれ?
でしよった!!
マジック
コース

全体の五角形の面積を式で表そう!!

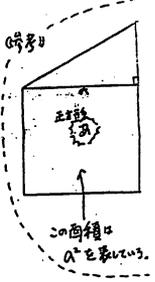
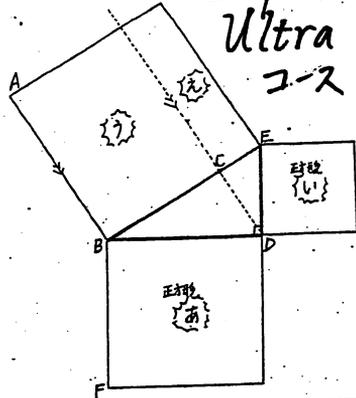
① 左の大きい正方形 + 左の小さい正方形 + 上の直角三角形で表そう。

② 斜辺が仮定した四角形(星) + 下の直角三角形で表そう。

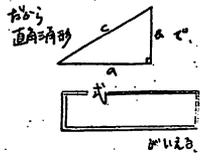
①の式 = ②の式

直角三角形 c は、式 がいえる。

Super Ultra コース

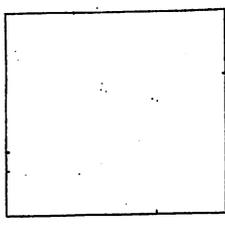


・ $\triangle ABD \cong \triangle$ (合同条件は、
 ・ $\triangle ABD = \triangle$ ($CD \parallel AB$)
 ・ $\triangle DPF = \triangle$ ($ED \parallel DF$)
 ⇨ 正方形 = 四角形



同じように考えて、
正方形 = 四角形

★ スッキリ コース ★

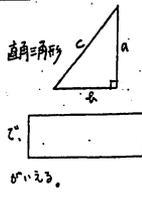


《復習しよう》
 ・ 正方形、どんな形?
 ・ 正方形 + 直角三角形の面積の求め方は?

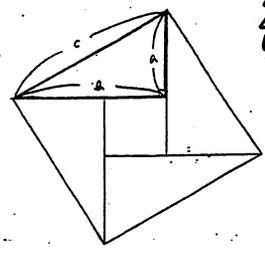
全部の正方形の面積を、式で表そう!

- ※ 全部の正方形
- ※ 直角三角形 $1/2$ 、斜辺 $4/2c$
- ※ 中に隠れた四角形(形)

全部の正方形 = 直角三角形 $4/2$ + 中に隠れた四角形

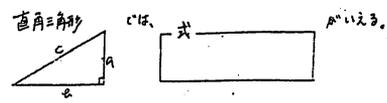


組み合わせコース



- 《復習しよう》
- ・ 正方形、どんな形?
 - ・ 正方形 + 直角三角形の面積の求め方は?
- 《考えてみよう》
- ・ 全部の四角形はどんな形に化す?
 - ・ 中に隠れた四角形はどんな形に化す?

全部の面積を、式で表そう!
 全部の面積 = 直角三角形 $4/2$ + 中に隠れた四角形



課題学習の研究のねらい

これまでの3年間、数学会では、「数学科課題学習の研究」ということで、課題学習の在り方や実例の研究に取り組んできた。今回は、「課題学習の授業展開」ということに重点を置き、研究員一人ひとりが、実際に授業を行い、その流れや評価の仕方、生徒の反応などについて考えてみた。

課題学習の大きなねらいは、生徒たちに数学を学習することの良さや、楽しさ、成就感などを味わうようにさせるところにある。したがって、課題学習の成否は、まさしく課題の選択によるところが大きいのである。課題のみたす条件としては、

- ① 生徒一人ひとりが意欲的な追求ができること
- ② 生徒一人ひとりが答えに到達して成就感を味わえること
- ③ 解決の過程において、多様な数学的な見方や考え方ができること
- ④ 課題の解決を通して、更に発展や一般化が可能であること

などがあげられる。

課題学習の特徴は課題に取り組む姿勢の自由さにある。個々の力に応じて、問題を「見つけた」という実感を持ち、「できた」という充実感を味わうことができ、「わかった」という気持ちになることが基本になる。そして、それらの質を問題にするよりも取り組みの姿勢や自分なりの解決が得られることに意義をおくことが大切である。そして、力のある生徒には、

- (1) 問題を更に発展させてみる
- (2) 物事を一般化したり、総合的にとらえることを心がける

ことなどを課することがあってもよいであろう。

また、学習の仕方を、クラスメートなどから学びとる面も数多くある。物事を固定的に考えず、生徒の実態を見て工夫を重ねていかなければならない。多様な見方や考え方は、これからの社会で、あらゆる場面で求められる。ところが自分の見方を変えて、他の面から見なおすことはそう容易なことではない。この面を友人の見方や考え方の中に発見したり、指摘を受けたりすることによって学習する意義は大きいと思われる。このためには、個別学習やグループ学習に並行して発表する機会を設け、仲間どうしの学習法の交換が積極的に行えるようにしていかなければならない。

そう考えると、課題学習の評価は、学習に取り組む姿勢を重要視することが大切である。正解に至らなくとも考え方に何らかの工夫やアイデアがあれば高く評価するなど、生徒の反応や取り組む姿勢を従来の評価の仕方に加算していく方法なども考えられる。

とにかく実践をして、それを改良していくことが大切である。皆さんの研究に、この実践例が少しでも参考になれば幸いである。

最短距離を求めよう（一次関数）

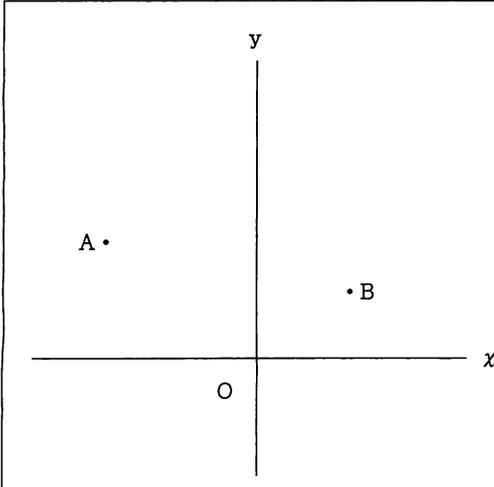
1 授業のねらい

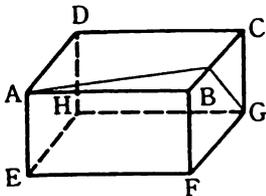
- (1) 最短距離を求めるという、一次関数の分野での普段の授業とは少し違った問題に取り組むことにより、問題解決にむけて興味を持たせ、生徒の主体的な活動ができる場を作り、数学のおもしろさを味わわせる。
- (2) いろいろな解決方法を認めながらも、具体的な操作などによる解決から、数学的な見方、考え方を使う解決へと高めていく。

2 指導計画

- (1) 最短距離の求め方を自ら見つけ出すことができる。
- (2) 既習事項や数学的な見方、考え方を積極的に活用することができる。

3 展 開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 問題の提示</p> <div data-bbox="98 1184 1089 1671"><p>2点 $A(-5, 4)$, $B(3, 2)$ がある。</p><p>① y 軸上に点 P をとり、2つの線分の長さ AP と PB の和を最小にしたい。このとき、点 P の位置を求めなさい。</p><p>② x 軸上に点 Q をとり、2つの線分の長さ AQ と QB の和を最小にしたい。このとき、点 Q の位置を求めなさい。</p></div>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 答えの予想をさせる</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aからx軸に垂線をおろした位置 • Bからx軸に垂線をおろした位置 • 原点O など <p>3 実際に考えさせる</p> <p>ヒント</p> <ul style="list-style-type: none"> • グラフの下側に目を向ける • 最短距離＝直線 • 直方体の最短距離の求め方  <p>4 発表</p>	<p>直観的に考えさせる。</p> <p>グラフ用紙に1目盛り1cmで図をかかせて、それをもとに考えさせる。解けない生徒が多い場合は、小集団による話し合いを使う。</p> <p>答えが出た生徒に前で説明させる。</p>

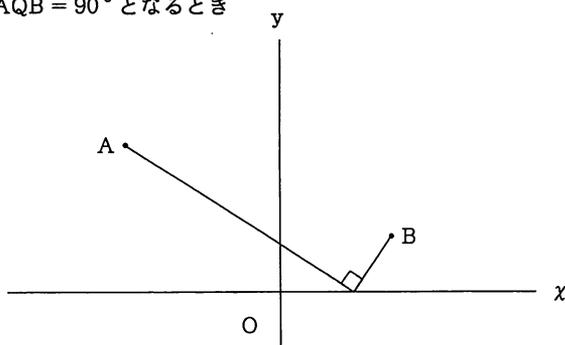
4 考察

生徒の解答

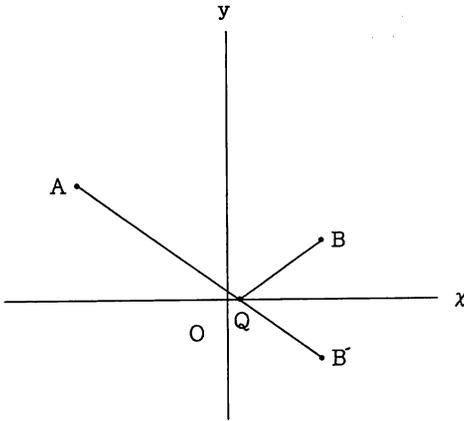
- ひもを使う
- 何か所かを定規で測りさがしていく

Qの座標	(-5, 0)	(-4, 0)	(-3, 0)	(-2, 0)	(-1, 0)	(0, 0)
距離 (cm)	約12.2	約11.4	約10.8	約10.4	約10.1	約10.0
	(1, 0)	(2, 0)	(3, 0)			
	約10.0	約10.3	約10.9			

- $\angle AQB = 90^\circ$ となるとき



○ x 軸について、点 B と対称な点 B' を使う



$$A(-5, 4)$$

$$B'(3, -2)$$

2点 A, B を通る直線

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$$

直線と x 軸との交点

$$\left(\frac{1}{3}, 0\right) \Rightarrow \text{点 } Q$$

最初は長さを測るなど、具体的な操作によって解決していこうとする姿勢からなかなか抜け出せない生徒が多くいた。そこで、少しずつヒントを与えようとした。しかし、数学的な見方・考え方を使った解き方ができるようにするためには、ヒントの中身、出し方をどのようにすればよいか工夫が必要であると思われる。

①の問題のときには、問題が簡単だったためほとんどの生徒が興味をもって問題解決に向かっていたが、②の問題となるとどのように考えていけばいいのか分からず途中であきらめかけてしまう生徒も出てきた。そこで、ヒントを与えるなどのことをしたが、この授業に興味あるものにするためには、

- 既習の知識を使うことによって、自分の力で分かる・解けるという喜びを味わわせる
- 教師による雰囲気づくり
- あきらめかけた生徒に対する手助け

などが大切になってくると思いました。

授業後の生徒の感想

授業というよりはゲーム感覚で楽しんで
上がったと思う。でも数学が好きな私には
これはちょっと難しいと思う。でもこれは授業なら
数学が好きになりそうです

ふたばん授業では、教科書どおりにすすむので、だいたい
どの問題をやるのが予想がつけけど、今日の問題は、
ひらめくまでが大変でした。私の班の子が一番にできて、
答えが出たときは、「数学っておもしろい」と感じました。

。おもしろかったけど、ゆくり考えれば、ゲームのよう楽しかったです。
また、こんな授業をしたいと思いました。

少し難しかったけど"おもしろかった、
なんとなく考えたら一応解けた。
おもしろかったので"またしたい、

(羽浦中学校 板東 幸治)

六角形の内角の和を求めよう

1 授業のねらい

2年生の図形に入り5時間ほどで「多角形の内角と外角」という単元になるが、教科書は対角線で多角形をいくつかの三角形に分けることによってn角形の内角の和の公式 $180^\circ \times (n - 2)$ を導き出している。教科書の方法で公式を求めた後で、六角形の内角の和を別の方法で求めさせ、答えは一つでも考え方はいろいろあるということ、また、三角形の内角の和 180° がすべてのもとになっていることを知らせるため、次の二つを目標にして、授業を行った。

- (1) 対角線だけで三角形に分ける以外の方法で六角形の内角の和を求めることができる。
- (2) 六角形からn角形への一般化ができる。

2 指導計画

- (1) 平行線と角…………… 3時間
- (2) 三角形の角…………… 3時間
- (3) 六角形の四角の和を求める…………… 1時間（本時）

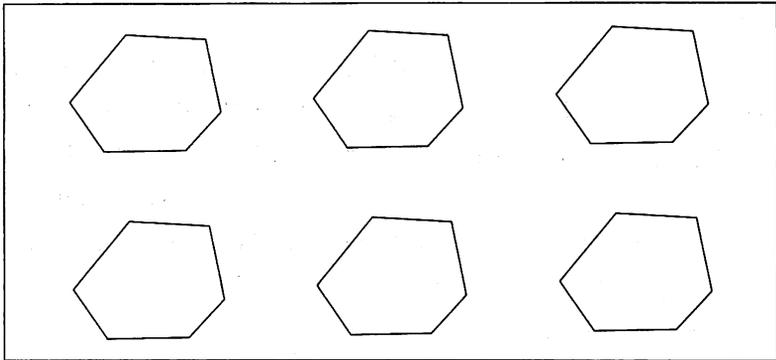
3 展 開

(1) 指 導 案

時間	学 習 の 内 容 や 活 動	指 導 上 の 留 意 点
15	<p>1 課題について考える。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>対角線だけで三角形に分ける方法以外で六角形の内角の和を求めるにはどうすればよいか。</p> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ○ 六角形の図を書いたプリントを配り、その図を使って考えさせる。 ○ 解決方法がわからない生徒には、いくつかの図形に分けて考えるなどのヒントを与える。 ○ まわりの者と相談させる。
20	<p>2 対角線だけでなく、他の線も使って六角形をいくつかの三角形だけに分けて内角の和を求める方法を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ 分かれる三角形の個数が、あまり多くならないように指導する。 ○ 三角形に分けたら、どのようにして六角形の内角の和へ結びつけるかについても考えさせる。
15	<p>3 自分たちの気づいたことや、気づいたけれど説明できなかったことなどについて発表する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ○ 他の人の発見したすばらしい考えをわからせるようにする。 ○ 六角形からn角形へ発展させるにはどうすればよいかについても考えさせる。

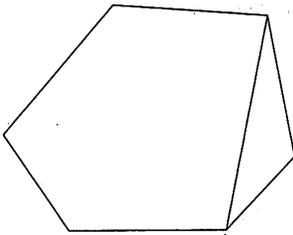
(2) 実践例

① 使用したプリント



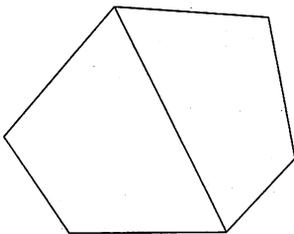
② 生徒の考え (六角形の内角の和)

[考え1]



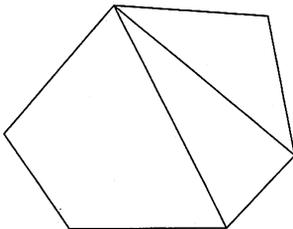
- ◎ 五角形と三角形に分ける。
五角形の内角の和 540°
よって, $540^\circ + 180^\circ = 720^\circ$

[考え2]



- ◎ 2つの四角形に分ける。
四角形の内角の和 360°
よって, $360^\circ \times 2 = 720^\circ$

[考え3]

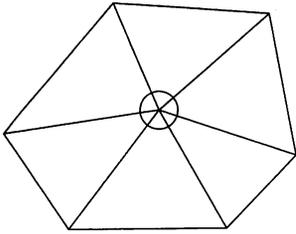


- ◎ 四角形と2つの三角形に分ける。
 $360^\circ + 180^\circ \times 2 = 720^\circ$

3つの考えとも、対角線によって分けている。
前時にやった教科書の分け方が強く影響しているようだ。

(3) 生徒の考え (対角線だけでなく、他の線も使って三角形だけに分ける)

[考え1]



◎ 六角形の内部の点と各頂点を結ぶ。

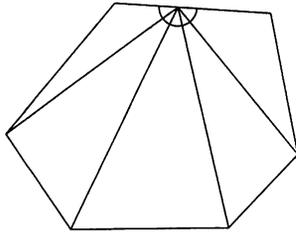
内角の和の求め方は、三角形6個分からまん中の印をつけた360度をひく。

$$180^\circ \times 6 - 360^\circ = 720^\circ$$

n角形のときは三角形がn個だから

$$180^\circ \times n - 360^\circ = 180^\circ \times (n - 2)$$

[考え2]



◎ 辺上の点と各頂点を結ぶ。

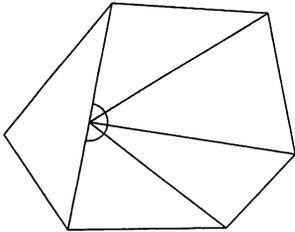
内角の和の求め方は、三角形5個分から辺上の印をつけた180度をひく。

$$180^\circ \times 5 - 180^\circ = 720^\circ$$

n角形のときは三角形が(n-1)個だから

$$180^\circ \times (n - 1) - 180^\circ = 180^\circ \times (n - 2)$$

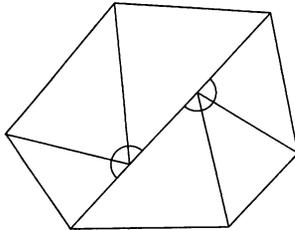
[考え3]



◎ 対角線を1本ひき、対角線上の1点と各頂点を結ぶ。

内角の和の求め方は〔考え2〕と同じで三角形5個分から対角線上の印をつけた角180度をひく。

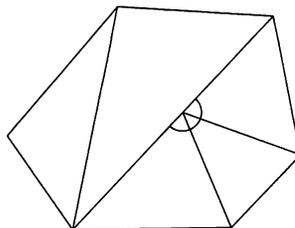
[考え4]



◎ 対角線を1本ひき、対角線上の2点と各頂点を結ぶ。

内角の和の求め方は〔考え1〕と同じで三角形6個分から対角線上の印をつけた角の和である360度をひく。

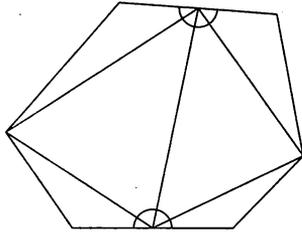
[考え5]



◎ 対角線2本ひき、一方の対角線上の1点と各頂点を結ぶ。

内角の和の求め方は〔考え2〕と同じで三角形5個分から対角線上の印をつけた角180度をひく。

[考え6]



◎ 向かいあった辺上に1点ずつとり、その2点と各頂点を結ぶ。

内角の和の求め方は〔考え1〕と同じで三角形6個分から辺上の印をつけた角の和360度をひく。

(4) 生徒の様子や感想

日頃は「数学が嫌いで苦手」と言っている生徒の中にも、興味を持って取り組むものもいた。中には、1人で3つも発見したものもいた。

- はじめは、何をしたいかわからなかったけれど、やっているうちに少しずつわかってきておもしろかった。
- 答えは同じでも、考え方はいろいろあるのだなと思った。

4 反省と考察

- 最初は、とまどう生徒が多かったが、ヒントとか、他の生徒との話の中で次々と考え出す生徒が出たり、ほとんどの生徒が普段の教科書中心の授業よりは、積極的に取り組んだ。
- 特に三角形に分けて考えるときの指示の仕方がむずかしかった。最初の指示が「三角形に分けて」というだけだったので、十個以上になるものもでて、六角形の内角までいかない生徒が多かった。その後、「三角形の数をできるだけ少なくして」とか、「三角形の数を5個か6個にして」などの指示を与えたが、「どこまで」あるいは「どのように」指示をすれば生徒が活動しやすくなるのかもっと研究しなければならないと思う。
- 六角形を取り上げたが、七角形や八角形と比べてどちらが扱いやすいかという疑問も出てきた。また、生徒から出てきた考えをどのようにまとめたらいいいのかが、なかなか思いつかなかった。
- 三角形に分ける作業までは、全員が興味を持ってやったが、そこから六角形の内角の和を求めたり、更にはn角形まで話を進めていくとレベルが高くなるので理解できない生徒がかなり出てきた。ここまでする必要はなかったのかという気さえた。
- 授業数を考えると、やはり進度が遅れることが気になって、どうしても教科書中心の授業になってしまう。今回の授業で机間巡視をして、一人一人の取り組みを見ることができたと同時に、普段より興味を持って取り組む生徒の姿を見ることができたような気がする。しかし、生徒が数学に目を向けてきたとは言にくい。生徒が自ら学んでいくためには、おもしろくて役に立ち、学習意欲や課題意識がでてくるような授業にならなくてはならない。そのために、どのような教材を用いて、導入や発問をどのようにすればよいか重要になってくると思われる。

(鳴門市第一中学校 原田 哲治)

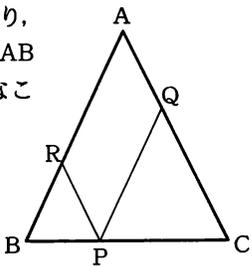
二等辺三角形の性質

1 授業のねらい

図形の証明の学習においては、結論が明示された命題について理由づけをしていくことがほとんどである。ひとつの結論に向かってその証明に必要な情報を取捨選択していくことが大切であるが、なかなかその結論まで到達できず、達成感が得られないまま次へ進んでしまうことも多い。

二等辺三角形や平行四辺形の性質の学習後に置いた本時の課題は、仮定だけが与えられ「このときどんなことがいえるだろうか。」と結論を問うものである。ひとつの課題であっても、そこから得られる情報はすぐに見つけられるものから深い考えを要するものまで数多くある。一人ひとりが自分にあったペースで課題に取り組み、それぞれの達成感を味わって欲しい。そして、見えない結論を自ら求めていく中で、学ぶ楽しさや追求していくことのおもしろさを体験し、意欲的に数学に取り組もうとする生徒を育てたい。

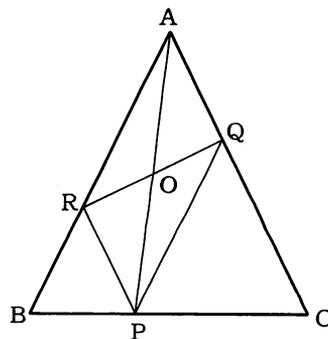
2 展 開

段階	学習内容と学習活動	指導上の留意点及び評価の観点	教材・教具
課題把握 5分	<p>1 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>二等辺三角形ABCの底辺BC上に点Pをとり、点PからAB, ACに平行な直線をひき、AC, ABとの交点をそれぞれQ, Rとすると、どんなことがいえるだろうか。</p>  </div>	<ul style="list-style-type: none"> 問題を提示したプリントを配布し、課題を確認させる。 	プリント
		<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; display: inline-block;">課題を把握できたか</div>	
課題追求	<p>2 各自で、課題の図上でどのようなことがらが成立しているか考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> できるだけ多くの結論を見つけさせる。 結論の見つけられない生徒には長さや角度を実測させる。 	定規 コンパス 分度器

段階	学習内容と学習活動	指導上の留意点及び評価の観点	教材・教具
課題追究	3 見つけた結論を発表し、証明の筋道をみんなで話し合う。	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">結論を見つけられたか</div> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">できるだけ多くの結論を見つけようとしたか</div> <ul style="list-style-type: none"> 既習の学習内容を使って、根拠を明らかにさせる。 	
30分	4 「 $PQ + PR = AB$ 」になっていることを確認し、みんなで証明する。	<div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;">根拠に誤りがなかったか</div> <ul style="list-style-type: none"> 同様に「$PR + PQ = AC$」であることにもふれる。 	
発展・まとめ	5 点Pの位置を変えて、3つの線分PQ, PR, ABの長さの間に成り立つ関係を考える。 <ul style="list-style-type: none"> 点Pが底辺BC上で動く場合 点Pが底辺BCの延長線上にある場合 	<ul style="list-style-type: none"> 点Pを移動させ、それに伴って変化していくもの、不変なものに気づかせる。 課題作成の意欲をもたせる。 <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin-top: 10px;">課題を連続的、一般的にとらえようとしたか</div>	
15分			

<生徒の反応>

- $AB \parallel QP, AC \parallel RP$
 - $AB = AC, RB = RP = AQ, QC = QP = AR$
 - $\angle B = \angle C = \angle RPB = \angle QPC$
 - $\angle A = \angle BRP = \angle RPQ = \angle PQC$
 - $\angle ARP = \angle AQP = 2\angle B$
 - $\triangle ABC, \triangle RBP, \triangle QPC$ は二等辺三角形
(先を学習している者の中には、互いに相似な二等辺三角形と答える者あり。)
 - 四角形 $ARPQ$ は平行四辺形
 - 四角形 $ABPQ, ARPC$ は台形
- 線分 RQ や AP を加えその交点を O としたとき、
- $AO = PO, RO = QO$



- $\angle ARQ = \angle PQR, \angle RAP = \angle QPA$
- $\angle AQR = \angle PRQ, \angle QAP = \angle RPA$
- $\angle AOR = \angle POQ, \angle AOQ = \angle POR$
- $\triangle ARQ \equiv \triangle PQR, \triangle ARP \equiv \triangle PQA$
- $\triangle AOR \equiv \triangle POQ, \triangle AOQ \equiv \triangle POR$

その他

- 三角形の内角の和は 180°
- 三角形のひとつの外角はそのとなりにない2内角の和に等しい。

3 考 察

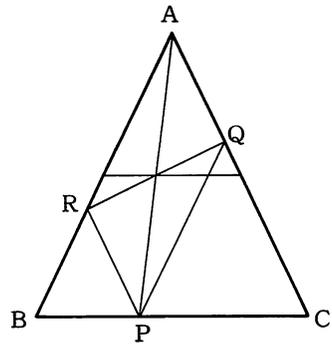
「この図上でいえることをできるだけ多く見つけて書き出さない」と言うと、「仮定も書いていいんですか」という声が返ってきた。仮定を式で表すことから始めて、先を学習している者の中には図の中に相似な二等辺三角形を見つける者もいる。また、その結論がいえる根拠をきちんと書き添えている者もいれば、見た目や推測で答えている者も中にはおり、個人差はかなりのもの何らかの結論を抜き出していた。

「できるだけ多く」と言ったことで、見つけ出した結論の数を競い合うなど盛り上がる場面も見られたが、個人学習であったため少ししか見つけることができない者の学習が止まってしまった。個人で調べる時間を取った後にグループになり、結論を教え合ったり根拠を確認し合う時間を設けたり、初めからグループで取り組ませ、見つけた結論の数を競わせたらもっと効果も上がったのではないかと思う。

それから、この課題に取り組ませた時期についてであるが、今回はいろいろな三角形や平行四辺形の性質を学習後、「平行線と面積」の前にやったのであるが、仮定からより多くの結論を引き出すのに重点を置くのであれば、次の単元の「三角形の相似条件」や「平行線と線分の比」学習後の方がもっと多くの結論を引き出したのにと少し後悔している。

教科書に示されている「 $PQ + PR = AB$ 」という結論は、予想通り生徒からは出てこなかったが、見つけた結論を出し終えた後でのこれがいえることの確認は実に容易であった。また、「平行線と線分の比」学習後であれば、線分 AP と RQ との交点（互いの中点）は、常に辺 AB の中点と辺 AC の中点を結ぶ線上にあることも興味深いことがらであろう。

数多くの結論が含まれている課題にじっくりと取り組み、いろんな角度から切り込んでいくことは、既習の内容を結び付けるのに役立つ図形の世界を広く深く眺めることにつながっていくと思う。そして、今回のように与えられた条件の中で普遍的にいえることを自ら求めていくという過程は、本来は数学の中で一番楽しみな部分であるように思う。このような、生徒が受身でなく主体的に数学に関わっていける時間をもっともっと意図的、計画的に作ってやってやりたいと感じた。



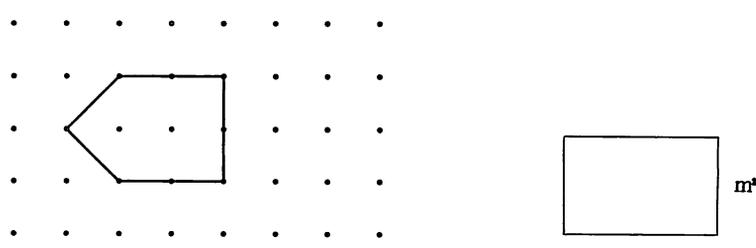
(小松島中学校 平井 正美)

格子点と多角形の面積

1 授業のねらい

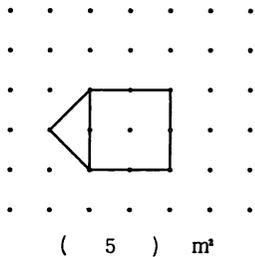
- (1) 誰もが意欲的に参加できる。
- (2) 格子点を何点が結ぶことによっていろいろな種類の多角形を作り，学習してきた面積の公式を利用して，自分で書いた多角形をいろいろな方法で面積を求めることによって，数学的な見方・考え方を養う。
- (3) 座標に書かれた三角形の面積の求め方には，どのような求め方が一番うまくできるかということを考えさせることによって自己学習能力を育成する。

2 展 開

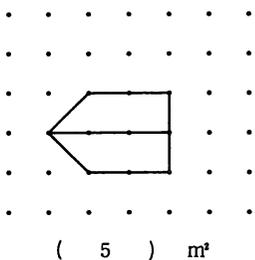
学 習 内 容	指 導 上 の 留 意 点
<p>第1課題 たて、よこの点と点との距離が1mのとき、次の図形の面積を求めてみよう。</p> 	
<ol style="list-style-type: none"> 1 平面図形の面積の公式には，何があったか書き表す。 2 第1課題の問題を解く。 3 解き方（面積）の中にはいろいろな方法があることを考える。 	<ul style="list-style-type: none"> ● 平面図形の面積の公式には，どのようなものがあつたか確認させる。 ● ワークシートを配布する。 ● 上の公式を利用して面積を求めさせる。 ● 見方・考え方を変えると多角形の面積は既習の面積公式をいろいろ利用することによって求めることができることを知り，自分の考えを発表させる。
<p>第2課題 次にいろいろな多角形のうちに六角形を書き面積を求めてみよう。</p>	

学 習 内 容	指 導 上 の 留 意 点
4 六角形を書き求める。	<ul style="list-style-type: none"> • いろいろな方法を考えさせて発表させる。
<p>第3課題 次に x 軸・y 軸のグラフに原点を通る2本の直線を書き表し、さらにもう1本の直線を2本の直線と交わるようにして、原点Oと2つの交点で囲まれた三角形の面積を求めてみよう。</p>	
5 三角形の面積を求める。(2種類の三角形を提示)	<ul style="list-style-type: none"> • 2枚めのワークシートを配布する。 • いろいろな三角形があり、求める方法も様々あることを発表させて確認させる。
6 その中でどうしても求まらない三角形について全員で解き方を考えて意見発表する。	<ul style="list-style-type: none"> • できるだけ自分達の力で考えさせる。

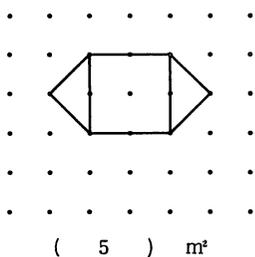
(1) 生徒の反応 (第1課題)
(パターン1)



(パターン2)



(第2課題)
(パターン1)



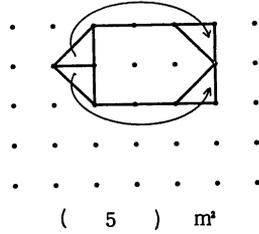
※ 二等辺三角形と正方形に分かれる。

※ 台形2つに分ける。

2つのパターンとも均等に2つに分けて考えて解いているようだ。

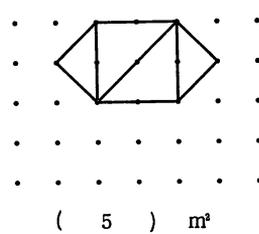
※ 大半の生徒が一つめにかいた六角形は左図であった。そして、解き方も正方形(長方形)と二等辺三角形の面積をたすという方法が一番多かったようだ。

(パターン2)



※ 六角形を一つの長方形にして求めた生徒も一人いた。

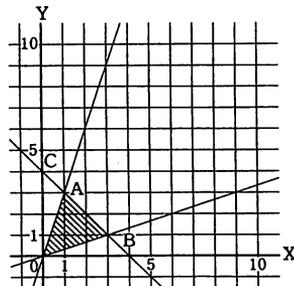
(パターン3)



※ この六角形の面積を求めるのに三角形を四つ作ることによって求めている生徒もいた。

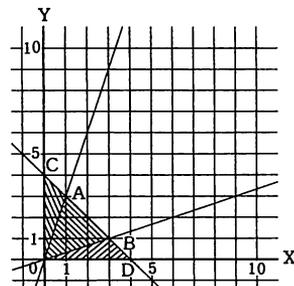
(第3課題)

(パターン1)



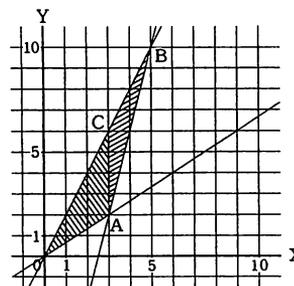
※ $\triangle OBC - \triangle OAC = \triangle OAB$ によって求める方法。

(パターン2)



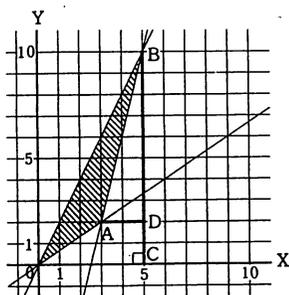
※ $\triangle ODC - (\triangle OAC + \triangle OBD)$ によって求める方法。

(パターン3)



※ $\triangle OAB$ に補助線を引くことによって二つの三角形に分けることによって求める。

(パターン4)



※ 直角三角形の面積から台形と $\triangle ABD$ の面積の和を引いて求める。

(2) 生徒の感想

- やっている途中「あー、もうダメかな」と思っているとき、ほかの友達の見方で助けられたりしたときは感謝のかぎりです。
- できるだけ二つにきることを考えて行けば易しく面積が求まるのかと思うと簡単だなと思いました。
- 正解は一つしかないけど、解き方は見方・考え方を工夫するといろんなやり方があると思うとすばらしいと思った。

3 考 察

最初はどうしてこのようなことをするのかと言う顔をしていましたが、だんだんと時間が過ぎることによって生徒の緊張したような気分も落ち着いてきて半分ぐらいの生徒が普通の授業よりは積極的に取り組み、思考を最大限に働かせているように見えました。

第1課題では、平面図形の面積の公式の復習をしたのですが、三角形・長方形などはすぐに来てきたのですが台形の公式を覚えていたのは数人程度しかいませんでした。このあたりの学習をもう少し学習しておさえておくべきではないかと思いました。

第2課題では、六角形をかかせていろいろな方法で解いていくということを重視したのですが、大半の生徒が最低三種類は考えていたので発表の仕方が難しく苦労しました。

第3課題が本題であったのですが時間が少し足りないと思いヒントを与えて考えさせてみました。その結果は、クラス全体で発表させながらすすめていたのですが、ある生徒が良い意見を言ってくれたおかげで、後の残りの生徒もあれもこれもという具合に活発に意見の交換ができたのではないかと思います。しかし、まだまだ教材研究不足だったので残りの半数については、さめていたり、何をやっているかわからない生徒がいたことが残念でなりません。以後このようなことがないようにもっと生徒自身が意欲をかきたてられるような教材の選択をして、もう少し身近なものを取りあげていくことも重視していかなければならないと思います。

(神山中学校 島田 信治)

三角形の面積をいろいろな方法で求める指導

1 授業のねらい

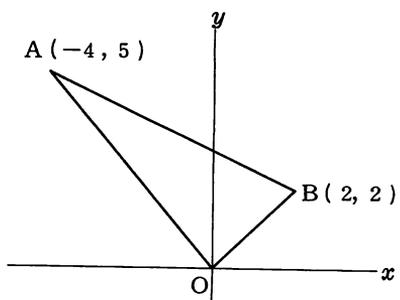
関数の指導を終えた後で練習問題をやっているとき、必ず出くわす問題に $y = ax^2$ のグラフと直線との交点と原点とを結んでできる三角形の面積を求めさせるものがある。三角形の面積を求めることは、それほど難しいことではないが、関数の中に出てくる図形の問題のためか、どのようにして解けばよいのか戸惑う生徒が多い。

そこで、あらかじめ座標を与えておいた三角形を提示し、その面積の求め方をいろいろ考えさせる過程で、今までに学習した多くの知識や技能を使う必要性に気づかせ、学ぶ楽しさを体得させながら、更に、数学的な見方、考え方を深めたい。

2 指導計画

- (1) 関数 $y = x^2$ 3時間
- (2) 関数 $y = x^2$ のグラフ 6時間
- (3) 関数 $y = x^2$ の値の変化の割合 3時間
- (4) いろいろな比例 1時間
- (5) 問題 2時間
- (6) 課題学習 (三角形の面積) 1時間

3 展開

	学習内容と学習活動	指導上の留意点
課題把握 5分	<p>1 課題を把握する。</p> <p>右の図で、$\triangle AOB$の面積をいろいろな方法で求めてみよう。 ただし、1目盛りを1cmとする。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • 問題を提示したプリントを配布し、課題を確認させる。
	<p>2 各自で、$\triangle AOB$の面積の求め方を考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 視点を決めて考えさせる。

	学習内容と学習活動	指導上の留意点
課題 追求 30分	3 班で話し合い、求める方法を発表しあう。	(周りの多角形から三角形をひく方法) (直線の式を求めて、それを利用する方法) (等積変換を利用する方法)
発展 まとめ 15分	4 本時のまとめをする。	<ul style="list-style-type: none"> $y = x^2$ と $y = x + 6$ との交点と原点を結ぶ三角形の面積を求めるのにどんな方法があるか考えさせる。

4 考 察

それほど難しい問題なので、生徒はすぐに何通りかの方法を考え出したが、ほとんどの生徒がまわりの長方形、または台形から三角形の面積をひく方法であって、それ以上の方法が考えつかないようであった。そこで、これまでに学習した一次関数や等積変換を使えないか考えさせ、視点を決めて求めることを指示したら、いろいろな方法を考え出した。生徒の解答をもとにしてまとめると、次のようになった。

(1) まわりの多角形から三角形をひいて求める方法

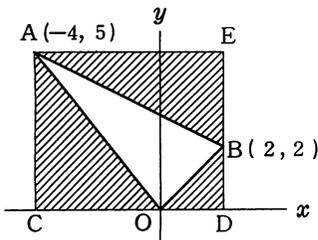


図1

長方形ACDE - ($\triangle ACO$
+ $\triangle BOD$ + $\triangle ABE$)

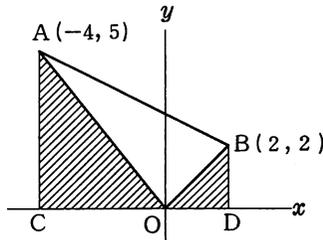


図2

台形ACDB - ($\triangle ACO$
+ $\triangle BOD$)

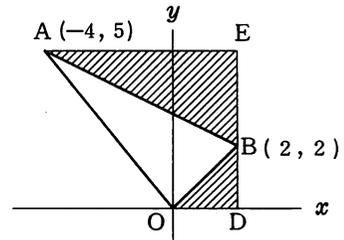


図2

台形AODE - ($\triangle ABE$
+ $\triangle BOD$)

生徒が一番最初に考えたのが、図1、図2の方法であった。どちらも、 x 軸、 y 軸に平行な

補助線をひくことにより、簡単に求めることができるからである。

次に考えついたのは、図3、図4、図5のような方法だが、これは上と同じように求めようとしても、どうしてもあと1つの点の座標が分からないと求められない。どうすればよいのか考えさせていくと、直線ABの式を求めればよいことに気がついた。

(2) 直線ABの式を求めて、それを利用する方法

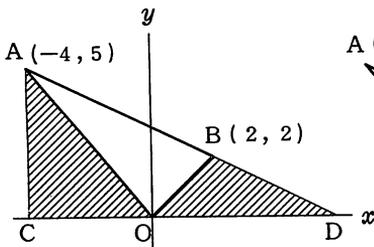


図3

直線ABとx軸との交点Dの座標を求める。
 $\triangle ACD - (\triangle ACD + \triangle BOD)$

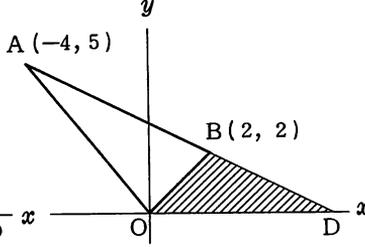


図4

直線ABとx軸との交点Dの座標を求める。
 $\triangle AOD - \triangle BOD$

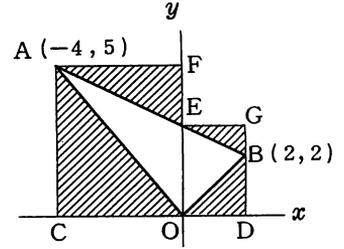


図5

直線ABの切片Eの座標を求める。

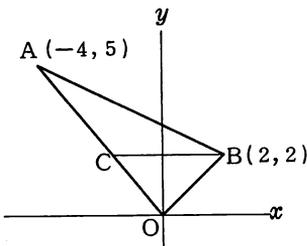


図6

点Bを通りx軸に平行な直線とAOとの交点Cの座標を求める。
 $\triangle ACB + \triangle COB$

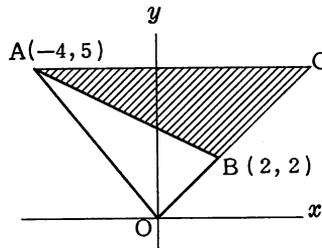


図7

点Aを通りx軸に平行な直線とOBとの交点Cの座標を求める。
 $\triangle AOC + \triangle ABC$

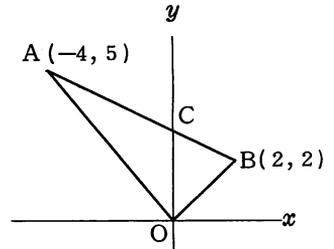


図8

直線ABの切片Cの座標を求める。
 $\triangle AOC + \triangle BCO$

図3～図7では、三角形の底辺がすべて横線になっていて考えやすいためか、次々とみつけることができたが、OCを底辺とみて求める方法の図8は、一部の生徒を除いてはなかなか気がつかなかった。しかし、気がついてみるとかなり簡単に求めることができる方法であることを認識したようである。

(3) 等積変換を利用する方法

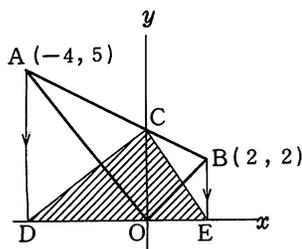


図 9

直線 AB の切片 C の座標を求める。

$$\triangle CDE = \triangle AOB$$

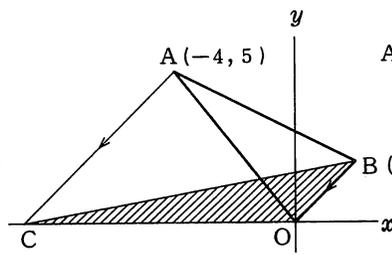


図 10

$AC \parallel BO$ となる点 C の座標を求める。

$$\triangle BCO = \triangle AOB$$

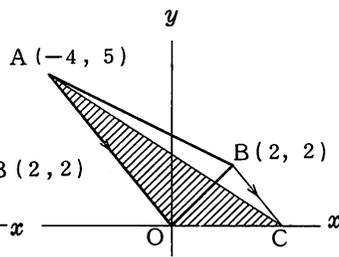


図 11

$BC \parallel AO$ となる点 C の座標を求める。

$$\triangle AOC = \triangle AOB$$

この方法は、補助線をひくのが難しいので、極わずかの生徒しかみつけれなかったが、説明を加えていくうちに等積変換のおもしろさに気がつき、かなりの生徒が理解することができた。またよく考えると、図9は、図8の方法をもっと簡潔にしたものであることに気がついた。

(4) その他

それ以外に、おもしろい解答もあった。原点 O から AB に垂線 OH をひき、底辺 AB と高さ OH の長さをものさしで計り面積を求めるというのである。この方法は、実際はできないが、後の（三平方の定理）学習でできるようになることに触れてやると、生徒は興味を示した。

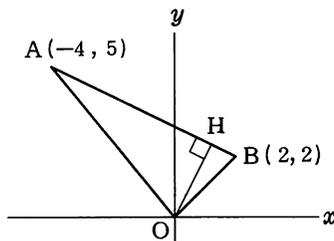


図 12

生徒は一つでも多くの求め方をみつけようと、活発に意見を出し合い、いつもの数学の時間には見られないような楽しい雰囲気の中で授業ができたことは、大変よかったと思う。課題が難しくなかったこともあって、それぞれが自分の力に合わせて積極的に授業に参加できたし、一つの問題を解くのにたくさんの方法があり、それをさらに発展させていくとまた違った問題も解けるようになるという数学のおもしろさも、わかってくれたように思う。

(城東中学校 松本静子)

正五角形と黄金比

1 授業のねらい

第3学年の三平方の定理（図形の計量）を学習後，中学校での図形についての知識も最高になり，それらの知識を利用した応用も数多く存在する。この授業の課題の正五角形は美しい性質を数多く内蔵している。この性質を生徒の手で数学の問題として表現させ，これらの問題を解決させていく。この性質の解決の過程でさらに新しい問題に気づいたり，他の図形へ応用させることができる課題である。また，黄金比が自然界の広い分野に見られることから，物事に関連づけていることの大切さを経験させたい。

特に次にあげる事項について重点をおいて指導していきたい。

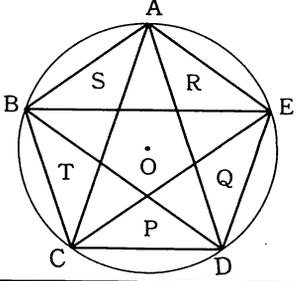
- 正五角形のもつ豊富な，美しい性質を確かめ，視点を定めて系統立てて考えさせる。
- 正五角形の性質を使って，正五角形の作図をくふうする。
- 正五角形と黄金比
- 生徒自身の手で，問題の発見と解決の繰り返しが新たな発見を促すことを経験させる。

2 指導計画 三平方の定理（図形の計量）学習後

- (1) 正五角形の中にある問題を探ろう …………… 1時間
- (2) 正五角形の作図 …………… 1時間
- (3) 正五角形と黄金比 …………… 1～2時間

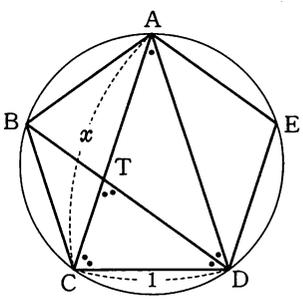
3 展 開

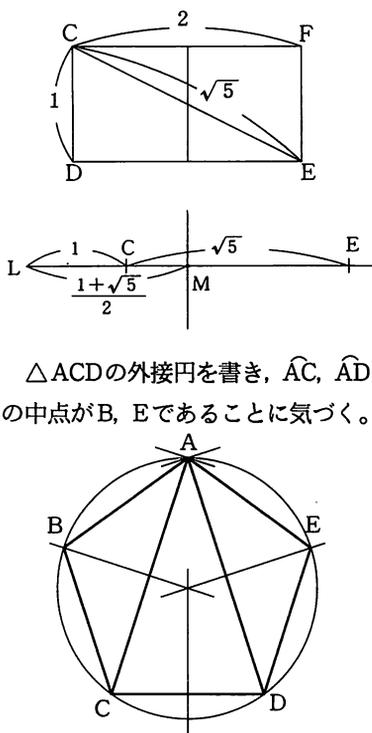
(1) 第 1 時

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
課題の提示	<p data-bbox="359 1285 472 1322"><課題1></p> <p data-bbox="359 1322 1152 1435">五角形 ABCDE は円に内接する正五角形である。この五角形に対角線を引き星型 ACEBDA をつくる。この図をもとに，いろいろな問題をつくりましょう。</p> 	

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
	<p>中に潜む性質を利用していろいろな問題をつくる。</p> <p>いろいろな問題を発表する。</p> <p>問題を選び解き方を考える。</p>	<p>自由な発想を大切にしてい</p> <p>次の学習につながりやすい問題を選択させる。</p>

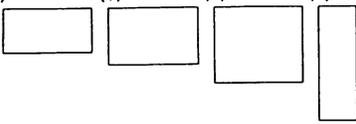
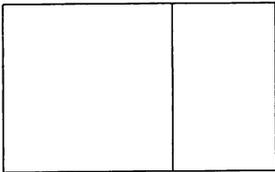
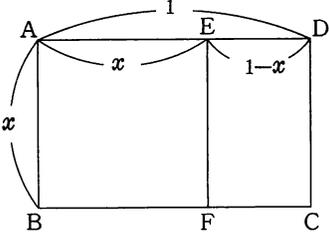
(2) 第 2 時

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	<p>問 CDの長さを1としたとき、ACの長さを求めなさい。</p>  <p>$\triangle ATB$, $\triangle DCT$が二等辺三角形に気づき、$CD = TD = AT = 1$であることを求める。</p> <p>$\triangle ACD \sim \triangle DTC$であることに気づき、対応する辺の比をもちいることにより辺の長さを求める。</p> $AC : CD = CD : CT$ $x : 1 = 1 : x - 1$ $x^2 - x - 1 = 0$ $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$	<p>正五角形の作図の鍵は、長さ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ の線分を作図によって求めることと、この結果、得られる 36° の角にあることに気づかせ次の発展につながらせる。</p> <p>相似の証明には前時の学習の復習をさせる。</p>
課題の提示	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><課題2> 一辺の長さが1の正五角形を作図しましょう。 (CDを1とする正五角形)</p> </div> <p>$\triangle ACD$が書ければよいことに気</p>	<p>正三角形、正方形、正六角形の作図は容</p>

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
確 認 発 展	<p>づく。</p>  <p>$\triangle ACD$の外接円を書き、\widehat{AC}、\widehat{AD}の中点がB、Eであることに気づく。</p> <p>自分の力で実際に書いてみる。</p>	<p>易にできるが、正五角形の場合はどうすればよいかを考えさせる。</p> <p>前問をヒントに考えていけばよいことに気づかせる。</p> <p>$\sqrt{5}$の長さをどうするかを考えさせる。</p> <p>点B、Eはどのように作図すればよいか考えさせる。</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p><発展1> 正十角形の作図を工夫してみよう。</p> </div> <p>作図の仕方を発表する。</p>	<p>正五角形の作図の仕方を参考にして考えさせる。また独自の作図も考えさせる。</p>

(3) 第3～4時

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
導 入	<p>次の中でもっとも美しくみえる長方形を選び発表する。</p>	<p>生徒に自由に発表させ、理由があればそれも発表させる。</p> <p>(安全性、調和、日常に使用など)</p>

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
	<p>(ア) </p> <p>自分でも美しく見える長方形を自由に書いてみる。</p> <p>黄金長方形の2辺の比が、およそ5:8であることを測って確認する。</p> <p>(イ)のような長方形から正方形を切り取ると長方形が残り、それがもとの長方形と相似になっていることに注目する。</p>  <p>黄金長方形の縦と横の長さの比を求める。</p>  <p>黄金長方形の縦と横の長さの比が、$\frac{-1+\sqrt{5}}{2} : 1$であることを知る。</p>	<p>(イ)のような長方形が昔から調和のとれた美しい形とされていて、黄金長方形といわれていることを知らせる。</p>
課題の提示	<p><課題3> 正五角形の中の星型 ACEBDA の中から黄金比になっている辺の組を見つけてみよう。</p>	
	CS, SA, CT, TSなどが黄金比になっていることを見つける。	前に求めた辺の長さを使って簡単に見つけさせる。

段 階	生 徒 の 活 動	指 導 上 の 留 意 点
	<p>見つけたものを発表する。</p> <p>辺の比を確認する。</p> <p>まとめをする。</p> <p>正五角形と星型の中にはすばらしい性質が数多く含まれていることをあらためて知る。</p>	<p>黄金比になっている組を見つけ、実際にそうなっているか確認させる。</p>

4 考 察

(1) 対 象 生徒 3年A組 15名 (男子10名 女子5名)

(2) 生徒の実態

少人数で数学の授業への取り組みは意欲的である。3, 4人の生徒はいつもわからない問題の質問にやってくる。わからなければすぐに誰かに頼り、問題を解決している。そのため、ねばり強さが少なく、自分で他の解き方を考えたり、幅広い数学的な発想には少し欠ける面がある。計算は得意であるが、図形分野になると全くできない生徒もいる。

(3) 授業実施

2月上旬(教科書の内容がすべて終わった後)

(4) 生徒の反応・感想等

- 第1時の課題1に関して生徒の反応は、最初は戸惑っていたが、例を1問与えれば意欲的に取り組み以下のようないろいろな問題をつくった。
 - $\triangle ABE \sim \triangle ABP$ を証明しなさい。また、その相似比を求めなさい。
 - 正五角形の1つの内角($\angle BAE$)の大きさを求めなさい。
 - $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。
 - $\triangle ACD \cong \triangle BEC$ を証明しなさい。
 - 星型の角の総和を求めなさい。
 - 星型に切りとり底面PQRSTとする立体の名称を答えなさい。また、その立体の高さと体積、表面積を求めなさい。
 - 点A, B, C, D, Eを頂点とする三角形は何とおりできるか。また、 $\triangle ABC$ と合同になる確率を求めなさい。
 - $\triangle ABC$ と等しい面積の三角形をすべて求めなさい。
 - 二等辺三角形はいくつあるか。(何種類あるか)
 - $BC \parallel AD$ であることを証明しなさい。

- 正五角形の1辺が10cmのとき、正五角形の面積を求めなさい。また円から正五角形をひいた面積を求めなさい。
 - $CD = 2\text{cm}$ のとき、 $\triangle ACD$ の面積を求めなさい。
 - 課題1でつくった問題の中には中学校の学習知識では解けないものもあり、解けなくてもどうにかして解こうとする生徒もいた。
 - 授業後の生徒の感想には、約半数のものがわかりにくかったという意見がでたが、1つの図形の中にいろんな性質があってももしろかったという生徒もいた。
 - 正七角形はどう作図するのかという意見もでてきた。
- (5) 授業後の反省と今後の課題
- 3~4時間の計画で授業を進めていたが、実際には6時間も授業を費やしてしまった。3時間くらいで生徒が主体的に取り組める課題の選択が必要である。
 - 課題の選択については、生徒の多様な考えができるものを選ばなければならない。課題1に関してはいろいろな問題が自分の手によってできあがるので意欲的に取り組んでいた。しかし、課題2, 3に関しては生徒は考えようとするが、いろんな方法に気づきにくいので徐々に生徒が受け身的な授業展開になってしまった。
 - 3年生の教科書の内容終了後、授業を行ったが知識が豊富で多様な考えができるようになっていることに気づいた。
 - 図形など少し高度な内容に取り組んだときの数学的な能力の低い生徒をどのようにしていくかが今後の課題である。

(木屋平中学校 坂東 正美)

面積の比を使って

1 授業のねらい

数学の問題では、基本的な計算問題を除くと、いろいろな見方・考え方がある。底辺に流れるものは同じであっても、解決の仕方は違って不思議ではない。また、問題そのものも表面に現れているものだけが全てではなく、更に発展していくものも少なくない。

今回の題材は、相似な図形の面積比を学習した後に与えるので、面積比 = (相似比)² の関係にとらわれがちだが、2年生の相似の知識だけでも十分に解くことができる。日頃の授業であまり深く追求することなしに通り過ぎている問題を、いろいろな方向からみるという作業に取り組んでみたい。

2 指導計画 図形の計量

(1) 三平方の定理

- ① 三平方の定理 3時間
- ② 三平方の定理の利用 5時間

(2) 図形の計量

- ① おうぎ形の弧の長さや面積 3時間
- ② 球の表面積と体積 1時間

(3) 相似な図形の計量

- ① 相似な図形の面積 2時間
- ② 相似な立体の表面積、体積 2時間
- ③ 面積の比を使って 1時間 (本時)

3 展 開

時間	学 習 の 内 容	留 意 点
5分	<p><課題> 長方形ABCDがある。辺DCの中点をEとし、線分AE, BDで、長方形を図のように、⑦, ①, ②, ③の4つの部分に分ける。</p> <p>⑦の面積をSとすると、①, ②, ③の面積を、それぞれSを使って表しなさい。</p>	

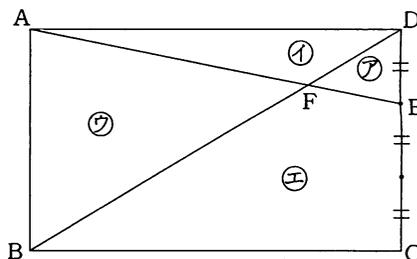
時間	学 習 の 内 容	留 意 点
5分	1 $\triangle ABF$ と $\triangle EDF$ が相似であることを証明する。	○ 口頭で説明させる。 ○ 時間に余裕があれば、実際に証明を書かせるのもよい。
5分	2 $\triangle ABF \sim \triangle EDF$ より相似比を求め、面積比を考え、 $\triangle ABF$ をSを使って表す。	○ 面積比 = (相似比) ² であることを確認する。
5分	3 $\triangle ADF$ と $\triangle EDF$ の面積の比を、辺AFと辺FEの比を使って求めて、 $\triangle ADF$ をSを使って表す。	○ 高さの等しい三角形の面積の比は、底辺の比に等しいことを確認しながら考えさせる。
5分	4 ⑦+⑤=④+⑥であることから、四角形BCEFをSを使って表す。	○ 長方形の性質から対角線で面積が二等分されることを確認する。
15分	5 点Eを辺DCを三等分する点の1つとすると4つの部分の面積がどのようなになるかを考える。	○ 課題と同じ考え方で各自に考えさせて、さらに発展させた形を創造させていく。
5分	6 本時のまとめをする。	

4 授業の実際

- 最初与えた課題に対して、生徒の反応はよかった。
- 各自に考えさせた問題では次の2通りの考え方があらわれた。

問題 点Eを辺DCを三等分する点の1つとすると4つの部分の面積がどのようなになるかを考える。

- (1)
- $\triangle ABF$ と $\triangle EDF$ が相似であることから面積比を考えて、 $\triangle ABF = 9S$ とする。
 - $\triangle ADF$ と $\triangle EDF$ の面積比を底辺の比 $AF : FE = 3 : 1$ より、 $\triangle ADF = 3S$ とする。
 - ⑦+⑤=④+⑥より、四角形BCEF = 11Sとする。



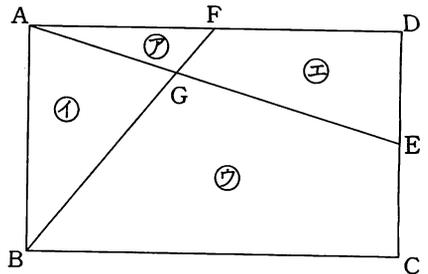
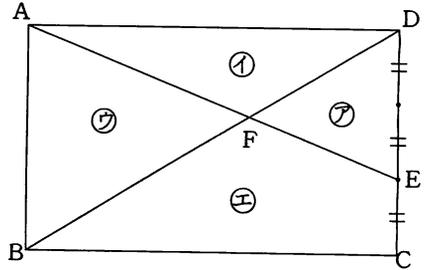
- (2) • $\triangle ABF$ と $\triangle EDF$ が相似であることから、 $AF : FE = 3 : 1$ より、 $\triangle ADF = 3S$ とする。
- $\triangle ABF$ と $\triangle EDF$ が相似であることから、 $BF : FD = 3 : 1$ より、 $\triangle ABF = 9S$ とする。
- $\textcircled{7} + \textcircled{9} = \textcircled{1} + \textcircled{3}$ より、四角形 $BCEF = 11S$ とする。

○ $\triangle EDF = S$ とすることが抽象的であるためにひとりで取り組むには難しい生徒が多くいた。そこで、次のような課題を与えてみた。

問題 点Eを辺DCを三等分する点の1つとする。 $\triangle EDF = 20$ とするとき、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ の面積をそれぞれ求めなさい。

- 問題に慣れてきたのか、先の問題の正解率は格段にあがった。
- 時間に余裕があれば、次のような課題も与えてみたい。

<課題> 長方形 $ABCD$ がある。辺 DC の中点をE、辺 AD の中点をFとし、線分 AE 、 BF で、長方形を図のように、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ の4つの部分に分ける。
 $\textcircled{1}$ の面積を S とするとき、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ の面積を、それぞれ S を使って表しなさい。



5 反省と考察

- 最初の課題を教師主導で考えたため、生徒の独創性を引き出しにくかった。
- もう少し、生徒に考える時間を与えるべきであった。
- せっかちな類題の与え方で、生徒に戸惑いがあったように思う。
- 毎日の授業の中で、私なりに目標を持って課題の精選、基本の徹底を図っているつもりだが、まだまだ勉強不足であることは否めない。1時間の中に、あれも言いたい、これもやっておかないと教師側の都合だけで授業の進行を軌道修正している。やはり、1時間の中では、何か1つ本当に大切なことに焦点をしばるような形の授業が理想的なのかなと思う。生徒とともに学んでいく姿勢が大切であることを改めて考えさせられる。

(富田中学校 川尻 隆之)

自ら学ぶ力を育てる数学指導

自己学習能力とは、やりがいがあり自己向上へとつながる課題を見つけ、さまざまな情報をいかに利用していくかを検討しながら学習の計画をたて、実行し、自ら進歩の度合いを評価していこうとする力ではないかと考える。その育成にはオープンスクール、個人教授システム、そして子ども同士の教え合いなどの形態が有効と考えられている。

そのなかで一つの方法としてオープンスクールについて特徴と運営原理を調べてみた。(波多野 誼余夫編「自己学習能力を育てる」東京大学出版会発行による)

- <特徴>
- 教授と学習の成果より過程を大切にする
 - 子どもたちがいろいろな活動から選択できるようにする
 - 子どもたちをランダムあるいは異質な集団にして、子ども同士で学び合えるようにする
 - 教師は、子どもが現にしていることから、それをさらに伸ばして、知識や技能を獲得させようとする
- <運営原理>
- 教室は機能領域に分けられたオープンで柔軟性のあるスペースである
 - 子どもたちは、この教室を自由に探索することができ、また、自分で自分の活動を選ぶことができる
 - 学習環境は、たくさんの具体的な材料をも含めて学習資料が豊富でなければならない
 - 教師は、一人あるいは二、三人の生徒とともにすごしており、同じ教材を学級全体の子どもに提示することはほとんどない

このオープンスクール的な考え方を授業の中にとりいれることはできないものだろうか。現実には、狭い教室のなかでの授業であり、制約される問題は多々あるが、数学指導のなかで、この考え方を生かすことによって自己学習能力の育成を促すことができるのではないかと研究をすすめてみた。

また、数学指導のなかでは、問題解決能力を高めることが自己教育力の育成であるとも考えられる。その基礎的な能力として次の7つの要素を取り上げることもできる。

- ① 未知へ挑戦する力。常に自らの力で解決しようという意欲をもち、何が問題なのかを的確につかみ解決の糸口をみつけようとする力
- ② 解決の計画を立てる力。解決の計画を自分で立てられる力
- ③ 問題に柔軟に取り組む力。行き詰まったとき、解決の計画や手順を振り返りながらもう一度計画の実行をやり直す柔軟な姿勢が必要となる
- ④ 最後まで遂行する力。自ら立てた計画を簡単にあきらめる事なく、追求することができる力
- ⑤ 自己評価する力。自分の見いだした解決が正しいかどうか判断する力
- ⑥ より良い解決を追求する力。学級集団でよりよい解決方法の方法を追求していく
- ⑦ 問題を見つけ出す力。ひとつの問題の解決が次の新しい問題を生み出していき、この流れが連続していく学習が大切である

上記の要素を数学指導のなかでどのように生かしていけばよいのかという課題で研究を進めた。

少人数数学級の特性を生かした個に応じた指導

— 方程式の利用（距離・速さ・時間の問題）を通して —

1 授業のねらい

方程式を利用した文章題を、生徒たちは、かなり苦手としているようだ。計算としての方程式は解けるが、文章題となると、難しいと敬遠してしまっているようである。前時間に、距離・速さ・時間に関する問題を取りあげたが、あまりさえない顔で授業をうけていた姿が印象的である。

そこで、距離・速さ・時間に関する問題についても、もう1時間とり、線分図や表など種々の工夫により自分で解決できるという満足感を味わわせたい。分析や総合の働きが必要となり、生徒の思考を訓練するよい機会であると思う。文章題への嫌悪感を強め、数学嫌いを作ってしまうことのないよう「分かる=楽しい」と感じる授業を心掛けたいと思う。生徒達が無味乾燥な感情を抱くのではなく、問題解決の力とそれを支える数学的な見方や考え方につながればと思う。

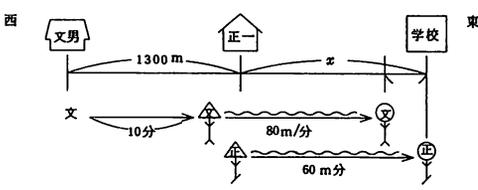
また、本校は1, 2, 3年生を合わせ、31名という非常に小規模校である。少人数数学級の特性を生かし、教師と生徒一人ひとりのつながりを大切にしたい指導を試みたい。

2 指導計画

- (1) 方程式とその解 3時間
- (2) 方程式の解き方 3時間
- (3) 方程式の利用 6時間 (本時 $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$)

3 展開 1時間目 《一斉指導》

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 学習課題について考える。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"><p>東西にのびている1本の通学路にそって西から順に文男の家、正一の家、学校がある。文男の家と正一の家は1300m離れている。文男が学校に向かって自宅を出発してから10分後に、正一は学校に向かって自宅を出発した。正一が学校に着いたとき、文男は学校の手前40mの地点に来ていた。文男の歩く速さを毎分80m、正一の歩く速さを毎分60mとすると正一の家から学校までの距離は何mか。ただし、歩く速さは一定とする。</p></div>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 問題の情景を再現する。</p>  <p>3 各自、線分図、表など種々の工夫により方程式をつくり、解をだす。</p> <p>4 自分の考え方を発表する。</p> <p>5 方程式の解の吟味をする。</p> <p>6 各自、チャレンジ問題をする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 建物を表す絵のカード、数量をかいたカードをつくっておく。 • 線分図や表にまとめやすいように、数量の関係をしっかりつかませる。 • 自分なりの表現を工夫させ、数量関係を式化させる。 • 友達の工夫を参考にさせる。 • 生徒は解の吟味を面倒がっているので、解の吟味の必要性についてもう一度確認する。 • 授業の感想等自由記述をそえて提出させる。

2 時間目 《個別指導》

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 前時間のチャレンジ問題について各自見直す。</p> <p>2 各自、自分の課題について解く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • チャレンジ問題についての項目別の到達度、図やイラストを用いての解説、私から生徒へのコメント等をかきこんだ個人別の採点結果表をくばる。 • 個別に見ていき、到達度に応じた個人指導をする。 • 質問を個別に受け付ける。

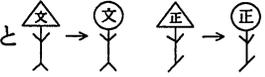
授業の実際

1 時間目

T 自分なりの表現の工夫を発表しよう。

アイデア1

同じ時刻に、2人がどこにいるのか、見てすぐ分かるように○と△と区別する。そうすると



は、同じ時間かかったことが分かるので、同じ時間のところに~~~~~を入れる。正一のかかった時間は簡単に求まるから、文男のかかった時間も求まってくる。

4 考 察

《生徒の感想》

- 僕は計算問題は好きだけど、文章題は自分で式をつくらなければならないから、とても苦手でした。しかし、自分で線分図をかくと分かりやすくなることに気づきました。文章題が少しは好きになった気がします。
- 問題をボーッと見ているとよく分からないけど、線分図にいろいろな線をかきこんでいくと関係が分かりやすい。
- 私は、距離と時間と速さの公式は書かないとすぐにはでてきにくいけど、簡単な応用問題なら、もう解けそうな気がします。個別で教えてくれる時間はいろいろ聞きながらできるから、また、してほしいです。
- 個人別の採点結果表は絵や図がはいっているから、勉強というよりクイズみたいで楽しいです。
- すごく難しい問題をだしてください。複雑なものに挑戦したいです。
- いつもの授業より、個別で勉強するほうが、たくさん解いたような気がしました。でも、いつもより疲れました。

生徒の感想から、文章題に関する意識改革が少しはできたのではないかと思います。生徒の中にわずかにでも芽生えた自信を今後の学習でさらに伸ばしていきたい。

項目別の到達度、図やイラストを用いての解説、私から生徒へのコメントをのせた採点結果表は楽しく勉強する手助けになったようである。私の方も生徒一人ひとりがどこでつまづいているのかよく理解でき、正解率の低いところは授業中に再度説明し、定着を図ることもできる。

また、個別で自分の課題を解決する時間は効果的であったと思う。各自、自分の力に合わせた課題に取り組めることにより、無理なく学習していたようである。

この実践を通して、一人ひとりを理解する指導が、いかに、大切であるかということを改めて実感したが、小規模校だから可能なことであり、今後、よりよい対策を考えていく必要があると思う。生徒の興味・関心を高めるとともに、生徒一人ひとりの発達段階に応じた学習指導を工夫していきたい。

(福原中学校 武田 純子)

平面図形における自ら学ぶ学習指導について

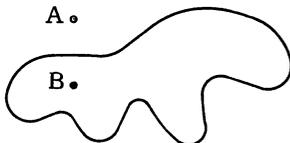
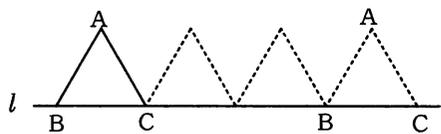
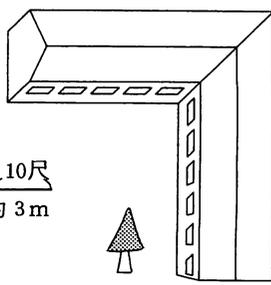
1 授業のねらい

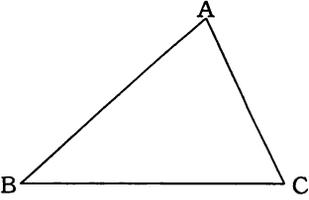
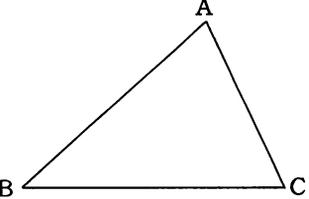
平面図形の領域で、点の集合と図形、基本の作図の学習のまとめとして、「ミニマックス」の問題と、他のいろいろな問題のなかで、生徒自身が解決しようとする問題を自分で選択し、自分の力で解決の糸口を見つけ、何とか解決しようと模索させてみる。全ての生徒に解決の喜びが味わえるように、ヒントカードの準備や助言などで援助していく。その後、グループで互いの解決方法を評価しあい、よりよい解決方法を吟味させる。

2 指導計画

点と集合と図形 3時間
 基本の作図 3時間 (本時 $\frac{3}{3}$)

3 展 開

指導計画	形態	学 習 活 動
<ul style="list-style-type: none"> 自分の解決しようとする問題を見つけさせる。 提示された問題とよく似た問題を思い出したり、調べ直したりして解決の糸口を探させる。 	個別	<p>提示された問題A～Eのなかから、自分が解決しようと思う問題を見つける。</p> <p>《問題A》右の曲線上にあって、2点A、Bから等しい距離にある点をもとめよ。</p>  <p>《問題B》下の図のように、正三角形ABCが直線ℓ上を転がって1回転するとき、頂点Aが動いたあとをかき込め。</p>  <p>《問題C》いなかの親類の蔵の整理を手伝っていたシンノスケは古文書を見つけました。字は読めませんが、どうも「宝」を埋めた場所が書いてあるようにみえました。そこで、おじいさんに読んでもらったら、つぎのような内容でした。</p> <ol style="list-style-type: none"> 庭の一本松の根元から20尺の所。 家の作る角を2つに分けた線の上。 一本松の真北(図の上方向)にある。 <p>では、その場所を図の中に書き入れましょう。</p> 

指導計画	形態	学習活動
<ul style="list-style-type: none"> ● いきづまりを打開できるように援助しながら、生徒に問題を解決させる。 ● 他の問題にも挑戦させる。 ● 同じ問題を選択した生徒たちとの話し合いのなかで自己評価させる。 ● 新しい問題を自分たちで考え、解決させる。 	<p>個別</p> <p>個別</p> <p>小集団</p> <p>小集団</p>	<p>《問題D》「三角島」には世界最大のダイヤモンドがあります。このダイヤモンドをルパンから守るために、島の3つの海岸線のどこからも、もっとも遠い地点にあります。その地点を見つけてください。</p> <p>《問題E》この「三角島」で、消防自動車を置くとき、どこに置いたらよいでしょうか。ただし、その場所は3つの点A, B, Cのどこからも最も近い点でなくてはなりません。その地点を作図してください。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <ul style="list-style-type: none"> ● 問題解決の計画を立てる。 ● 糸口が見つからなければ、今までに学習した問題のなかで、類題をさがして、解決方法を予測する。 ● ヒントカードや指示シートを活用して解決方法をみつける。既習の学習事項をヒントカードや指示シートとして準備しておく。 ● 問題を解決できれば、他の問題に挑戦していく。 ● グループで、互いに自分の考えた解決方法を発表しあう。 ● 自分の解決方法を、友達の意見を参考にしながら、振り返り、自己評価してみる。 ● 解決した問題の条件を発展的に変更して、新しい問題をつくり解決してみる。

ヒントカードとして次のものを記入し黒板に掲示した。

- ① 定点から一定距離にある点の集合
- ② 定直線から一定距離にある点の集合
- ③ 2点から等距離にある点の集合
- ④ 角の2辺から等距離にある点の集合
- ⑤ 線分の垂直二等分線, 垂線, 角の二等分線の作図の仕方
- ⑥ 2点A, Bから等距離にある直線 l 上の点の求め方
- ⑦ 長方形ABCDを直線 l 上をころがしたときの頂点Aの描く線

4 考 察

隣接の教室に迷惑をかけないように、技術室で授業を試みた。また、生徒たちが初めに取り組んだ問題は、《問題A》を15名、《問題B》を11名、《問題C》は7名、《問題D》1名、《問題E》0名であった。やはり、すぐ問題解決できそうなものから、取り組み始めた。その後、問題別にグループで、お互いの考え方を検討してみると、自分の考えの間違っているところが非常によくわかったようである。例えば、《問題A》では、垂直二等分線はほとんど全員が書いているのであるが、過半数が1点を求めただけで終わっていた。しかし、友達が垂直二等分線を長く伸ばし、2点求めているのを見ると、自分の考えの足りなかったことにすぐ自分で気がついたようである。自分でヒントカードなどを利用してじっくりと考えてみる時間を充分設定しないと、すぐ友達に頼ってしまう傾向があり、グループ学習にはいる時期を生徒たちの動きをよく観察してから指示することが大切なポイントのように思われた。

授業後の学習記録の結果をみると次の表のような結果になった。

事 項	問 題				
	A	B	C	D	E
自分一人で解けた	13	21	14	10	8
ヒントを参考にして解いた	4	3	1	2	2
類題の解き方をみてヒントを得た	0	0	1	1	1
友達からのヒントで解けた	12	5	10	13	14
わからなかったが、グループで話し合っているときに理解できた	3	2	5	6	7
わからなかった	1	2	2	1	1
自分でよく似た問題を作った	5	5	7	4	3

《問題A》は、半数近くの生徒が初めに取り組むほど、生徒には興味があった問題なのに、求める点を1点しか求めていなかったために33名のうち13名しか自分一人で解けていない結果になった。

《問題B》は、類題として正方形や長方形を直線 l にそってころがす問題を学習し、理解できていたのか、すぐ解決できたようである。

《問題C》は、作図の方法は理解できているのに、誤差からうまく交点が1つにきれいにかけなくて当惑した生徒が多かった。

《問題D》 海岸線から最も遠いという表現の意味がなかなかわからなくて、互いに意見を交換しあっていた。多くの生徒はいろいろ測りながら、四苦八苦して角の二等分線をひくことのみつけたようである。しかし、どうして角の二等分線をひけばよいのかということがなかなかわからなかったようである。また、3本の角の二等分線がどうして1点で交わるのだろうかという議論しているグループもあった。

条件変えを取り入れた指導を通して

1 授業のねらい

本来、生徒たちが数学を好きになるには、各々が自分の力に応じた問題を自分なりの手段によって「解ける」「わかる」ということがまず第一に重要なことである。さらに、自分の力より少し努力を要する問題に意欲的にそして自主的に取り組み、「解ける」「わかる」ということが大切だと思う。

しかし「証明の学習」では、課題がもてず、生徒の自主的な学習にはならず受け身の学習になりやすい。証明問題が好きになるには、いままで学び取ったことに立って一人一人課題をもち、意欲を持ってそれが成り立つ根拠を説明できる力を身につけさせる必要がある。

そこで、だれもが取り組める問題から導入し、それを解いて終わりというだけでなく、自分の力に応じた問題作りをしてそれを解いていくという条件変えを取り入れた指導によって数学に意欲をもって取り組む生徒を育てていこうと考えた。

2 指導計画

- ① もとの問題を提示し、個別又は一斉で解決させる。その後解決の過程を振り返り、もとの問いに対する理解を深める。
- ② もとの問題の構成要素になっている条件を見つけ、これらの一部を変えることによって多様な問題を作らせる。(ここまで1時間)
- ③ みんなで共通に解決する問題を決めてからその解決をさせたり、各自挑戦したい問題を選んで解決させ、問題の意味や構造を明らかにする。
- ④ 学習してきたことを振り返り問題を解決するのに用いた考え方やわかったことなど確認し整理する。

3 展 開 1時間目

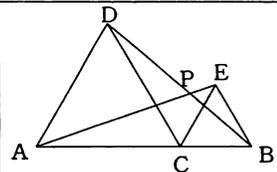
学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1 問題を提示する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">$AB = AC$の二等辺三角形で、ABの midpoint を D、ACの midpoint を E とすると、 である。</div>	

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点															
<p>2 問題に合う図をかき、できるだけ多くの結論を見つける。</p> <table border="1" data-bbox="170 333 371 466"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;"><辺></td></tr> <tr><td>BD = CE = AD = AE</td></tr> <tr><td>BP = CP, EP = DP</td></tr> <tr><td>BE = CD</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="384 333 674 466"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;"><角></td></tr> <tr><td>$\angle BDP = \angle CEP, \angle DBE = \angle ECD$</td></tr> <tr><td>$\angle DCB = \angle ECB, \angle DPE = \angle BPC$</td></tr> <tr><td>$\angle DPB = \angle EPC, \angle ADC = \angle AEB$</td></tr> </table> <table border="1" data-bbox="686 333 844 466"> <tr><td colspan="2" style="text-align: center;"><三角形></td></tr> <tr><td>$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$</td></tr> <tr><td>$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$</td></tr> <tr><td>$\triangle PBD \equiv \triangle PCE$</td></tr> </table> <p>① 等しいと分かっている辺や角に印をつける。 ② 根拠をはっきりさせながら、自分が見つけた結論を証明をする。</p> <p>3 結論を $BE = CE$ の一つに決めて一斉に証明する。</p> <p>4 「ABの中点をD, ACの中点をE」という仮定を変えても「$BE = CD$」がいえるかどうか、新しい問題を考えさせる。</p>	<辺>		BD = CE = AD = AE	BP = CP, EP = DP	BE = CD	<角>		$\angle BDP = \angle CEP, \angle DBE = \angle ECD$	$\angle DCB = \angle ECB, \angle DPE = \angle BPC$	$\angle DPB = \angle EPC, \angle ADC = \angle AEB$	<三角形>		$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$	$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$	$\triangle PBD \equiv \triangle PCE$	<ul style="list-style-type: none"> • 簡単な図をかかせ問題の意味を理解させる。 • 結論をできるだけ多く考えさせる。 • 結論をいうために何がいえたらよいかをはっきりさせる。 • できるだけたくさん問題をつくらせる。
<辺>																
BD = CE = AD = AE																
BP = CP, EP = DP																
BE = CD																
<角>																
$\angle BDP = \angle CEP, \angle DBE = \angle ECD$																
$\angle DCB = \angle ECB, \angle DPE = \angle BPC$																
$\angle DPB = \angle EPC, \angle ADC = \angle AEB$																
<三角形>																
$\triangle EBC \equiv \triangle DCB$																
$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$																
$\triangle PBD \equiv \triangle PCE$																

展 開 2時間目

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>1 課題を点検, 復習をする。</p> <p>2 前時につくった問題の証明を考えさせる。</p> <p>ア 底角の二等分線 イ AB, AC に対する垂線 ウ AB, AC を三等分した点 エ 底角を三等分した点</p> <p>3 各問いに対して説明させる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 自作の問題は, 自分で説明させる。

展 開 3時間目

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
<p>1 問題を提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;">  <p>① 点CはAB上にある。 ② $\triangle DAC$と$\triangle ECB$は正三角形である。 ③ 点D, Eは直線ABの同じ側にある。</p> <p>このときどんなことがいえるか。</p> </div>	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2 結論を予想させる。 3 $AE = DB$ の証明をさせる。 4 問題の①～③までの仮定を自由に変えて新しい問題をつくらせる。	

展 開 4時間目

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 課題を点検，復習をする。 2 前時につくった問題の証明を考えさせる。 ア 点CがAB上にない場合 イ 四角形ACDFと四角形CBGEが正方形の場合 ウ 点Dと点Eが直線ABの反対側にあるとき 3 各問いに対して説明させる。 4 証明不可能な自作問題について，どのような条件を加えれば証明できるようになるか考える。	<ul style="list-style-type: none"> できるだけ正確に作図させる。 どの問題も証明のパターンが同じであることに気づかせる。 間違いの多かった$\triangle DAC$と$\triangle ECB$が二等辺三角形であるという問題を取り上げて考えさせる。

4 考 察

1時間目（授業記録）

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
<ul style="list-style-type: none"> 問題を提示する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $AB = AC$の二等辺三角形でABの中点をD，ACの中点をEとすると（ ）である。 </div> <p>T 問題に合う図を作図しなさい。 T この問題には結論が抜けています。予想できる結論を考えなさい。 <ul style="list-style-type: none"> 2, 3分考えさせた後，三角形・辺・角について考える3つのグループに分ける。 </p>	<ul style="list-style-type: none"> ワークシートに図を作図する。 グループ間で話し合っているうちに新たな発見に気が付き，意欲的に取り組めた。

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
<p>T 出席番号が3の倍数の人黒板に書いてください</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p style="text-align: center;"><辺></p> <p>BE = CD, EP = DP BP = CP</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p style="text-align: center;"><角></p> <p>$\angle BDC = \angle CEB, \angle DBE = \angle ECD$ $\angle DCB = \angle EBC, \angle ADC = \angle AEB$</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 25%;"> <p style="text-align: center;"><三角形></p> <p>$\triangle EBC \equiv \triangle DCB, \triangle PBC$が二等辺三角形 $\triangle ABE \equiv \triangle ACD, \triangle PBD \equiv \triangle PCE$</p> </div> </div> <p>T $\triangle EBC \equiv \triangle DCB$がいえたら他にどんなことがいえますか。</p> <p>T また、$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$も証明できると思うけどそうすると何がいえますか。</p> <p>T $\angle DBE = \angle ECD$が等しいと$\triangle PBD \equiv \triangle PCE$がいえます。そうすると、$BP = CP, EP = DP$がいえます。このように一つのことが証明できると次々に等しいものを見つけることができます。</p> <p>T たくさん結論を考えてもらいましたが、その中で$BE = CD$を証明してみてください。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 模範解答を板書し答え合わせをする。 <p>T それでは、この問題の仮定である「ABの中点をD, ACの中点をE」の部分を変えて問題をつくってください。ただし結論は$BE = CD$に統一します。</p>	<p>S $BE = CD, \angle DCB = \angle CEB, \angle BDC = \angle CEB$がいえます。</p> <p>S $\angle BDC = \angle CEB$がいえたら、AB, ACが直線だから$\angle ADC = \angle AEB$もいえます。</p> <p>S $\angle DBE = \angle ECD$がいえます。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 個々に証明を試みる。 • 友達と相談したりしながら新しい問題をつくる。

2 時間目 (授業記録)

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
<p>T 前の時間にみんなに問題をつくってもらいました。その中で4問このクラス専用の問題をつくらせてもらいました。これらを証明してください。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 30分程時間を与えて証明させ、問題をつくらせた本人に板書してもらい、説明させた。 	<ul style="list-style-type: none"> • 配られた問題を見て、歓声上がる。 <p>S ○○君の問題だけは絶対解いてやる。</p>

AB=ACの二等辺三角形で、ABと同じ長さだけ延長してその先端に点E、ACと同じ長さだけ延長してその先端に点DをとるならばBE=CDである。

木戸作

AB=ACの二等辺三角形で、 $\angle ABC$ の二等分線と線分ACの交点をE、 $\angle ACB$ の二等分線と線分ABの交点をDとすればBE=CDである。

大和作

AB=ACの二等辺三角形で、AB線上に点D、AC線上に点Eをとり、DCとEBの交点をPとする。△PBCが二等辺三角形ならばBE=CDである。

佐藤作

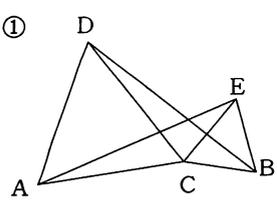
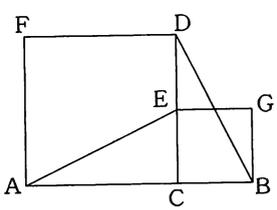
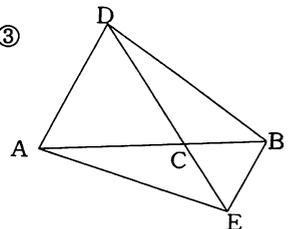
AB=ACの二等辺三角形で、ABに垂直な点Cを通る直線と、ABの交点を点D、ACに垂直な点Bを通る直線とACの交点を点Eとすると、BE=CDである。

林作

3時間目（授業記録）

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
<ul style="list-style-type: none"> 条件を示し、問題を把握させる。 T 線分AB上に点Cを取りなさい。 T 点D、点Eを直線ABの同じ側にとり、正三角形になるように△DAC、△ECBをかきなさい。 T 線分AEと線分DBをひき、その交点をPとしなさい。 T このとき結論としてどんなことがいえますか。 T AE = DBを証明しなさい。 T 3つの仮定を自由に変えて新しい問題をつくってみましょう。 つくった問題を提出して本時終了 	<ul style="list-style-type: none"> 条件を聞いて順番に図を作図する。 S AE = DB, $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ $\angle ACD = \angle APD$ 10分程考え、できない生徒は友達に教えてもらって証明する。

4時間目（授業記録）

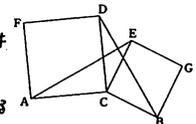
教師の発問と活動	生徒の活動と反応
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: flex-start;"> <div style="text-align: center;"> <p>①</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>②</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>③</p>  </div> </div>	

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
<p>T みんながつくってくれた問題の中から、この3問を解いてみてください。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 30分ほど考えさせて、一斉に証明する。 <p>T $\triangle ACD$と$\triangle BCE$が二等辺三角形のときは、証明できません。どんな条件を付け加えれば証明できるでしょうか。考えてみてほしい問題を作ってみて下さい。</p>	

①点Cは、AB上にはい

②四角形ACDFと四角形CBGEは正方形がある

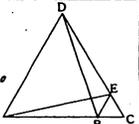
③点D,Eは直線ABの同じ側にいる



①点CはABの延長上にある。

② $\triangle ADC$ と $\triangle BEC$ は正三角形である。

③点D,Eは直線ABの同じ側にいる。

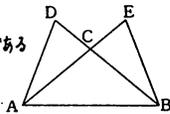


①点Cは辺AB上にはない

② $\triangle CAB$ 、 $\triangle DAC$ 、 $\triangle ECB$ は二等辺三角形である

③点D,Eは直線ABの同じ側にいる

このとき $AE = DB$ であることを証明せよ。



5 ま と め

条件変えの問題に初めて取り組んでみて、生徒も最初は戸惑っており何をしてもよいのか分からない生徒も見受けられた。しかし、例題を与えたりグループで相談したりしているうちにももしろがっていろいろ考えるようになってきた。また、仮定が変わって一見違う問題に見えても証明の仕方、また結論は同じであることに気が付いたようである。それから、友達のつくった問題を解くのは新鮮な感じがするようで、いつもより意欲的に取り組むことができた。友達の説明にも積極的に質問ができ、活発な授業になったと思う。また、本年度から、友達同士での話し合いや相談の時間をとるようにしたのだが、一斉の説明より一人ひとりの生徒が積極的に取り組めるようになってきたようである。

しかし、まだまだ考えることが苦手で、じっくり考えることが苦手な生徒が多く、根気よく取り組む姿勢を習得させる必要がある。また、自作の問題を解く時間がなく、すこし中途半端な感じがした。自作の問題を解くことと同時に証明不可能な問題についてなぜ証明ができないか考える時間がもっと取りたかった。

(藍住東中学校 松本 和基)

課題を持って取り組むために

(コンピュータを使って)

1 授業のねらい

図形の性質を考えていくとき、黒板やノートにかいた図は、無数にある図形のなかの代表的な1つの図形ということになる。その1つの図について考えている性質は、その背景にある無数の図形について共通に成り立つ性質でなければならない。

ところが、生徒のなかには、黒板やノートにかいた1つの図にとらわれがちで、仮定にはないその図の特徴を無断で使ってしまうことがある。また、同じ仮定であっても、少し形や位置関係が異なると、生徒にとってはわかりづらいものになることが多い。

図形の論証を考えていくうえで、対象となる図形を実際にできるだけ多く見せることが大切であるし、より進歩すれば、頭のなかで直感的にすべての図形を把握できるようになることが大切である。

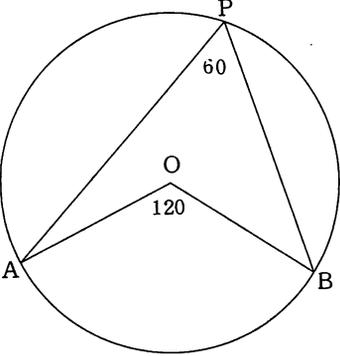
その意味でも、コンピュータによる図形表示がもつ教育的な役割は重要だといえる。生徒の直感的な理解の手助けをするとともに、論証の正しさを理解するうえでの有力な方法としたい。また、コンピュータを使うことにより普段の受動的・消極的な授業から、自主的・積極的な授業へと、取り組む姿勢に意欲を持たせたい。そして、だれもが“わかる喜び”を味わい、更に、課題をもって取り組む生徒を育てていこうと考えた。

2 指導計画

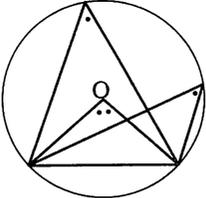
- (1) 円と直線 5時間
- (2) 2つの円 2時間
- (3) 円周角 6時間 (本資料1, $\frac{2}{6}$)
- (4) 円周角の定理を使って 5時間

3 展開 1時間目

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 円の性質の復習をする。 (1) これまでに習った円の性質について思い出してみる。 (2) 本時は、円についての性質をさらに考えていくことを知る。	<ul style="list-style-type: none">• 前章で習った内容を振り返らせる。円の弦の性質、円の接線の性質、接線の長さ等。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>2 弧・中心角・円周角を考える。</p> <p>(1) 半径4cmの円Oをノートにかき、中心角120°の弧ABをとる。</p> <p>(2) 弧AB以外の円周上に1点Pをとり、$\angle APB$の大きさを測定する。</p>  <p>(3) このような$\angle APB$のことを、弧ABに対する円周角ということを知る。</p> <p>3 $\angle APB = 60^\circ$になることを考える。</p> <p>(1) 円周角$\angle APB = 60^\circ$となることをコンピュータ画面で確認し、そのわけを考える。</p> <p>4 $\angle APB = 1/2 \angle AOB$であることを確認し、その理由を考える。</p> <p>補助線なし→補助線あり→角度のマークあり</p> <p>5 証明としてまとめる。</p> <p>(1) 4で考えたことから、教科書P.107の(i), (ii)の場合についての証明をノートに記述し、まとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 長さ、角度は、できるだけ正確にとらせる。 $\angle AOB$のことを、弧ABの中心角ということを知らせる。 点Pをどこにとった場合でも、$\angle APB$は60°になるらしいことに気づかせる。 あらかじめ予想させた後、角度の測定をさせてみてよい。 画面上で、点Pをいろいろなところに動かし、$\angle APB$を測定させる。 3点A, O, Pが一直線上に並ぶときが、特殊な図であることに気づかせ、そのときの$\angle APB = 60^\circ$の理由を考えさせる。 画面上で理由を確認する。 どんな補助線をひけば、うまく説明できるのかを考えさせる。 証明の記述について、生徒とともに考えながら、板書する。

展 開 2時間目

学習内容と学習活動	指導上の留意点
<p>1 証明方法と記述について考える。 (教科書P.107の(Ⅲ)の場合)</p> <p>(1) $\angle APB$の外部に円の中心Oがある場合について、$\angle APB = 1/2 \angle AOB$となる理由を考え、証明の記述をする。</p> <p>(2) (i), (ii), (iii)の証明から、点Pが弧ABを除く円周上のどこにあっても、$\angle APB = 1/2 \angle AOB$が成立することを確認する。</p> <p>2 円周角の定理をまとめる。</p> <p>(1) 教科書P.108の円周角の定理を、ノートにまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 前時の証明を画面上で復習してからこの場合について考えさせる。 途中で、補助線POをひいた場合について画面上で点Pを動かす。 さらに、角度のマークをつけた状態で、点Pを動かして見せる。 証明を板書する。 もう一度、補助線、角度のマークを入れた状態で、点Pを動かし、証明の正しさを押さえる。 <ul style="list-style-type: none"> 上で証明されたことを、文章で一般的な表現として、まとめる。
<p>円周角の定理</p> <p>1 1つの弧に対する円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。</p> <p>2 同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。</p>	
<p>3 練習問題をする。</p> <p>(1) 特に半円の弧に対する円周角は90°であることを確認する。</p> <p>(2) 教科書P.108の2, 3をする。</p> <p>4 本時のまとめをする。</p> <ul style="list-style-type: none"> 円周角の定理について学習したことをまとめ、次時も円周角について考えることを知る。 	 <ul style="list-style-type: none"> 半円も弧の特別なもので、中心角180°が存在することに気づかせる。 定理がうまく使えているか。 <ul style="list-style-type: none"> 円周角の定理は、図形についての美しい定理の1つであることを強調し、図形への興味をもたせる。

4 考 察

(1) 生徒の意欲・関心と理解

授業時間の関係で、同じ単元でもコンピュータを使った学習ができない学級があったため、その学級と関心・理解度を比較してみた。

① 意欲・関心

コンピュータを使うということに関しては、どの生徒も同じスタートラインにいるわけで、普段数学に対して一步下がり気味の生徒も積極的にキーボードにふれ、マウスを動かしている姿が見られた。さらに、1台のコンピュータに対して2名の生徒が使うため、全く意図していない座席ではあるが、互いに教えあったり、前後左右の生徒での協力というのみみられた。

練習問題を解くことに対しても、自分たちから一つ一つ課題をこなしていき、次の問題へ挑戦しようとする姿勢がみられた。

② 理 解

先に述べたように、コンピュータ学習のできなかった学級と比較してみると、黒板・ノートの上では1つの弧に対しての円周角をいろいろと考えることが難しく、さらに、中心角の内部を通っている円周角を円周角ととらえにくいようであった。しかし、コンピュータを使うと、多少形や位置関係が異なっても、十分に理解できているようであった。このように、コンピュータを使うことにより、普通の授業よりも“わかる喜び”を味わい、次の学習への意欲も増しているようであった。

(2) ま と め

本校では、昨年度からコンピュータが導入され、利用されているが、私を含め本来の目的に応じた利用がされていないようであった。特に、数学などは、もっと利用する必要があるのではないかと思っていた。

本年度になり、私自身も本格的に学習を始め、1学期から各学級月に2回ほど利用しているが、1学期はどちらかというと授業を進めていくというのではなく、練習問題をするという形だった。しかし、それだけでも生徒たちは自分たちの能力に応じて、問題を選択し、わからなければヒントを利用し、できたら次の問題へとステップするという形態を楽しんでいたようだ。

2学期に入り、関数・図形領域へと進むにつれて、さらにコンピュータ利用の価値が現れてきた。先にも述べたように、黒板・ノート上では、1つの形としてしかとらえられないものが、様々な方向からみることができるようになった。こうした生徒たちの姿を見ていると、少しずつでも“わかる喜び”を味わっているようで、自ら課題をもって取り組もうとする姿勢が見られるようになってきた。今後も、さらに自分自身が学習を積み、わかる授業・意欲的に取り組める授業をめざしていきたいと思う。

(阿波中学校 根東 英司)

数学科におけるコンピュータの利用

数学科におけるコンピュータの利用

学習指導要領（数学科）では、「各領域の指導にあたっては、必要に応じコンピュータ等を効果的に活用するように配慮するものとする」と明記されており、また情報教育に関する手引き（平成2年7月 文部省）においても同様のことが示されている。

また学習指導要領で取り扱われている情報活用能力に関しては、

- ① 目的に応じて数学的確に表現したり、コンピュータ等を使って、統計的な事象の傾向をとらえる学習活動。
- ② 目的に応じて資料を収集し、それをコンピュータ等を使って、表、グラフ等に整理する活用能力。
- ③ 事象の中から関数関係を見出したり、変化や事象の対応の特徴を調べ、それをコンピュータ等を使って、適切に表現する学習活動。

と示されている。

上記の考えに従って、大部分の中学校に本格的にコンピュータが導入された。

コンピュータを数学の授業に持ち込む方法は、ドリル形式でのCAI学習から各自の到達度にあわせて分岐してチュートリアル形式へ、そして最近ではコンピュータを用いて自ら学んでいくことに主眼がおかれ、特にシミュレーションや大量のデータを迅速に処理し、分析に重点をおいた学習等へと変化している。

導入以前の数年間は、どのように利用していくかの研究がなされ、そして実験的な実践も多く行われたのだが、いざ導入してみると、心配されていたように本格的な利用とは程遠いようである。

この事に関していくつかの原因を考えることができるが、そのうちの一つに、コンピュータを用いて授業をしたときの効果が具体的にどうなのかが十分に分かっていないこともあげられる。

確かに、その授業に対する興味・関心を引くことができることは、今までの研究授業で確認されている。しかし、学習内容の定着に関してはあまり調査されたことがないようである。多くの数学科の教師は、今までの指導方法で十分効果的な授業をおこなうことが可能であり、コンピュータを利用する必然性をあまり感じていない。これが積極的な導入がなされていない大きな理由の一つである。

また、コンピュータを授業に導入することにより、今までの数学科のねらいとは違った視点による新しい数学的能力が開発される可能性があることは認めながらも、学力テスト等で表される数値に直接結果を示すことができないのでは、高校進学に対して不利なのではないかという気持ちがあることも確かである。この面でも、今まで以上の効果を上げることが期待できなければ、残念ながら利用の推進をしていくことは困難である。そこで、今回の研究においては、これらの面での漠然とした不安な点を具体的に知るために、コンピュータを数学の授業に利用した場合と利用しない場合についての比較をおこなってみることにした。

数学科へのコンピュータ利用による効果について

1 授業のねらい

今回は基本的な分野として、1年生の変化と対応の特にグラフに重点をおいた授業と、2年生の一次関数の応用として、移動する長方形の周上の一点と他の2つの頂点を結んだときにできる長方形の内部の三角形の面積について、それぞれの学年で、コンピュータを用いて授業をおこなうクラスと用いないクラスを設定し、教材学習の終了後にどの程度学習内容が定着しているかを比較することによって、コンピュータ利用の意味を考えてみたい。

2 指導計画

(1) 1年生

単元 変化と対応

ともなって変わる量……………3時間

正比例……………3時間

正比例のグラフ……………4時間(4時間)

反比例とそのグラフ……………4時間

問題……………2時間

(2) 2年生

単元 一次関数

二元一次方程式とグラフ……………3時間

連立方程式とグラフ……………1時間

問題……………2時間(本時 $\frac{1}{2}$)

各学年とも

A組……従来通りの授業で、グラフ黒板を中心とした授業

B組……コンピュータ室を中心にした授業で、できるだけコンピュータ利用の2グループに分けることにした。

3 展開

(1) 1年生

正比例のグラフの授業を4時間授業をおこなうにあたって、

A組……グラフ黒板による説明後、グラフ用紙やノートにかかせ演習をおこなう。

B組……4時間後の授業で、コンピュータで提示し、説明後に各ペアで操作し、その後グラフ用紙やノートにかかせ、演習をする。

利用するソフトは、東京書籍の数学シミュレーション1年生の数量編と(株)アスキーのCANDY4である。東京書籍のものは、座標平面上で任意の座標を示すことによる座標の読み取り、 $y = ax$ のグラフにおいて任意の a の値を決め、 x の値を指定するとコンピュータが y の値を計算し原点からその座標に向かって徐々にその点が移動していき、点を打つことをくり返し、グラフが点の集合である直線になっていくというものである。また、CANDY4は製図用のソフトであるために、座標平面で指示する場合に柔軟性が高いために座標の指定等で利用した。

学力面と心情面での比較をおこなうために、テスト及びアンケートを授業後に実施すること

にした。(資料①参照)なお、学力面での比較にあたっては、できるだけその授業自身の授業効果を知るために、内容の復習が十分におこなわれていない段階に、基本的な事項についておこなうことにした。次にアンケートであるが、特に(4)、(5)はイメージがどれくらい残っているのかを比較するためのものであり、(4)はB組に、(5)の設問に関してはA組だけにアンケートを実施した。具体的に黒板や画面をかかせたものでないで、必ずしも正確なデータとは言えないが、一応の目安として設定した。また、今まで多く見られた授業後の感想は、生徒の側から出る意見が利用の良い点に重点が置かれていたために(7)も設定した。

(2) 2 年 生

資料②の指導案にそって1時間の授業をおこなった。2年生は学力の定着面だけから比較することにし、授業前のテストによる学力と授業後しばらくの期間をおいた後の期末テストの問題の中に比較問題(資料①)を入れたもので検討することにした。

4 考 察

結果を見てみると(資料③)、1年生については、従来通りの授業をおこなう方が学習内容の定着が良いようである。具体的な問題として、資料特にx軸やy軸についての対称を示す問題での差が激しい。B組において、対称な点を考える場面ではほとんどの生徒は、ディスプレイ上で的確に示し、位置を表現できていたが、確認テストをおこなう段階では、座標の上下左右に関する記憶が曖昧になっており、誤答することが多かった。慎重に座標の数値等に関して思考することなく、あまりにも簡単に答えが表示されてしまうために、分かったような気持ちになっているのではないかと思われる。また、正比例のグラフをかく問題に関しても同様のことが言えるようである。

2年生は、動点に関する問題である。この問題を解決するためには、移動していく点によってできる三角形のイメージを持つことが大切である。授業後しばらくたってから、同様の応用問題に出会った時も、生徒の中から「前にこのように動いていく点をコンピュータで見たことがある。」といったような発言を多く聞くことができ、スムーズに新しい問題に取り組んでいくことができた。このように動点のイメージを持つことができると、直接関連のなさそうな他の図形の問題を解くときにも、自然と動点のイメージを持つことができ、違った視点から問題にアプローチしていくことができるようになる。例えば、多角形の外角の和とか、さらには合同の証明等でもである。このようなシミュレーション的な分野に関してはコンピュータの利用は有効であるようだ。

このことに関しての考察は、1年生のアンケートの結果の中で見る事ができる。それは、授業後にどれほど画面に示された内容を覚えているかという印象度である。この画面、あるいは黒板の内容がどれほど印象に残っているかということを判断し、それが学力の定着とどれほど関連があるのかを知ることは難しい。しかし、資料③における2年生の同種の問題に関する正答率を見ると何等かの関連はあるようである。2年生ではアンケートをおこなっていないために、確信はできない。しかし、1年生で見える限り、通常の授業をおこなったクラスの黒板に書いてあ

った図形の印象度と、ディスプレイ上に表示されたシミュレーションの印象度との比較ではかなり違っているようである。(資料③)なお、このアンケートは授業内容を一番忘れやすいだろうと思われる授業の2日後におこなった。確かに漠然と覚えているだけなので、事後指導を十分におこなわないと、対称やグラフの作成等に関して多くのミスを併発しやすい欠点はあるが、2年生のような等積変形における動点のイメージを頭に植え付けるには効果的であるようだ。

授業効果を高めるためには生徒の精神的な面、俗にいう興味・関心をひくことが授業方法以上のウェイトを占めることも考えられる。この面に関しては生徒の観察やあるいはアンケートの結果から見る限り十分な効果をあげているようである。しかし、アンケートの(3)を見てみると、通常の授業との方が良いと感じている生徒も多く、特に成績の中位から上の生徒に多く見られた。この段階の生徒は、自分で実際にノートに書いたりする作業的な分野が減ってしまったり、演習問題を十分にすることによる確認ができないので不安感が出てくるのかもしれない。あるいは、ある程度の基礎知識のある生徒においては、安易な解答の表示よりもじっくり考えていく過程が楽しいために不満が出てくるのかもしれない。

アンケートの(6)の良い点については、「友達と相談できる」「グラフが正確にかける」「いろいろな種類が簡単に調べられる」等の意見も出された。ただし、これも反面、欠点になる要因も含んでいる。

また、アンケートの(7)の悪い点について、「友達と話をしてしまう」「いすがくるくる回る」「ノートを広げる場所が十分でない」「蛍光灯が画面に反射して見にくい」等の、授業方法に直接関係のない環境の面での問題点の指摘が多かったことは考慮すべき点でもある。

以上の点から、有効利用を図るためには、コンピュータを利用する単元、目的をはっきりとさせ、計画的な利用をすることによって効果的な授業をおこなうことが可能になるようである。このことは、何もコンピュータを用いた授業だけに大切なものでなく、どの教科のどの授業でもいえることではあるが、特に大切な要因であろう。なぜならば、1年生の結果でも分かるように、安易な利用はかえって逆効果にもなりかねないからである。

効果的な授業をしていく上でのさらに大きなポイントは、ソフトウェアの選定である。今回は、学校に備えられているソフトウェアを用いて授業をおこなってきた。このソフトウェア次第で授業効果が大きく左右される。今回の授業の結果も、特定のソフトウェアに対する結果であることも忘れてはいけない。違うソフトウェアを用いることによって、また違った結果が出ることも当然である。

現実問題としてその授業にあったソフトを選定することは、費用、時間あるいはソフトウェア自身の情報不足のために難しい。そこで今後はソフトウェアに関する情報交換を活発にし、少しでも有効利用が図れていくようになって欲しいものである。

今回は関数分野について研究してきたが、次回は特にコンピュータの利用が有効だと考えられている図形や統計、そして確率等の単元について研究を進めていきたい。

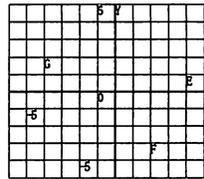
資料①

学力評価

1 次の各問いに答えなさい。

(1) 座標が次のような点を、右の図に書き入れなさい。

A (2, 3), B (-2, 3), C (-3, -5)



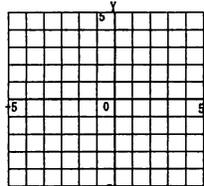
(2) 右の図で、点 E, F, G の座標をいいなさい。

2 点 P (-4, 3) があります。このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) x 軸について点 P と対称な座標 Q をいいなさい。

(2) y 軸について点 P と対称な座標 R をいいなさい。

(3) 原点 O について点 P と対称な座標をいいなさい。



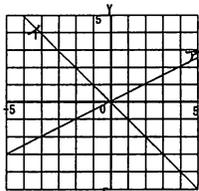
3 次の関数のグラフを書きなさい。

(1) $y = 2x$

(2) $y = -3x$

(3) $y = \frac{2}{5}x$

(4) 7, 1 のグラフの式を求めなさい。



学習後のアンケート

1 コンピュータを利用して、正比例、反比例のグラフを学習してきたわけですが、今までの授業と比べてどうでしたか。次の各質問に答えてください。

(1) 授業がはじまる前の気分は

- ① 楽しみである ② あまり変わらない ③ 嫌である。

(2) 授業が終わった時の気分は

- ① 楽しかった ② あまり変わらない ③ 終わってほっとした

(3) 授業の内容は今までの黒板に書く授業と比べて

- ① わかりやすい ② あまり変わらない ③ わかりにくい

(4) 今でも、どのような画面があったか 覚えていますか。

- ① 覚えている。 ② 少し覚えている ③ ほとんど覚えていない

※(5) 授業をしたときに、黒板にどのような板書があったかノートを見ずに思い出せますか。

- ① 思い出せる ② すこし覚えている ③ ほとんど思い出せない。

※はA組に授業をした日の放課後に質問。

(6) コンピュータを利用した授業の良かった点を書いてください。

(7) コンピュータを利用した授業の悪かった点を書いてください。

2 年生比較問題

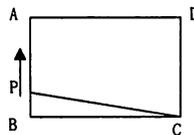
AB=4cm, AD=6cmの長方形ABCDがある。点Pは毎秒1cmの速さで点Bを出発し、辺BA, AD, DC上を通ってCまで動く。点PがBを出発してからX秒後の△PBCの面積を ycm^2 とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) Pが辺AB上にあるとき、 y を X の式で表しなさい。

(2) Pが辺DC上にあるとき、 y を X の式で表しなさい。

(3) x と y の関係をグラフに表しなさい。

(4) △PBCの面積が $8cm^2$ になるのは、点PがBを出発してから何秒後か。すべて求めなさい。



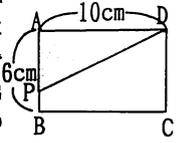
資料②

学習用ソフトウェアを活用した指導案

使用ソフトウェア名	長方形の周上の動点と三角形の面積
-----------	------------------

教科名	数学
題材設定の理由	四角形の1辺と周上の1点とで囲まれている三角形の面積は、点が周上を移動していくことにより面積が変化していくが、時間を追って授業中に黒板等で示すことは容易でなく、生徒達の理解も困難である。そこで、面積の変化を視覚的に理解しやすいようにコンピュータを利用することにした。
本時の目標	変化や対応についての見方や考え方を一層深めるとともに、事象の中から一次関数を見だし、これを利用することができるようにする。
事前の準備	コンピュータの操作に慣れておく

指導の展開(概要)

	学習内容	学習活動	指導上の留意点	備考
導入	<ul style="list-style-type: none"> 関数の復習をする 問題を把握する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>右の図のような四角形ABCDがあり、点Pは頂点Aから頂点B、Cを通り頂点Dまで毎秒1cmの速度で移動する。点PがAを出発してからX秒後△APDの面積ycm²は、どのように変化していくか調べて</p>  </div>		<ul style="list-style-type: none"> 操作方法を説明する 点Pを順に点Aから、B→C→Dまで動かして、△PDAの面積が変わっていく様子を見せる 	・コンピュータ
展開	<ul style="list-style-type: none"> 変域 関係式 グラフ 	<ul style="list-style-type: none"> 2人組みで、三角形を連続的に変化させていくことにより、変化していく様子を観察する。 変化の様子を式とグラフで表現してみる。 グラフの変化の様子を観察し、確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 各ペアで自由に観察させる。 面積の変化の様子は3形態あることに気付かせる。 底辺と高さによって面積が決まることを確認する。 変化をとらえるには、表、グラフ、式があることを指摘し、それぞれの状態について、関係式をつくり、グラフを配布したプリントに記入させる。 2人組であるので、作業が進んでいかないペアに対し助言をおこなう。 	<ul style="list-style-type: none"> プリント コンピュータ
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> 発展問題 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問1 AB=3cm, BC=4cmの長方形ABCDで、点PはAから出発して毎秒1cmの速さで、周上をB, Cを通過してDまで移動する。PがAを出発してからX秒後の△PCAの面積をycm²はXの変化につれてどのように変化するかをグラフと式で表しなさい。等</p> </div>	・発展問題をする	<ul style="list-style-type: none"> コンピュータを用いずに、紙の上の図によって考えさせる。 	・プリント

ソフトウェア使用上の留意点について	・多くのプログラムが入っており、操作性が良いために、授業の進行にあわせない生徒に注意しなければならない。
-------------------	--

本ソフトウェアの保管場所 徳島中学校

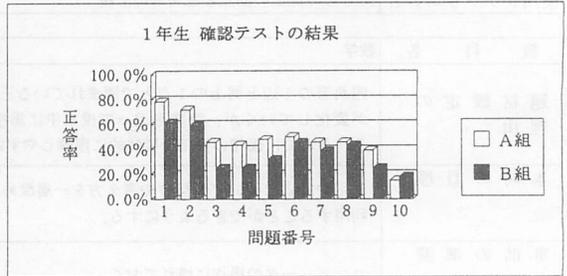
資料③

各学年とも A組は従来通りの授業、B組はコンピュータをメインにした授業

1 年生

確認テスト

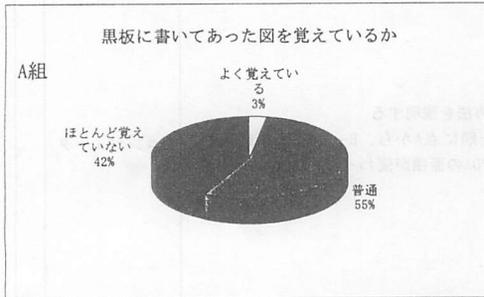
番号	内容	A組	B組
1	座標を入れる	78.3%	61.4%
2	座標を言う	71.7%	59.1%
3	x軸についての対称点	45.7%	25.0%
4	y軸についての対称点	43.5%	25.0%
5	原点についての対称点	47.8%	31.8%
6	正のグラフを書く	50.0%	45.5%
7	負のグラフを書く	45.7%	38.6%
8	分数のグラフを書く	45.7%	43.2%
9	グラフから式を求める	39.1%	25.0%
10	グラフから式を求める (負)	15.2%	18.2%



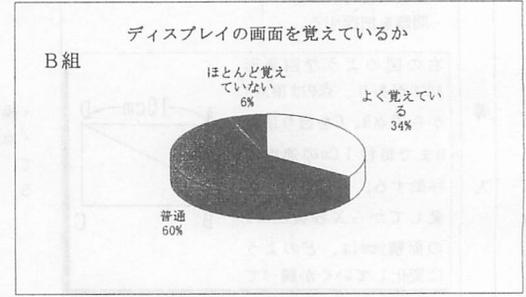
アンケート

番号	アンケート内容	B組		
		良い	普通	悪い
1	授業前の気分	74.3%	22.9%	2.9%
2	授業後の気分	54.3%	40.0%	5.7%
3	通常の授業との比較	34.3%	48.6%	17.1%

アンケート



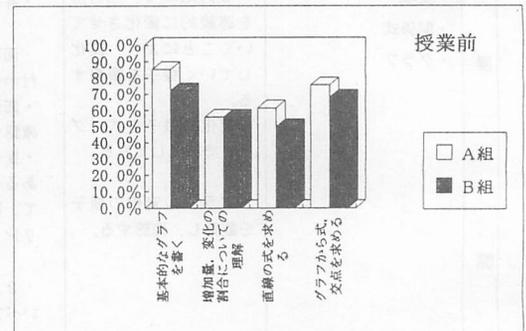
アンケート



2 年生

授業前の学力比較

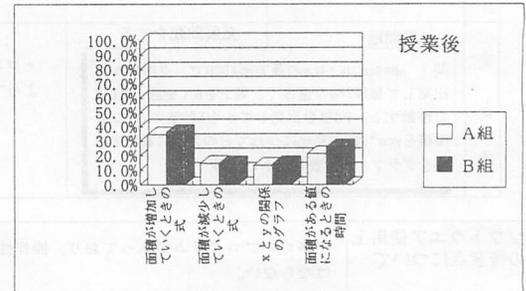
番号	内容	正 答 率	
		A組	B組
1	基本的なグラフを書く	85.4%	72.1%
2	増加量、変化の割合についての理解	55.8%	55.8%
3	直線の式を求める	61.4%	49.8%
4	グラフから式、交点を求める	75.7%	67.9%



ただし、問題は啓林館の数学2年生の指導書の中の一次関数の力だめしから抜粋

授業後の学力比較

番号	内容	正 答 率	
		A組	B組
1	面積が増加していくときの式	34.7%	36.4%
2	面積が減少していくときの式	14.7%	14.3%
3	xとyの関係のグラフ	13.3%	14.3%
4	面積がある値になるときの時間	21.3%	26.0%



比較問題は、資料②参照

注 調査人数は、1年生 75人
2年生 151人

(徳島中学校 香川 朗)

編集にたずさわった人

荒井敏孝	徳島市加茂名中学校
井上衛	板野郡藍住中学校
今津久仁	海部郡日和佐中学校
馬詰重典	阿南市福井中学校
香川朗	徳島市徳島中学校
川尻隆之	徳島市富田中学校
川真田撰弥	徳島市川内中学校
根東英司	阿波郡阿波中学校
佐藤文子	徳島市城西中学校
島田信治	名西郡神山中学校
庄野泰志	阿南市阿南第一中学校
田岡一雄	鳴門教育大学附属中学校
武田純子	勝浦郡福原中学校
徳永啓牟	鳴門教育大学附属中学校
中西久雄	板野郡上板中学校
新居克郷	麻植郡鴨島第一中学校
西出勝右	海部郡海部中学校
長谷田哲治	鳴門教育大学附属中学校
原板幸治	鳴門市第一中学校
坂東正美	那賀郡羽浦中学校
平井正美	美馬郡木屋平中学校
藤本孝彰	小松島市小松島中学校
松本和基	徳島市川内中学校
松本静子	板野郡藍住東中学校
三倉幸夫	徳島市城東中学校
和田裕滋	麻植郡鴨島第一中学校
	三好郡三加茂中学校