数学科学習指導の実践研究（改訂版）

平成２年10月

徳島県中学校数学部会

数学科学習指導の実践研究（改訂版）

平 成 2 年 10 月

徳 島 県 中 学 校 数 学 部 会

ま　え　が　き

21世紀を展望した学校教育のあり方について，多くの議論がなされる中で，臨時教育審議会の答申・教育課程審議会の答申がだされ，それらの答申を受けて昨年3月に，新指導要領が告示され，平成5年度から完全実施の運びとなっています。

新学習指導要領の教育の中心課題は「自ら学ぶ意欲と，社会の変化に主体的に対応できる能力を育成し，基礎的・基本的な内容の指導を徹底し，個性を生かす教育の充実を図る。」と示されています。

これに応えるために中学校数学では，基本方針として次の点をあげることができると思います。

① 生涯学習の基礎を培う視点から，中学校数学における基礎的な知識や技能について再検討する。

② 論理的な思考力や直観力の育成を重視するとともに，数学の活用能力が一層伸長できるようにする。

③ 事象を数理的に考察する能力を高めるとともに，数学的な見方や考え方のよさが分かるようにする。

④ 学校段階の指導の重点を明確化することによって，小・中・高等学校の一貫性を一層図るようにする。

⑤ 個に応じた指導が一層効果的に行えるようにする。

これらはいずれも情報化などの社会の進展に主体的に対応できる人材の育成を目指し，前回の改定の基本的な考え方を踏襲し，それをより徹底しようというものであります。

私たち教師はこうした課題を達成していくためには，絶えず研修を通して，教育の専門家としての実践的指導力を向上させて行かねばなりません。

本県中教研数学部会では，これらの趣旨が生かせるよう，「数学科学習指導の展開」を刊行し，現場の先生方の指導に利用いただき，大きな成果をあげてまいりました。更にこの度も各郡市の研究委員の先生方のご協力を得て，「数学科学習指導の実践研究」を増刊する運びになりました。各学校において，それぞれの実態にあわせて，有効にご活用ください。今後の研究推進に大いに役立つものと信じます。

最後になりましたが，大変多忙なところ，本書の編集にご協力くださいました各郡市の研究委員の先生方ならびにいろいろお世話になりました事務局の先生方に厚く御礼申し上げます。

平成2年10月

徳島県中学校教育研究会数学部会

会長　井　内　孝　幸

目　　次

＜数学実践記録（1年）＞

＜数学実践記録（2年）＞

<数学実践記録（3年）>

数学実践記録（1年）

1　整　数　　配当時間：2〜7時間

目標	中学校における学習のはじめとして，整数に対する認識を深め，数についての見方や処理が，よりよくできるようにする。 そのために， ア．整数が素数の積として表されることを理解させる。 イ．倍数，約数などを取り扱い，整数の基本的な性質を明らかにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 整数の性質	§1．整数と倍数・約数				◎整数を乗法的に見ること ◎倍数，約数の意味 ○集合と要素の意味，集合の表し方	自然数，倍数，約数，集合，要素，{1, 2, 3}	1	1	1
	§2．素因数分解		× × ×	× × ×	◎因数，素数，素因数，の意味 ◎整数を素因数に分解すること ◎２乗(平方)，３乗，指数の意味 ○素因数分解の利用	因数，素数，素因数，素因数に分解する， ２乗(平方)，３乗，指数	2	1	1
	§3．最大公約数と最小公倍数			× × × × ×	◎公約数，最大公約数の意味と性質 ○最大公約数の求め方 ◎公倍数，最小公倍数の意味と性質 ○最小公倍数の求め方 ○最大公約数，最小公倍数の利用	公約数，最大公約数 公倍数，最小公倍数	3	2	
	問　題			×			1	1	
				×					
	わり切れる？ わり切れない？								
							7	5	2

2　正の数・負の数　　配当時間：16〜17時間

目標	数の範囲を拡張して，計算の可能性をひろげ，数についての処理が一層手際よくできるようにする。そのために， ア．数を負の範囲にまで拡張し，負の数を理解させる。 イ．正の数，負の数の四則について理解させ，これらの計算に習熟させる。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 正の数・負の数	§1．正の数・負の数				◎温度計に関連して０より小さい数の存在すること ◎正の数・負の数の意味と表し方 ◎正の数・負の数と数直線	マイナス，負の数，正の数，プラス， 正の符号，負の符号	1	1	1
	§2．正の数・負の数で量を表すこと				◎たがいに反対の性質をもつと考えられる量を，正・負の数で表すこと ◎基準の量からの増減や過不足を，正・負の数で表すこと ◎反対の性質を表す２つのことばを，正・負の数を使ってその一方だけのことばで表すこと		1	1	1
	§3．正の数・負の数の大小				○正・負の符号と，符号を変えることの意味 ○絶対値の意味 ◎正・負の数の大小	符号を変える 絶対値	1	1	1

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
2 正の数・負の数の計算	§1. 正の数・負の数の加法，減法(1)				◎正の数をたすこと，ひくこと ◎負の数をたすこと，ひくこと	加法，減法	4	4	4
	§2. 正の数・負の数の加法，減法(2)				○負の数をふくめると，減法が常に可能になること ○減法を加法になおすこと ○2数の和の符号と絶対値 ○加法の計算法則（交換法則，結合法則） ○3つ以上の数の加法，減法	加法の交換法則， 加法の結合法則， 項，正の項，負の項	2	2	2
	§3. 正の数・負の数の乗法，除法(1)				◎正の数・負の数をかけること ◎正の数・負の数でわること ○2数の積・商の符号	乗法，除法	3	3	3
	§4. 正の数・負の数の乗法，除法(2)				○逆数の意味 ○除法を乗法になおすこと ○乗法の計算法則（交換法則，結合法則） ○3つ以上の数の乗法，除法 ◎加減乗除をふくむ式の計算 ○分配法則	逆数 乗法の交換法則， 乗法の結合法則 四則 分配法則	3	3	3
	問　題						1	1	1
追　加				○	・四則計算の可能性				1
							16	16	17

3 文字の式

配当時間：15時間

目標

数量や数量の間の関係が，一般的に，かつ，簡潔に表現でき，形式的に処理できるようにする。
そのために，
ア．数量や数量の間の関係を文字を使って式に表したり，その式の値を求めたりして，その理解を深める。
イ．簡単な式の計算に慣れさせる。
ウ．数量の間の関係を等式に表すことができるようにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 文字を使った式	§1. 数量を文字で表すこと				◎文字を使う意義 ◎文字を使って，数量を表すこと		2	2	2
	§2. 文字の式を書くときの約束				◎文字を使った式の積の表し方 ◎文字を使った式の商の表し方 ◎文字の式を書くときの約束によって式を書くこと ○文字の式を，具体に即して読みとること		2	2	2
	§3. 式の値				◎文字の値と式の値の意味 ◎文字の値が正の数の場合の式の値を求めること ◎文字の値が負の数の場合の式の値を求めること ◎いろいろな形の式について，その式の値を求めること	代入する，値	2	2	2

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 文字を使った式	§4. 式の計算				◎項，係数，1次の項，一次式の意味 ◎式を簡単にすること ◎一次式の加法・減法 ◎一次式に数をかけること，数でわること	項，係数，1次の項，一次式，同類項	4	4	4
	§5. 関係を表す式				◎等式の意味 ◎数量の間の関係を等式を表すこと ◎式に表す場合，単位をそろえておくこと ○整数の商と余りの関係を等式に表すこと	等式，左辺，右辺，両辺	3	3	3
	問　題						2	2	2
	数あて								
							15	15	15

4 方程式

配当時間：12時間

目標	
目標	文字をふくんだ等式から，文字の値を求めるしかたを理解し，これを用いて実際の問題を形式的，能率的に処理できるようにする。 そのために， ア．方程式とその解の意味を理解させ，一元一次方程式の解き方に習熟させる。 イ．方程式を問題解決に利用できるようにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 方程式	§1. 方程式とその解				◎方程式を利用すると問題解決が容易になること ◎方程式とその解の意味と，方程式を解くことの意味 ◎等式の性質と，それによる簡単な方程式の解き方	方程式，方程式の解，方程式を解く 等式の性質	3	3	3
	§2. 方程式の解き方				◎移項の意味 ◎いろいろな形の一次方程式の解き方	移項 一次方程式	3	3	3
	§3. 方程式の利用				◎方程式をつくる手順 ◎方程式を使って問題を解くこと ○方程式の解を問題について吟味すること ○方程式を使って問題を解く手順のまとめ		4	4	4
	問　題						2	2	2
							12	12	12

5 変化と対応

配当時間：14時間

目標	
目標	いろいろな事象の中から，ともなって変わる数量を見いだし，その変化や対応のようすがとらえられるようにする。そして，この立場から，とくに，正比例や反比例が理解できるようにする。 そのために， ア．関数を表やグラフや式で表すことができるようにする。 イ．正比例，反比例を，関数という観点から，その変化のようすの特徴を理解させる。 ウ．座標について学び，座標平面を使って，正比例と反比例の関係をグラフに表せるようにする。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 変化と対応	§1. ともなって変わる量				◎事象の変化のようすを調べるのに，数量の大きさの変化としてとらえること ◎ともなって変わるようすを数表や図表を作って調べること	関数	2	2	2
	§2. 正比例				◎正比例の関係を変数x，yについての等式で表すこと ○与えられた条件から正比例の式をきめること ◎正比例の関係は商が一定であること ◎$y=ax$ でxの値の変化にともなうyの値の変化 ○変域に制限のある場合の比例関係 ○$y=ax$ では文字が負の値をとってもよいこと	変数，定数，比例する(正比例する)，比例定数 変域，≦ yはxの関数である	3	3	3
	§3. 正比例のグラフ				◎座標の概念 ◎点の座標 ◎関数 $y=2x$ のグラフの意味 ◎正比例のグラフのかき方 ◎$y=ax$ のグラフとx，yの値の変化 ◎$y=ax$ のグラフのaの正負によるちがい ○変数の変域とグラフ	x軸，y軸，座標軸，原点，座標，x座標，y座標　関数のグラフ	4	4	4
	§4. 反比例とそのグラフ				◎反比例の関係を式で表すこと ◎反比例の関係は積が一定の関係であること ○与えられた条件から反比例の式をきめること ○$y=\frac{a}{x}$ でxの値の変化にともなうyの値の変化 ○$y=\frac{a}{x}$ では文字が負の値をとってもよいこと ○$y=\frac{a}{x}$ のグラフ	反比例する，(反比例の)比例定数 双曲線	3	3	3
	問　題						2	2	2
							14	14	14

6　平面図形　　配当時間：12～13時間

目標	いろいろな図をかくことを通して，平面図形に対する見方を深め，基礎的な知識・技能を活用する能力をのばす。 そのために， ア．三角形がきまる条件についてまとめる。 イ．図形を点の集合と考え，それが，ある条件に適する点の集合とみることができるようにする。 ウ．基本的な図形の作図のしかたについて理解させ，それを活用することができるようにする。 エ．おうぎ形の弧の長さ，面積を求めることができるようにする。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 平面図形	§1. 多角形				◎身のまわりのものを図形としてみる見方と図を正しくかくことの重要性				

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 平面図形					◎直線，線分の意味と角の表し方 ◎三角形がきまる条件 ◎多角形をかくには，三角形をかくことが基本になること	線分，∠	2	2	2
	§2. 点の集合と図形				○線は点の集合とみられること ◎円，平行な直線，線分の垂直二等分線が，ある条件に適する点の集合とみられること ◎角の二等分線が，角の2辺から等しい距離にある点の集合であること	点の集合 ⊥，垂線，点と直線との距離，//，中点，垂直二等分線，角の二等分線	3	3	3
	§3. 基本の作図				◎線分の垂直二等分線をひくこと ◎角の二等分線をひくこと ◎垂線をひくこと		3	3	3
	§4. 円とおうぎ形		× ×	× ×	○円の周の長さと面積と π の意味 ○弧，弦，中心角の意味 ◎おうぎ形の中心角・弧・面積の関係 ◎おうぎ形の弧の長さと面積の求め方	π 弧，弦，おうぎ形，（おうぎ形の）中心角	3	2	2
	問題						1	1	1
					★基本のたしかめ				
	おうぎ形の弧と面積の関係		×	×	☆おうぎ形の面積と三角形の面積				
追加			○	○	・平行移動，対称移動，回転移動の意味と，その基本性質	平行移動，対称移動，対称の軸，回転移動，回転の中心		2	2
							12	13	13

7 空間図形

配当時間：12～14時間

目標

構成や表現の方法を通して，空間図形の性質についての理解を深め，直観的な見方や考え方をのばす。また，空間図形についての計量の能力をのばす。

そのために，

ア．空間における平面や直線の位置関係について理解させる。

イ．線や面が動いたときにできる立体を考える。また，それらを切断することによって，その立体の性質を調べる。

ウ．投影図の意味を理解するとともに，展開図をかくことを通して多面体の性質を理解させる。

エ．立体に関する計量について理解させる。

オ．測定値・近似値の意味を理解させ，それを用いた計算では，あまりくわしく計算しても無意味であることを知らせる。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 平面図形	§1. 平面，直線の位置関係				⊙空間図形を研究するには，いろいろな調べ方があること ◎平面の意味とその決定 ◎平面と直線の位置関係 ◎2平面の位置関係 ◎2直線の位置関係	（直線と平面の）垂直，（平面の）垂線，点と平面との距離，（2平面の）垂直，ねじれの位置	2	2	2

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 空間図形	§2. 線や面を動かしてできる立体				◎母線による柱体・すい体の構成 ◎平面図形による柱体の構成 ◎平面図形による回転体の構成	母線，正角柱， 正角すい 回転体	2	2	2
	§3. 立体の切断				◎平面による立体の切断		2	2	2
	§4. 立体の投影図と展開図				◎投影図の意味 ◎多面体の展開図と正多面体	投影図，多面体， 正多面体	2	2	2
	問　題						1	1	1
2 立体の計量	§1. 立体の体積と表面積				◎角柱，円柱の体積と表面積の求め方 ◎角すい，円すいの体積と表面積の求め方 ◎球の体積と表面積の公式とその適用		3	2	2
	§2. 測定値と誤差			× ×	○測定値，有効数字の意味 ○近似値，誤差の意味	測定値，有効数字，近似値，誤差	1	1	
	問　題						1	1	1
							14	13	12

正の数・負の数の加法，減法の指導

穴吹町口山中学校　　1年A組（男子10名，女子8名）

1　題　　材　　正の数・負の数の加法，減法

2　学級の実態

生徒は純朴でたいへんまじめであるが，積極性に欠け，与えられた問題に対しては取り組むが，自ら問題を見つけて解いていこうとする態度が希薄である。特に数学においては，問題をじっくり考えようとしないで，わからないと判断するとすぐあきらめてしまったり，答えがあっているかどうかばかりに気を取られている。そして，プロセスのここまではわかるが，ここからはわからないという考えができていない。したがってノートには，途中の式や考え方がなく，答えだけを書いていることが多い。また，どの教科においても根気よく，こつこつと努力していくタイプの生徒は少ない。それと同時に，生徒の人数が少ないため意欲的に学習し，互いに競争意識をもって取り組もうとする態度が見られない。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

加法，減法の計算のしかたを理解し，計算力をつけ，その計算の結果を見直し，和，差について，関係，性質，法則などを理解させる。

(2)　授業の視点

正の数・負の数について四則計算の意味や方法を理解させ，手際よく計算できるようにすることは，今後の数学全般にかかわる基礎的技能として重要である。

正の数・負の数の計算ができる，できないによって数学に対する興味，関心も決まるといっても過言でない。特に，1年生は小学校時代の算数から数学に変わったことで改めて興味をもって学習しようとする態度が見られる。その雰囲気をこわすことなく，正の数・負の数の計算を理解させ，定着させるような授業を実施していかなければならない。そこで，単に形式的に計算方法を教え，反復練習というのでなく生徒自らが計算の規則性を見出し，より正確で速い計算方法を身につけるような授業を組み立てた。

(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　前時の復習をする。 正の数・負の数の加減。	○　基本を生かしながら，正の数，負の数の計算がスムーズにできているか注意する。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2　負の数をひく計算は，正の数をたす計算に変える。	○　負の数をひく計算は，正の数をたす計算に変えられることを知らせる。この計算過程を基本にもどし言葉で生徒に言わせる。
3　正の数をひく計算は，負の数をたす計算に変える。	○　正の数をひく計算は，負の数をたす計算に変えられることを知らせる。
4　正の数，負の数をひくには，符号を変えた数をたしてもよい。	○　正の数，負の数をひくには符号を変えた数をたしてもよいことを知らせる。
5　同符号の２数の和について考える。	○　減法は，すべて加法に変えることができるので，２数の和について，その符号と絶対値を調べさせる。 ○　同符号の２数の和 符号………共通の符号 絶対値……２数の絶対値の和
6　異符号の２数の和について考える。	○　異符号の２数の和 符号………絶対値の大きい方の符号 絶対値……２数の絶対値の差
7　教科書P.37の $\boxed{2}$ の問題をする。	○　本時の内容を確めながら，問題をさせる。
8　まとめと次時の学習を知る。	○　次時は，正の数・負の数の加減の練習問題をし習熟をはかる。

4　指導の実際と考察

T　次の式を，かっこのない式になおしてみよう。

(1)　$5-(-8)$　　　　(2)　$-5-(-8)$

S　(1)　$5-(-8)=5+8$

$=13$ ………………(a)

(2)　$-5-(-8)=-5+8$

$=3$ ………………(b)

(1)の計算は，(a)のように簡単に求められる。しかし，(2)の計算では，(b)のようにしない生徒がでてきた。それは，-13 と答える生徒である。どうしても小学校段階の計算からぬけきれない

生徒がいる。これは，符号の＋，－と演算記号としての＋，－とを区別できていないのではないかと考える。

T　次の問題をたし算になおしてやってみよう。

(1)　５－３　　(2)　－８－（－７）　　(3)　－６－18

S　(1)　５＋（－３）

(2)　－８＋７

(3)　－６＋（－18）

ここで生徒の計算結果の誤りを検討してみたい。

(2)は，よくできている。(1)，(3)については，符号と演算記号とを区別できていないために誤答が生徒の中からでている。

(ｱ)　自主的に学習目標や学習計画をたて，自発的な学習態度を身につけていないのか，生徒の中に数学的用語を理解していない者がいた。

(ｲ)　学習をすすめる上で，あるいは，学力向上のための他者からの援助や指示を受けようとしない生徒がいる。今後は，この態度を解消するため，グループ学習などを考えたい。

(ｳ)　学習場面で，失敗を恐れるあまり，学習に集中できなかったり逃避しようとする態度が見られる。そのため，頭ではわかっているのだが，発表しないといった態度もある。学級の雰囲気づくりの大切さを痛感させられた。

(ｴ)　数学では，計算過程をしっかりノートするように指導しているのだが，暗算にたよっている生徒もいる。

5　授業の反省と今後の課題

(1)　計算力を自己のものとするためには，次の点にすぐれていなければならない。

(a)　手順をきびきびとさばいていく機敏さ。

(b)　途中でいや気がさしても我慢できるだけの忍耐力。

(c)　不注意な誤りをしない集中力。

以上のような事柄を考慮し，単元終了後は必ずテストをしている。時には，授業開始５分間で小プリントをしている。

(2)　生徒の復習が充分でないので，授業をはじめる前に，短時間で前時の内容の反復練習をする。また，授業内容の背後にある考え方などには興味や関心をもたせるように留意する。生徒自身の小学校の時の算数が好きだとか，計算が得意であったこともあるが，中学校段階のレベルの高さにスムーズに移行ができるように配慮する。

(3)　授業に対する構えと習慣づくりが充分でないので，忘れ物をしない，ノートをきちんととる，先生や友人の話をよく聞くなどを指導していきたい。

(4)　数や式の分野においては，ひとりひとりを的確に把握しておくことは，他の分野以上に必要なことである。だから，今後，次のような点に指導のポイントをおいて指導していきたい。

(a)　毎時間の個別指導　　(b)　単元終了後の個別指導

（中川　福一）

学習内容と学習活動	指導上の留意点
例3　$-4^2-(-2)^3\div 6\times(-3)^2$ $=16-(-8)\div 6\times(-6)$ $=24\div 6\times(-6)$ $=4\times(-6)$ $=-24$	○ 指数の意味を考えさせ $-4^2=-16$ $(-2)^3=-8$ $(-3)^2=9$ であることを確認させる。
例4　$-4^2-(-2)^3\div 6\times(-3)^2$ $=-16-(-8)\div 6\times 9$ $=-16-(-8)\div 54$ $=-16-\left(-\frac{4}{27}\right)$ $=-\frac{428}{27}$	○ かけ算とわり算だけの式は左からすることを確認させる。
例5　$-4^2-(-2)^3\div 6\times(-3)^2$ $=-16-8\div 6\times 9$ $=-24\div 54$ $=-\frac{12}{27}$	○ 教科書の例題の形式だけ真似て，前半と後半に分けることのないように注意する。
4　$-4^2-(-2)^3\div 6\times(-3)^2$ を計算する。	
5　教科書の48ページで計算の順序を確認する。	○ 生徒に読ませ，計算の順序を確認させる。
6　練習問題を解く。	

4　指導の実際と考察

（指導記録）

T　さて今から書くのは計算順序を間違えた例です。どこが間違っているか，どう直せば正しいか考えてみましょう。

T　例1はどこが間違っているでしょうか。

S　3段目の式でかけ算を先にしなければいけないのに，ひき算を先にしています。

T　そうですね。-33というのは，$-35-(-2)$を計算してできたものですね。しかし，この場合はどこを先にするのでしょうか。

S　$(-2)\times(-3)$の部分を先にします。

T　かけ算とひき算では，かけ算の方が先ですね。それではこの人はどんな順で計算しているのかよく見てみましょう。どういう順で計算していますか。

S　順々にしていっています。

T　そうですね。単に左から計算しては，計算順序をまったく無視することになりますね。それでは例２はどうでしょうか。

S　上から２段目の式で，（－３）－（－５）を計算しているところが間違っています。

T　それでは，本当はどこを先にするのですか。

S　（－２）×（－３）のところです。

T　そうですね。かけ算の方をひき算よりも先にやらなければいけませんね。この人は，なぜこんな間違いをしたか想像できますか。この人の計算の２段目，３段目の式を見てみると，かけ算の方を先にするということは知っているみたいです。知っているのに何を勘違いしたのでしょう。

S　かっこを見間違えたのだと思います。

T　おそらくそうでしょうね。｛－３－（－５）｝と思ったのでしょうね。それでは今までのことに注意して，この計算をもう一度計算してみましょう。

S　－７×（－５）－（－２）×（－３）－（－５）

＝－３５－６＋５

＝－３６

です。

T　かけ算を先にやってたし算，ひき算だけの式になれば左からやればいいですね。さて，例１，例２は計算順序で間違えた例ですが，例３，例４，例５は計算ミスも含んでいます。どこが間違っているでしょうか，さがしてしてください。

T　さて例３は間違いがたくさんあるようですが，自分が見つけた間違いを言ってください。

S　-4^2の計算がおかしい。

T　-4^2はかけ算の記号を使うと，どう表されますか。

S　－４×４もしくは－（４×４）だから－１６です。

S　$(-3)^2$も（－３）×（－３）だから９です。

T　なぜ，$(-3)^2=-6$と計算したのでしょう。

S　$(-3)^2$を（－３）＋（－３）と思ったのだと思います。

S　（－３）×２と思ったのだと思います。

T　両方とも考えられますね。指数の計算は，かけ算に直してみて確かめるとよいですね。ほかにまだありますか。

S　２段目の式をみると，わり算を先にしなくてはいけないのにひき算を先にしています。

T　そうですね。（－８）÷６を先にしなくてはいけないのに－16－(－8)を先に計算していますね。ところでよく見ると，$(-8)\div 6\times(-3)^2$というかけ算とわり算でできた式があります。かけ算とわり算は，どちらを先にするのでしょうか。

S　かけ算，わり算だけの式は左から順にやります。

T　そのとおりですね。さて例4はどこが間違っていますか。

S　3段目の式でかけ算を先にしているのがおかしい。

T　さっきいったとおりですね。かけ算，わり算だけの式は左から順ですね。かけ算を先にすると間違いになりますね。例5はどうでしょうか。

S　$-(-2)^3$ がおかしい。$+8$ になります。

T　そうですね。$(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=(-8)$ だから，$-(-2)^3=-(-8)$ になって $+8$ になりますね。

S　それと，$-16-8$ と $6\times(-3)^2$ を先に計算しています。

T　前と後ろに分けて計算していますね。教科書の例題が，この形で解く問題でしたが，形だけ真似ても正解はでませんね。それではこの問題をもう一度計算してみなさい。

5　授業の反省と今後の課題

(1) 他のクラスで指導したときに，例を書いていきなり間違いをさがしなさいと言うと，生徒がとまどったので，この時間は一番最初に計算順序の間違いをさがして，どう直せば正しいか考えなさいと言うことを黒板にかいた。導入で何をするかきちんと指示しておくことが大切であることを感じた。

(2) 思いどおりの答が出ない時に発問を何回もかえてしまったことで，かえって生徒にとまどいを与える結果となったようだ。発問の工夫が足りなかったと反省した。

(3) 授業の終わりに5問の確認テストをした。

(1)　$40-(12-3\times5)$　　(2)　$3\times(-5)\times2-(-3)\times(-2)$

(3)　$3\times4-\{(-5)\times7-5\}$　　(4)　$-2^3\times3-3^2\div3$

(5)　$(-5)^2\times(-2)\div10-4(-3)^2\div2$

この中で，この日の授業に関係の深い(2)，(4)，(5)が全問正解の生徒は44名中20人あった。やはり指数の間違いや，計算順序の勘違いが多かった。また，それ以前の問題で(5)で $-5-18=5+18=23$ と計算している子もいた。これは「－－は＋になる」「負の符号がつづくと正になる」ということを間違って利用している生徒も発見できた。

(4) かっこについてはふれなかったが，かっこの中にも計算順序があるのに気づかない生徒も多いようである。固定観念にとらわれ，教科書の形式だけを真似る生徒が多かったことも反省した。

(5) 正の数，負の数の計算は，三年間の基礎になるものだと思う。ここでつまずけば，文字の式や方程式にすぐひびくと思われる。実際に指数計算を間違う生徒は，「$a=-2$ のとき，a^2 の値を求めよ」といった問題ができない。指数の意味について機会あるごとに指導していきたい。

(6) 思ったより四則のまじった計算の計算順序というものは生徒は苦手にしているのだということがよくわかった。2学期中間テストでも5題出題したが，5問正答はクラスに3，4人という状態であった。このあたりに今後の課題があると思われる。三年間の基礎として，根気よく指導していき，つまずいている生徒は，机間巡視の間にできるだけ指導しているが，今後は発問や例を工夫して生徒が理解できる授業になるよう努力していくつもりである。

（伊藤　憲志）

文字を使うことの必要性や有効性を発見させるための指導

徳島市徳島中学校　　1年5組(男子21名，女子24名)

1　題　　材　　文字を使った式

2　学級の実態

学級の8割の生徒は，学習塾等において学校での学習内容よりかなり先の題材まで，予習済みである。しかし，筋道を立てた考え方が確立している生徒はごく少数であり，大多数の生徒は，解答の方法や公式などを，ただ丸暗記するだけで，機械的に処理している。したがって，全体としては，単純な計算問題には強いが，文章問題など，意味をしっかり把握，理解しなければならないものに対しては，学習への取り組みが消極的になり，やろうという気持ちがうすれていくようである。授業態度は良く，励ましによりなんとか解決してやろうという姿勢が，見えつつあるようだ。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　数量を文字で表すこととその良さを知り，文字を導入する必要性を理解することができる。

②　数量を文字や文字の式を使って表現することができる。

(2)　授業の視点

文字には，数量についての事柄や関係を，簡潔・明確に表せる利点がある。

本時は，文字や文字式についての意義づけを本格的にし，系統的に取り上げる最初の段階であるので，身近にある事柄を用いて，文字を使うことの利点や効用をしっかり理解させ，文字を使って簡単な数量関係が表せるようにする。

また，ワークシートを用いて，達成度の基準を知らせ，ひとりひとりが各自の達成の度合いを具体的に判断でき，次時への学習意欲が高められるようにする。そして，文字の意味やその使い方を，数式はもとより他の領域の中でもいかすことができ，その機能が十分発揮できるようにさせたい。

(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　たこやきのお店をひらくという設定で，料金カードを作る。	○　いろいろな場合について，カードに書く式を考えさせる。 ○　きりがない，つくりきれない，めんどうである等に気づかせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2　料金を文字を使って表すことにより，その良さと必要性を理解する。	○　文字には，いろいろ変わる数をまとめた数の代表としての働きがあることを理解させる。
3　文字で表された料金カードを使って，便利さを再確認する。	○　文字の式を実際に活用する力を身につけさせる。
4　身近にある数量関係を，具体的な式から文字の式に変える。	○　これまでの流れに従って，文字の必要性を再確認させる。
5　問題を解く。	○　机間巡視をし，個別指導をする。 ○　達成の度合いを，ワークシートで確認させる。
6　本時のまとめをし，次時の課題を知る。	○　次時は，少し難易度の高い文字の式について，学習することを知らせる。

4　指導の実際と考察

（指導記録）

T　1年5組からたこやきの店を出しましょう。

T　たこやき1個の値段はいくらにしょうか。

S　20円。

T　入れ物は？

S　10円。

T　では，カードに料金を書いて，料金カードを作ってみましょう。

T　仮に，5個ほしい人は，料金カードにいくらと書けばよいですか？

S　20かける5で，100円。それに入れ物が10円。だから100たす10で，110円です。

T　たこやき5個だったら，20×5＋10円払わなくてはいけないわけですね。

T　では，ワークシートの左上を見て下さい。今と同じようにして何個でもかまいませんから，自分がほしいなと思う個数で，5通りの料金カードを作って下さい。書き終わったら班で3つ選んで，画用紙のカードに書いて下さい。

T　3枚できた班は，班長さんが前へもってきて下さい。

（机間巡視）

（班長がカードを持って集まり，黒板に順にはる。）

T　たくさん並びましたね。お店の中に全部はれますか。

S　はれません。

S　同じカードがあるからのけよう。

（同じカードをとる）

T　ところで，みんながほしい個数とは，これらの場合しかありませんか。

S　まだある。

T　ほしい個数全部，料金カードに書けますか。

S　書ききれないです。

S　きりがない。

T　では，どうすればいいんだろう。

S　わからない。

T　では，今から先生が指でおさえるところを読んで下さい。

T　　（たこやき１個の値段の部分を順におさえていく。）

S　２０，２０，２０，２０，………

T　　（入れ物の値段の部分を順におさえていく。）

S　１０，１０，１０，１０，………

T　　（たこやきの個数の部分を順におさえていく。）

S　７，１２，４，２５，６，………

S　最初の２つは，同じ数ばかりだ。

T　数が変わっていくのは何ですか。

S　たこやきの個数です。

T　たこやきの個数だけが変わっているということは，この部分さえどうにかすれば，残りは同じなんですね。

T　そこで，変わっている部分であるたこやきの個数を，その数の代表として文字を使って表すことにします。

T　たこやきの個数の代表として，例えばnを使ってカード１枚に書けませんか。

S　　（nを使う料金の式を考えている。）

T　では，ワークシートに，nを使った料金カードを書いてみて下さい。

（机間巡視）

T　（$\boxed{20\times n+10}$ のカードを提示し）　このようなカードが書けましたか。

T　たこやきn個だったら，このカード１枚ですみますね。nが個数を代表してくれるわけなのです。

T　では，今から買い物ごっこをしましょう。

S　　（大歓声があがる。）

T　１人がお客さんになり，残りのみんなは店員になったつもりで，お客さんがもってきた料金が正しいかどうか，このカードを利用して計算して下さい。

⋮

（買い物ごっこをやっている。）

⋮

T　では，ワークシートの例１を解いてみましょう。

S　各自，ワークシートの問題に取り組んでいる。

（机間巡視）

T　次に，ワークシートの右半分を見て下さい。全部で10問あります。さあ，解いてみましょう。

（机間巡視）

S　（相談しながら解いている者もいる。）

T　答え合わせをしましょう。正解したら，左側の星をぬって下さい。

S　（正解した問題の星印を，赤でぬっている。）

T　さあ，星は何個ぬれたかな。

T　合格は星５個です。

T　では，次の時間は，難易度の高い(6)〜(10)について，詳しく学習することにしましょう。

（考　察）

(1)「数が変わっていくのは何ですか。」という発問は，文字の利用へと発展させる手がかりとなるものであるが，実際には，生徒がすぐに「たこやきの個数です。」と答え，その後，すぐに，文字の利用，具体的に言えば n を使うことを知らせてしまい，生徒に十分考えさせることができなかった。

(2) 生徒が自分で書いた「b（ビー）」と「6（ロク）」を間違えて読んでしまったことに対して，わかりやすい書き方をするといった大切な注意事項を言うことができず，指導のタイミングを逸してしまった。

(3) たこやきというごく身近な事柄を取り上げたことで，生徒の興味・関心をひくことができ，学習意欲を高めることができ，その点では，良い教材であったように思う。

5　授業後の反省と今後の課題

「文字」の使用について，生徒の発見を期待した授業のつもりであったが，実際には，生徒に，十分考えさせるだけの時間を与えることができず，結局は，文字の使用を教師側から提示する形になってしまった。もっと考える時間を与え，発言を待つべきだった。

また，時間配分が適切でなく，最初の方で時間をかけすぎた。そのため，グループ学習から個人学習への移行がスムーズにいかず，最後の評価の部分が必ずしも正確とはいかなかった。

全体的に，教師側のしゃべりすぎの感があった。もっと，生徒の自発的な学習活動を尊重してやるべきであった。

数学を楽しく学ばせ，学習意欲を高めるためには，数学を学ぶことの意義をよく理解させることである。その意義とは，数学的な物の見方・考え方を確立させ，物事を数学的に処理しようとする態度を育てるところにあると考える。そして，学習意欲を高めるためには，日常的な身近な事象を教材として取り入れ，その具体的な事象から生徒の興味や関心をよびおこし，ひとりひとりがよく理解できるような授業を創造する必要がある。今後，生徒の興味・関心をよび起こすような教材・教具の開発・精選を行い，「わかる授業」を創造していきたい。

（逢坂　千歳）

文字の項だけを含む式を簡単にすることを理解させる指導

海部郡牟岐中学校　　1年B組（男子16名，女子18名）

1　題　　材　　式の計算

2　学級の実態

教科の中でも一番好きな教科は？と尋ねると「数学」と答える生徒が一学期末には約$\frac{1}{3}$いた。その中でも数学的思考や理解が顕著で数学を得意としている者が数名いる。また数学に対して拒否的な態度を見せる者はいないが，ノートの使い方がまずく，考えや計算をうまくまとめる事のできない者，計算の遅い者も数名いる。男女ともよく発表し，男子の中には考えが一つにまとまらないのに発表したり，あやふやなまま発表する場面がしばしばある。良い所は，わからない面はそのままにせず，どしどし納得のゆくまで質問する生徒が5名程いる事である。そしてその生徒達が中心となり，考えを出し合っている。数学に対して素直に真正面から取り組んでいる者ばかりである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　文字の項だけを含む式を簡単にする。

②　分配の法則を用いて，係数が整数，分数，小数の式を1つの項にまとめる。

(2)　授業の視点

小学校でも文字の使用については軽くなされてきたが，文字を用いた式の計算に関する内容は指導されていない。しかし数の四則計算における四則の相互関係や計算法則として，交換・結合・分配などの法則に目を向けさせる指導がなされている。中学校では前単元までに正の数，負の数，そして前時までに文字の使用に関する指導が終わっている。正の数，負の数においては加法・減法の式を加法だけの式とみる事を取り扱い，四則計算ができるようになった。また正の数，負の数の計算では交換・結合・分配法則が成り立つ事も理解させている。文字を使う利点は，数量の関係が一般的に，その上簡潔に表現できる。文字に数字を代入すると簡単に式の値が求められる。式に表すと形式的に処理できるようになることである。

この範囲は，文字という普段の計算ではあまり使用しないものを扱うため理解しにくいし，抽象的思考を伴うため余計に難しいようである。文字の意味や有用性が十分理解される前に分かりにくいものだと考えてしまっている。そこでもっとわかりやすいもの，興味・関心のある事象を取り上げ，図や数直線や品物など具体的なものから順次抽象的なもの，一般的なものへと発展させるようにすると良いように思われる。この時間でも具体性を持たせてわかりやすく指導してゆきたいと思う。そしてただ単なる丸暗記ではなく，なぜそのようになるのか基礎・基本を忠実に指導してゆきたいものである。

(3) 本時の展開

<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1 学習課題について考える。
1冊x円のノートを，兄は5冊，弟は2冊買った。2人のノート代の合計を式に表せ。また2人のノート代の差を式に表せ。
○ 問題の意味を理解する。</td><td>○ (兄の代金)+(弟の代金)=(合計の代金)
○ (兄の代金)−(弟の代金)=(差額)</td></tr>
<tr><td>2 図示することによって，$5x+2x$，$5x-2x$を1つの項としてまとめられないかを考える。
○ 値段の同じノートを兄が5冊で弟が2冊，合計7冊買ったことに気づく。
○ 同じ値段のノートを兄が5冊で弟が2冊であるからその差は2冊分の代金であることに気づく。
○ これらは分配法則の利用であることを知る。</td><td>○ $(5+2)x=7x$と思考したことに気づかせる。
○ $(5-2)x=3x$と思考したことに気づかせる。
○ 分配法則
$mx+nx=(m+n)x$
$mx-nx=(m-n)x$</td></tr>
<tr><td>3 例3，例4 をして確かめる。
$-3x+2x=(-3+2)x$
$7x-x=(7-1)x$
$\frac{2}{7}x+\frac{3}{7}x=(\frac{2}{7}+\frac{3}{7})x$
$\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}x=(\frac{1}{3}-\frac{1}{2})x$</td><td>○ 係数が負の数の場合，注意
○ $7x-x=7$と誤らないように指導する。
○ 係数が分数の場合にもあてはめて考えさせる。</td></tr>
<tr><td>4 練習問題をする。(P64の2，P65の3)</td><td></td></tr>
<tr><td>5 評価問題をする。
(1) $-5x+2x$ (2) $9x-x$
(3) $2y-7y$ (4) $-y-3y$
(5) $-x+0.2y$ (6) $-0.1x-0.9x$
(7) $\frac{2}{3}x-x$ (8) $\frac{2}{5}x-\frac{1}{2}x$</td><td>○ 分配法則の利用を正確に書かせる。
○ =を下にそろえて書くことを徹底する。</td></tr>
</table>

4 指導の実際と考察

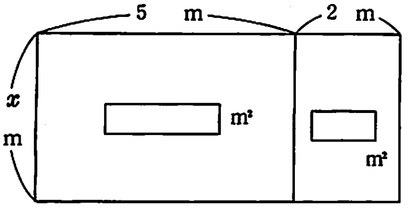
(1) 視覚から入るとわかりやすいだろうと思い，教科書同様のxと書いた正方形の紙を用意し，兄の分と弟の分7枚を用意した。これによって$5x=5\times x$というばかりでなくxが5こあるんだという事が理解できる。また$5x+2x$はxが7こあるので容易に$7x$だと理解できるであろうと思ってしてみた。

(2)　$5x+2x$ は x の係数を加えると答はでるんだという事をわからせる事が重要であると思う。また分配法則を使用しているのを簡単に教え，$5x+2x=(5+2)x$ であるというのを発見させたいと考えた。

(3)　教科書の 問 のかわりに次のような問題も考えてみた。

> 縦が x mの長方形の形をした花だんがある。初日横方向に5m耕した。次の日2m耕した。2日間で耕した花だんの面積はどのような式で表されるか。

そしてプリントに書いてある次の問題をする。



○　初日に耕した面積は $\boxed{㋐\quad}$ m²，次の日耕した面積は $\boxed{㋑\quad}$ m²である。

○　2日間で耕した横の長さは（$\boxed{\quad}+\boxed{\quad}$）mなのでぬった面積は $\boxed{\quad}$ m²である。

○　以上より次の式を求めよ。

$\boxed{㋐\quad}+\boxed{㋑\quad}=$

この問題はなかなかおもしろくて考えさせるものだと思い導入に使ってみようと思った。しかしよく考えてみると導入に使うには少し危険だと思った。というのは $5x$ とは $5\times x$ というのは理解できても基礎的な事である $5x=x+x+x+x+x$，すなわち x が5こあるというのがわかりにくいなあと感じ，使うのをやめた。確かに結果的にみても $5x+2x=(5+2)x$ というのはできるがいちいち面積に変換してしまう危険性がある。教科書の 問 をそのままながした記録を紹介します。

T　兄弟はそれぞれ何冊ずつ買いましたか。

S　5冊と2冊です。

T　では兄弟が支払った金額はそれぞれいくらだろうか。

S　兄は $5x$ 円，弟は $2x$ 円です。

T　それはどのように計算したのかな？

S　兄は1冊 x 円のノート5冊なので $x\times5=5x$，弟は $x\times2=2x$ となりました。

T　じゃぁ2人の合計金額はいくらになるだろうか？

S　$7x$ です。

T　すぐに $7x$ と出たんだなぁ。でもどうして $7x$ となったんだろうか。みんな少し考えてみましょう。

S　それは兄弟あわせて7冊なので $x\times7=7x$ となりました。

（しかし一部の生徒は $5x+2x=7x$ となると知っていて図から考えようとしていない者も見うけられた。）

T　では以上の事から式を考えてみましょう。どうすればわかりやすいかなぁ。$5x+2x$のあとを書いてみましょう。

S　$5+2$を計算してあとにxをつけるといいよ。

T　そうだね。そうすると便利ですね。xの係数だけを加えるとできるなぁ。これは分配法則の応用だね。次にノート代の2人の差を求めてください。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　この範囲の授業としては，生徒が授業内容をスムーズに受け入れよくできていたようであった。と安心していたら，実は作業が単調なため意味をあまり深くのみ込まず，次から次へと流れ作業式に計算をしていたようである。というのは次の数学の時間にもう一度，同様の問題をすると，「どうして解くんだったかな。」と少し考え込む生徒がいた。また間違った生徒の中には$7x-x=7$という間違いが一人いた。しかし，これは別のクラスではそこを強調して指導したため一人もいなかった。それと$4x+3x$を$7x^2$と中途半端な積と考えるものもいた。初歩的なミスであるが，原因としては文字式における加法と乗法の区別や式表示の約束が徹底していなかったことが挙げられる。中でもx^2という累乗の答は，学習したのが一学期だったため$x^2=x\times x$を忘れてしまい，$x+x=x^2$と考えてしまっているのがほとんどで，指導したら，「あっ，そうか。」と納得して，次からは間違わなくなった。

(2)　2，3回繰り返し練習をすると，ほとんどの生徒が正確にできるようになった。が，果たして，どこまで深く理解しているのか少し不安な面がある。むずかしそうにしている生徒のつまずきの原因をさぐると，正の数・負の数の計算能力が十分についていない事が多い。夏休み中に計算の規則を忘れてしまい，文字の式の途中から始まったものだから計算している節々で考え込んだり，まちがった表示をしているようだ。

(3)　一つ重要な事をとばしていた事がある。それは検算の方法を授業で教えなかったことである。与式の文字に数値を代入して等式が成り立つかどうか自分で確認させる方法である。例えば$4x+3x=7x$となるとxに5を代入して（何でも良いのだが）左辺と右辺も同じになれば正しいであろうという方法である。もちろん$7x^2$ならば当てはまらない。これによって，ミスの発見が容易にできるはずである。

(4)　次時であるが，$x+2=3x$と考える生徒がでてきた。これはやはり本時の指導の加法・乗法の区別の甘さが多少影響したのではないかと思われる。

基本を十分徹底させる指導が望まれる。指導過程としてはわかりやすいように具体的で身近なものから入り，言葉や文字式で表現でき，最後には式約束での表現ができることが大切である。中学一年生という大事な時期に，基礎的・基本的法則や式の約束を十分おさえていると，これから二年，三年の時期に式計算時のミスは極めて少なくなるであろう。よってこの時期の指導がとても重要であると言えよう。

（今津　久仁）

文字の式～式の計算～を考察させる指導

麻植郡美郷中学校　　1年A組（男子12名，女子8名）

1　単　元　名　　文字の式　～式の計算～

2　学級の実態

本校は1学年1学級の小規模校です。生徒は4つの小学校から入学してきます。数学の授業において，生徒は快活で明るくよく発表します。取り組みも真面目で，私の指示に応えようとしてはいるのですが，板書をうつすのにとても時間がかかります。そして，指示したことへのとりかかりがおそく，作業もゆっくりとしています。定着までに時間がかかり，思うように先に進めない現状です。

これからの課題は，基礎基本事項の徹底，自主ノートに対する取り組みへの指導，与えられたり，指示されたことだけでなく，それ以外の学習についての意欲的な取り組みの指導について考えることと，作業の速度を速める方法について考えることです。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　一次式の同類項をまとめて式を簡単にする。

②　(　　)をはずして式を簡単にする。

(2)　授業の視点

今まで，式の計算を指導してきて思うことは，同類項をまとめる時の項の並べかえが，理解されにくいということである。たとえば，$6-4x-2+5x$を簡単にする計算においては，$6+(-4x)+(-2)+5x$と考えさせて，項は，6，$-4x$，-2，$5x$ですよと指導するようになっているが，この式の変形のし方が生徒にとっては，つまずきの第一歩であるように思われる。$6-5$をなぜ$6+(-5)$に直すのかということが，しっかりと理解されていないこともその一つであるが，$6-4x-2+5x$をはさみで切るように6と$-4x$と-2と$+5x$の4つに切らせて，──つまり，1枚の大きなカード（式）を，小さなカード4枚（項）に切る──それの並べかえという方がわかりやすいのではないかと思い，指導してみた。

また，(　　)の前にマイナスがある式の(　　)をはずすことも，なかなか全員には理解が定着せず，二年，三年になっても，まちがう者がいる。これは，分子が式になっている分数の計算の時にも大切なことなので，しっかり指導したい。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 学習課題について考える。 $7x+5-3x-8$ を簡単にする。 ○ $7x$ と $-3x$，5と-8は計算できることに気づく。	○ 文字の項と数字の項を別々に計算すればよいことに気づかせる。
2 交換法則を用い，項の位置を変えて計算する。 $7x+5-3x-8=\underbrace{7x-3x}\underbrace{+5-8}$ $=\quad 4x \quad -3$ ○ $7x$，$-3x$ のように文字のまったく同じ項を同類項と言い，同類項はまとめられることに気づく。	○ 交換法則を用いるときに符号に注意させる。 ○ 同類項の説明をする。
3 練習問題をする。（P65の$\boxed{4}$）	○ 式の変形をノートに書く書き方に注意させる。
4 （　）を含んだ式を（　）をはずして簡単にする。 ○ （　）の前の符号が＋のとき $3x+(5x-2)=3x+5x-2$ $=8x-2$ ○ （　）の前の符号が－のとき $2x+5-(3x-2)=2x+5-3x+2$ $=2x-3x+5+2$ $=-x+7$	○ かっこを含んだ式は， $a+(b+c)=a+b+c$ $a+(b-c)=a+b-c$ $a-(b+c)=a-b-c$ $a-(b-c)=a-b+c$ 上記の計算法則を使うと（　）をはずすことができることに留意させる。
5 練習問題をする。（P65の$\boxed{5}$）	
6 評価問題をする。 (1) $4x-7-6x+11$　(2) $-3a-6+4a+6$ (3) $0.5x-0.2-0.3x+0.8$　(4) $\frac{2}{3}x-8-4+\frac{1}{2}x$ (5) $4x+(x+7)$　(6) $6x-(2-5x)$ (7) $1-4x+(6x-2)$ (8) $5x-2-(-3x-4)$	

4　指導の実際と考察

(1) 指 導 記 録

日　　時　　昭和62年9月25日　第4校時（50分）

学　　級　　1年A組　男子12名，女子8名

教 師 の 発 問 と 活 動	生 徒 の 活 動 と 反 応
① この前にやったことをおもいだしてみよう。 ノートにこの問題を解いてみなさい。 （　）内は誤答，無答数 (1)　$-x+\frac{1}{3}y-5$ の項と係数　（5名） (2)　$-3x+7x$　（5名） (3)　$-2x-3x$　（6名） (4)　$9x-8x$　（9名） (5)　$x-x$　（3名） 机間巡視して，実態を把握すると，前時の理解が充分でない。既習内容を理解させておかないと，本時の内容は理解できないため，解答を兼ねて，もう一度，おもいださせ，定着させる。	○　誤答例 (2)　$-10x$ (3)　$-x$ (4)　$1x$ (5)　$0x$
② それでは，いっしょにこの問題をしてみょうね。 (1)の項を見つけるのは，どうしましたか。	○　カードにした。 ○　○でかこんで，カードにした。
③ そうだったね。どう，○でかこんだの。前にきてかこめる人。	○　黒板に書く。
④ この○でかこんで，カードにしたんだったね。 このカードのことを何ていったの。	○　項です。
⑤ そう，項というんでしたね。この項のことを。	○　文字の項 ○　数の項
⑥ じゃあ，係数についていえる人	○　$-x$ の係数は -1 です。 ○　$+\frac{1}{3}y$ の係数は $\frac{1}{3}$ です。 ○　-5 の係数はありません。
⑦ よろしいか。	うなずく

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
⑧ では，(2)から(5)の答をいってみよう。（指名） くちぐちにいう答の中には，誤答もきこえる。	
⑨ (2)は $-10x$ で，いいのですか。 理由を述べさせ，以下同様にして，進める。	○ ちがう。
⑩ $1x$ は，どうしてあかんの。	○ 1はかかない。
⑪ そうでしたね。1をかいている人がいましたが。 文字の式をかく時の約束をおもいだしてみよう。	○ かけ算はぶこう 数字は前に わり算分数 指数を使おう 1はかかない　　です。
⑫ もう一度，だれかいってみて。	○ いう。
⑬ $-2x-3x$ の考え方は。	○ たらんたらんはようけたらんです。
⑭ マイナスはたらん。プラスはくれるとか，あまるのイメージで考えていくんでしたね。	
⑮ $-3x+7x$ は。	○ たらんけど，ようけくれたらあまったよ，です。
⑯ そうでしたね。	
⑰ それでは，今日は，こんな式について考えます。 $7x+5-3x-8$ と板書する。	
⑱ ○でかこんでカードにしてみよう。 机間巡視する。 指名して○でかこませる。	○ A子のかこみ方 $7x$ $+5$ -3 x -8 ○ B男のかこみ方 $7x$ $+5$ $-3x$ -8 ○ C男はかこめない。
⑲ 式のとなりに同じようにカードを並べる。 $7x$ $+5$ $-3x$ -8 $\boxed{7x}\boxed{+5}\boxed{-3x}\boxed{-8}$ みんなは○でかこんでカードにしたけど，本物のカードを使うとこうなるね。	

教　師　の　発　問　と　活　動	生 徒 の 活 動 と 反 応
⑳　項はいくつできましたか。	○　4つ。
㉑　どのカードとどのカードが，種類が同じですか。 種類別にわけてみよう。 （発問のし方がまずかった。）	○　$7x$と5，$-3x$と-8が同じ種類です。 ○　え〜〜っ。
㉒　プラスどうし，マイナスどうしにわけたのですね。そういうわけ方もありますね。よろしいよ。他にありませんか。	○　$7x$と$-3x$，$+5$と-8が同じ種類です。
㉓　どういうわけ方ですか。	○　文字の項と数の項です。
㉔　そうですね。他にありませんか。	○　ない。
㉕　今日はこの式を，もっと簡単にしたいのです。 どっちのわけ方を使いますか。	○　あとの方。
㉖　$7x$と$-3x$は，計算できるね。もちろん$+5$と-8はできますね。 この式の中で，$7x$と$-3x$のように，文字xの部分が同じ項のことを同類項といいます。同じ種類の項と覚えるよいいですよ。（朱板書）	
㉗　このままでは，計算しにくいので，このカードを計算しやすいように，並べかえてみましょう。 指名して，並べかえさせる。 他の人はノートにかきましょう。	
㉘　$7x-3x$は，どうなりますか。	○　$4x$
㉙　$+5-8$は，どうなりますか。	○　-3
㉚　$4x$と-3は種類が……。	○　ちがう。
㉛　まとめることは	○　できない。
㉜　そうですね。これ以上，計算できませんね。 $4x-3$が，答になります。 もう一題，いっしょに解いてみょうね。 $2x-8-4x+7$ 下へ下へ，かいていきましょうね。その方が，まちがいが少ないですよ。	○　$2x$ -8 $-4x$ $+7$ $=\underbrace{2x-4x}\underbrace{-8+7}$ $=\quad -2x \qquad -1$
㉝　やり方，わかった。それでは，教科書65ページの $\boxed{4}$ をやりましょう。 ここで，あと残り5分となる。(1)，(3)，(5)だけやらせて，(2)，(4)，(6)は，小テストにした。	

＜小テストの結果＞　（　）内は，誤答，無答数

(2)　$-5x+7+4x$　（4名）　$-1x+7$がまだあった。

(4)　$-9x-5+9x-2$　（5名）　$0x-7$，$0-7$

(6)　$-6-a+15+2a$　（9名）　$-a$を並べかえる時，aにしている。

(2)〜(6)　すべてについて，$-1x+7=6$とする者もいた。

ケアレスミスもあった。

(2) 考　察

○　授業をしてみて，特に痛感したのは，正・負の計算の重要性です。やはり，正・負の計算が充分にできていないと，この内容は，理解されにくいと，実感しました。

特に，正・負の計算でも，教科書36ページの§2のところを，しっかりおさえておくと，この授業のやり方も，もっとしっかりしたものになったと思います。加法に直すことでも，$-8-(-7)=-8+7$については納得するのですが，$5-3=5+(-3)$の場合においては，なぜ加法にすることについて考えるのかという，かなりの抵抗がありました。進度の都合もさりとて，じっくりと取り組ませておけばよかったと，悔やまれます。この時，$(-3)+5=5+(-3)=5-3$とすると，やりよいと気づく生徒もいましたが，かえって混乱した子もいました。

ここの指導は，私にとって，今後の課題です。法則を知るだけでなく，いろんなところで使えるように，させたいものです。

○　教科書63ページでは，$2x+y-5$を　$2x+y+(-5)$と直していますが，65ページでは，$5x+7-3x=5x-3x+7$

$$=2x+7$$

となっており，すこし，つながりぐあいが，わかりにくいように思います。また，式のかき方も，横にかいて，下にかくなど，わかりにくいと思いました。

項の考え方は，加法に直して考えるのが最だと思う反面，加法に直すことで，よけいに混乱するようにも思いました。

○　指導案では，交換法則を用いているのですが，授業では，あえて触れませんでした。それを言うと，かえって混乱するのではという老婆心からですが，触れた方が良かったとも思います。今後，計算が充分にできるようになってから，指導したいと思っています。

○　時間的には，50分で，この指導案をこなすことはできませんでした。前時の内容について，充分に理解させていなかったことに原因があると思います。次の授業でも，小テストの反省をして，学習内容の理解の徹底をはかろうと，（　）のはずし方については，軽く触れることしかできませんでした。

（猪井　淑子）

数量間の相等関係をつかみ，文字により等式に表させる指導

麻植郡山川中学校　　1年3組（男子20名，女子19名）

1　題　　材　　関係を表す式

2　学級の実態

算数，数学に関する基礎知識が非常に乏しく，その上能力的にも低く，九九も充分でないものが1名，九九は覚えているが，2けたのかけ算になると間違いが多くなり，通分を必要とする分数の計算は教師の手助けなしにはできないものが2名，機械的な計算はこなすが，数学的に考える能力が皆無に近いものが数名いる。アンケートをとった結果によると，数学は，小学校の時から好きで，今も好きなものが半数近くいるが，反面，ずっと嫌いな生徒も10人ほどいる。ただ，今は好きと答えた生徒が6人いたのが救われる点である。授業へのとりくみは全体的にまじめで，意欲的にとりくんだり，質問もよくあり，楽しく授業ができるクラスである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

等式の意味を明らかにし，数量の間の相等関係を文字を使って等式に表すことができるようにする。

(2)　授業の視点

等号「＝」については小学校1年から出てきており，2＋3＝5のように，演算とその結果との橋渡しをする記号として，とらえることが多い。それは小学校6年になっても同じである。中学生になって初めて，左辺と右辺が同値であることを等号を使って表すのだということを学ぶわけである。だから，その点をしっかりおさえさせたいと思う。さらに，数量の間の関係を文字を使って表していくことについては，小学5年生でも習っている。中学1年生では，文字の式を書く時の約束に従って，等式をさらに簡単に表していく必要がある。そして，関係を表す式が，1年生では「方程式の利用」「変化と対応」2年では，「連立方程式」「不等式」3年では，「二次方程式」などへとつながっていく。このように，いろんな単元への基礎としての重要さをもっている。だから，問題をしっかり読ませ，そこに書かれている数量を取り出し，その間の関係を線分図などに表して，それから等式をつくらせたいと思う。

さらに，1つの問題にも，いくつもの表し方があることを知らせたい。数学は答えは1つという思いこみが強く，「A」でなければ，それは間違っているんだという思いを，子供たちは常にしてきたと思う。そういう点でも，この題材により数学にもいくつもの答え方があるものが存在することを知らせたいと思う。それが，数学への意欲をひきださせる1つの契機にでもなれば幸いである。問題は，子供たちにとって身近に感じる，買い物やクラスの人数，平均点などから入っていきたいと思う。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 本時の学習課題を学習する。 「数量の間の関係を符号を使って表す。」	○ 本時の課題を確認させる。
2 身近な問題で考えていく。 誠くんは1000円札1枚をもって，買い物に行きました。a 円のノートを3冊買うと，おつりは b 円でした。数量の間の関係は，どのように書けるでしょうか。	○ 問題の意味を理解させる。
① 出てきた数量を取り出す。 1000円札1枚，a 円，3冊，b 円	○ 数量にアンダーラインを引かせる。
② 上記の数量の間の関係を考え，等式をつくる。 $1000-3a=b$ $1000-b=3a$ $3a+b=1000$ $3a=1000-b$	○ 違った答えもどんどん言わせる。 ○ 1人の力でなく，班員が協力して，他にないかを考えさせる。 ○ 出てきたそれぞれの等式について，正しいかどうかを，言葉により，確認させる。 「もっていたお金から代金をひくと，おつりになる。」など。
3 等式，左辺，右辺，両辺の用語の意味を知る。 両辺をとりかえてもよいことを知る。	○ $1000-3a=b$ を使って，説明する。 ○ 等式は，左辺と右辺の値が等しいことを表していることを知らせる。 ○ しっかり覚えさせる。
4 練習問題をし，まとめる。 人数，お金，身長，過不足などの関係を式に表す。	○ 単位は書かなくてもよいことを知らせる。 ○ 線分図に表させる。 ○ 違った答えも言わせる。

4 指導の実際と考察

(1) 導入の段階で，「住友先生のとし◯32歳」と，黒板に書き，「この◯に何を入れる。」と言うと，みんなすなお(？)だから，イコール(＝)と言ってくれた。それで，スムーズに課題について進んでいけたように思う。いつも，生徒に興味をもたせることに苦労するのであるが，

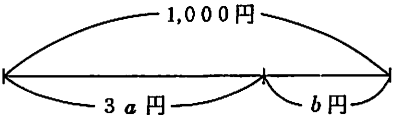
導入段階での興味のもたせかたの大切さをひしひしと感じた。

(2) 初めは自分1人で考えさせ，それから班になって考えさせたが，教師の「11 」学級では，たくさん出てきたよ。分数の形まで出てきた。」という一言で，それじゃぼくたちも，とみんないきおいこんで，いろんな等式をつくりだした。中には，間違っているのも出てきたが，みんな前に書き出させ，1つ1つ，正しいかどうかを確認していくことにした。それらを取り出してみると以下の8つである。

① $1000-3a=b$	② $1000-b=3a$
③ $1000=b$	④ $3a+b=1000$
⑤ $3a=1000-b$	⑥ $1000=3a+b$
⑦ $\frac{3a+b}{1000}=1000$	⑧ $1-\frac{3a}{1000}=\frac{b}{1000}$

(3) 上記③は1人で考えさせた時に出てきたものである。もっていたお金はおつりであると言葉でいうと，言った本人も，間違いにすぐ気がついたようだ。

(4) ①，②，④，⑤，⑥については，言葉と線分図を使って確認していった。



(5) ⑦については，$3a+b$ は1000だから，その $3a+b$ を1000でわったら1になるということで，間違いだと気づいたようだ。

(6) ⑧については，①の両辺を1000でわることで，出てくるのであるが，初めの方で，分数の形と言った，言葉に固執して出てきたもので，正しいことを言って軽く流した。

(7) ②の $1000-b=3a$ や，⑤の $3a=1000-b$ が，出てきたので，左辺と右辺をとりかえた等式も正しいんだと言うことを，すんなり理解できたようだ。そこから用語の説明へとつないでいった。以下は，その場面の指導記録である。

T 数量の間の関係を，等号を使って表せと言われた時は，答えは一通りとは限りません。いろいろありますね。じゃーね。

$3a=1000-b$，と $1000-b=3a$ は，どこが違いますか。

O $3a$ が式の前にきているのと，後ろにきているのとの違いです。

M 等号の左側と右側が反対になっている。

T そうですね。

今，左側，右側と言いましたが，これらに名前がついているので，それについて見てみましょう。

等号を使って表した式を何て言いますか。教科書から捜してみなさい。

Y 等式。

T 左側のことは。

O 左辺。

T　右側のことは。

A　右辺。

T　両方合わせて。

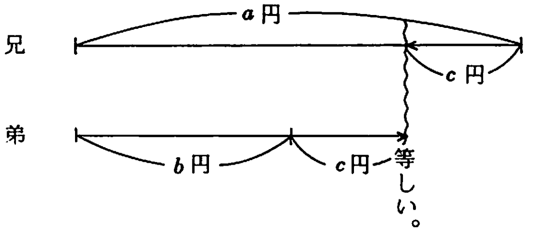
Y　両辺。

この後，板書したこれらの用語をノートにまとめさせ，覚えさせた。

(8)　「誠くん」という生徒は，このクラスに2人いる。本人たちはとても嬉しそうにして，いつもよりよく頑張っていたようだ。また，机間巡視により，ノートを見ていくと，ある生徒は，「誠くん」の替わりに，ちゃんと自分の名前を書いていて，大変ほほえましかった。

(9)　過不足の関係を表す問題になると，少し難しく感じているようで，間違いが多かった。また，後にした，72ページ練習1(2)は，線分図なしでは難しく，大部分が $a-c=b$ としていた。

兄は a 円，弟は b 円持っているが，兄が弟に c 円渡すと，2人の所持金は等しくなる。数量の関係を等式に表せ。



(10)　さらに74ページの(2)，(3)も，問題をしっかり読ませることと，線分図にきちんと書き表してみることが大切だと，痛感させられた。特に(3)は，線分図から考えていくのも難しく，$100a=20b$ としやすい。b 本を具体的に2本，3本としていくことで，間違いに気づき，一般化できたように思う。他のクラスでも同様であった。

5　授業後の反省と今後の課題

「関係を表す式」の題材がおわって，しばらくしてから，もう一度，問題をしてみると，次のような間違いが多かった。

(1)　×，÷の記号をそのままにしていた。

(2)　単位をつけていた。

(3)　単位をそろえていなかった。

2mを200cmになおせていないなど，まさに基本となるところができていなくて，がく然としたが，すぐ後のドリルでは，それらができながら，しばらくおくと，忘れてしまっているという事，如何に定着させることが難しいかを知った。

しかし，この題材は，後の方程式の利用など文章題へ直接結びついていくので，しっかりと問題を読ませ，数量にアンダーラインをひかせ，線分図をかき，（ここも難しい点ではあるが），等式に表現していくことを，これからも，折りにふれ心がけていきたいと思う。

（住友　寛子）

等式の性質から方程式の解き方を考察させる指導

鳴門市瀬戸中学校　　1年B組（男子15名，女子20名）

1　題　　材　　方程式とその解

2　学級の実態

素直な生徒が多く，明るく，楽しい学級である。授業は，真剣な態度で受けているが，進んで発表できるのは，5，6名である。また，積極的に質問にくる生徒も少ない。

数学のテストでは，点数のひらきが大きく，点をとれる生徒，とれない生徒にわかれてきている。女子の方が男子よりも平均点は高い。

3　本時の指導計画

(1) 本時の目標

① 等式の性質を理解する。

② 等式の性質を使って，方程式を解くときの基本的なしかたを理解する。

(2) 授業の視点

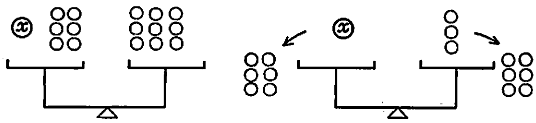
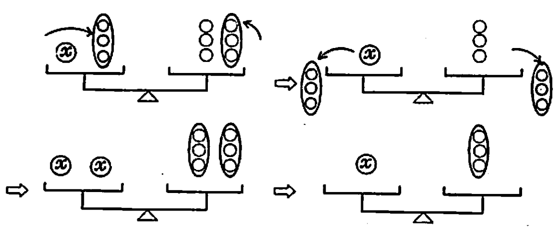
小学校では「方程式」の用語は学んでいないが，x の値を求める問題として，x を含んだ等式をつくり，その式から逆算によって，x の値を求めることを学習している。

また，中学校では，文字を使って，数量やそれらの間の関係を式に表すことを学習してきた。この理解の上に立って，一元一次方程式を，逆算によらない新しい考え方で解く方法を学習していく。ここで扱う方程式は，やさしいために逆算で求める者がでてくるので，方程式を解くには，等式の性質4つを用いた方が，より形式的，能率的にできることをしっかり理解させたい。

等式の性質を導くために，等式はつりあっているてんびんと同じと考えて，実際に磁石を操作させてみて，具体的イメージをいだかせ，視覚にうったえて理解させる。等式の性質をまとめるのに，教科書のように，言葉，文字を使った式を用い，説明はてんびんの図で実際に磁石を動かしてやることにより理解を深める。

まとめとして問題 $\boxed{2}$ を解かす時，机間巡視をし，等式の性質を使って解けているか確認，できていない者にはしっかり身につかせるよう指導する。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　等式の性質を，方程式 $x+6=9$ を利用して考える。	
(1) 左辺の $x+6$ と右辺 9 とが等しいことを知る。	
(2) 図によって考える。 	○ 上皿天びんの図と磁石を利用して理解させる。
(3) 等しいものから同じ数をひいた残りは等しいということから，両辺から 6 をひくことを考え， $x+6-6=9-6$ $x=3$	○ これは等式の両辺から同じ数をひいても等式が成り立つという性質を利用したことを知らせる。
2　等式の性質を調べる	
○ 等式は，その両辺に同じ数をたしても成り立つ。	○ A＝B⇨A＋C＝B＋C
○ 等式は，その両辺から同じ数をひいても成り立つ。	○ A＝B⇨A－C＝B－C
○ 等式は，その両辺に同じ数をかけても成り立つ。	○ A＝B⇨A×C＝B×C
○ 等式は，その両辺を同じ数でわっても成り立つ。	○ A＝B⇨A÷C＝B÷C ただし，C≒0
(1) 図によって確認する。 	
3　次に等式の性質を使って，方程式を解くことを考える。 例1，例2をする。 $x-5=-1$ 両辺に同じ数 5 をたして $x-5+5=-1+5$ $x=4$ $x+13=8$ 両辺から 13 をひいて $x+13-13=8-13$ $x=-5$	○ 等式の性質を利用して基本的な解き方を理解させる。 ○ 解く際に，どの等式の性質を使って変形していくかを考えさせる。 ○ 左辺を x にするためには，どうすればよいかを考えさせる。
4　$\boxed{2}$ の問題を解く	○ 等式の性質を利用して解かせる。

4　指導の実際と考察

(1) 指導記録

T　$x+6=9$という方程式は，どんなことを表していますか。

S　$x+6$と9が同じということを表しています。

T　そうですね。左辺の$x+6$と，右辺の9は等しいということですね。
等しいということは，上皿てんびんでは，つりあっているということですね。$x+6$，9をてんびんの左右の皿にのせるともちろんつりあいます。

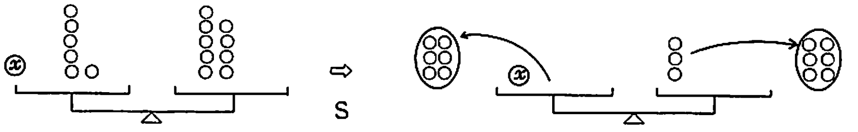
T　では，方程式を解くということは，どういうことでしたか。

S　解を求めることです。

T　はい。そうですね。では，解を求めるということは，どういうことですか。

S　あてはまる文字の値を求めることです。

T　そう。文字xの値を求めることですね。では上皿てんびんで考えてみましょう。
左の皿をxだけにしてください。ただし，つりあったままでして下さいね。



T　はい，左の皿をxだけにするには，白磁石を6個のけてやりました。これだけだとてんびんは，かたむいてしまうので，右の皿からも同じ6個のけてくれました。
つまり，つりあった状態のてんびんから左右同じ重さの重りをのけてやってもてんびんはつりあっています。

T　方程式$x+6=9$の解は，いくらだとわかりましたか。

S　$x=3$です。

T　では，$x=3$を$x+6=9$に代入すれば，等式はなりたっていますか。

S　はい，なりたっています。

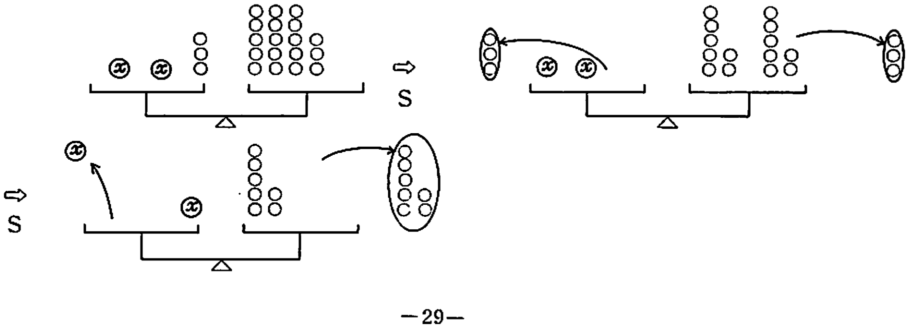
T　つりあっているてんびんでは，左右の皿から同じ重さをのけてやってもつりあっています。
同じように，等式でも，左辺，右辺から同じ数をひいてやってもその等式はなりたちますね。

T　では，同じ数をたしてやった場合はどうですか。

S　なりたつと思います。

T　そうです。つりあったてんびんに同じ重さの重りをのせてやってもつりあっています。

T　では，こんどは，$2x+3=17$を考えてみましょう。



T　$2x+3=17$の解は，いくらになっていますか。

S　$x=7$です。

T　まず，３個ずつのけてやって，左の皿が，xが２個，右の皿は白磁石が14個になりました。ここで，１４個を７個，７個に分けてくれましたね。次にｘをのけて，右の皿から７個のけてくれました。左の皿を半分にしたのだから，右の皿も半分にしてやればつりあいは変わらないということですね。

T　半分にするということは，どうすることですか。

S　２で割ることです。

T　等式では両辺を同じ数で割ってやっても成り立つということです。

T　では，同じ数をかけてやった場合はどうかな。

S　成りたつと思います。

T　ここで，学んだ等式の性質をまとめます。ノートして下さい。

T　（Ｃ≒０）は，Ｃは０でないということを表します。
０を割ることはできましたが，０で割ることはできませんでしたね。

$\begin{array}{r} 0 \\ 5\,\overline{)\,0} \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$　　$0 \div 5 = 0$　　$\begin{array}{r} ? \\ 0\,\overline{)\,5} \end{array}$　　５の中に０は何個入っているかわかりません。

T　方程式のところですが，今日，等式の性質を勉強したのはなぜかな。

S　はい，方程式を解くときに使います。

T　そうです。ではＰ８０の$\boxed{2}$を，等式の性質を使って解いて下さい。

T　では，前に出て解答して下さい。

(2)　磁石を使うことにより，等式の性質は，わりと理解することができた。xに使ったのは色つきの大きな丸磁石で，数字のは数が多く必要なので，マグネット式の碁石の白色を使った。負の数を磁石で表すには，磁石の色を変えると説明できないことはないが，ややこしくなって混乱さすおそれがあると思い，しなかった。

(3)　今回扱う方程式が，やさしいということで，どうしても逆算で解いてしまう生徒がでてくる。また，解がきちんと逆算ででるので，それでいいと思っている生徒がいるので注意したい。また，クラスで20名くらいは，数学の塾にいっていて，移項をつかって$\boxed{2}$の問題を解く生徒がいる。等式の性質が移項の考え方に結びつくことが，理解できていればいいと思うが，「そんなんわからんけん，先生移項つかってええだろ。」と等式の性質と移項を別のものと考えている生徒もいるので，等式の性質から移項がでてくることをしっかり理解させたい。

（春木　　透）

移項による方程式の解き方を理解させる指導

名西郡高浦中学校　1年C組（男子21名，女子18名）

1　題　　材　方程式の解き方

2　学級の実態

男子は活発でよく発表するが，女子は男子にくらべ平均点はよいのに発表しない。定期テスト，単元末テストで半数が80点以上とれる場合でも，2割の生徒は50点をこえることができないがまったくわからないという生徒はいない。塾は約半数が行っているが，行かされているという意識の生徒もいる。自主学習として1週間に2ページのノート提出は，内容のよいものは少なく，多くは提出のための2ページになっている。すなわち，授業への取り組みは真面目であるが，自分なりの目標をもち，数学を勉強しているという生徒はあまりみられない。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 移項の意味を理解する。

② 移項の考えを使って方程式の基本的な解き方を理解する。

(2)　授業の視点

小学校では未知の数量をはじめは□を使って，後に文字xを用いて立式し，これを逆算で求めることを学んできている。これらの予備テストの結果では計算問題20問全部できた生徒が$\frac{2}{3}$で，残りの生徒もほとんど1～2問のまちがいであった。文字式の終わりの頃，生徒は早く方程式に入ろうと催促される位で，興味をもっている単元である。

中学1年生ではこれからの方程式のスタートとして，1次方程式を取り扱うので，決して逆算で求めることなく，最初の3時間は，等式の性質を使って解を求めてきた。

本時移項の考えを取り入れるのは，方程式の解法を形式的，機械的に処理することができるようにするためであるが，基本的には等式の性質の利用にあることを強く認識させる必要がある。そして解を求めることだけでなく，等式の性質を使って，移項やxの係数を1に変形していく過程を大切にしたい。また1つの問題をみて何をどちらの辺に移項しなければならないか自分で決められるように指導しなければならない。

<予備テストの一部>

○ $x+12=27$　○ $x-8=13$　○ $x\times 8=400$　○ $x\div 6=70$

○ $8\times x-14=74$　○ $x\div 3\times 5=35$　○ $(x+30)\times 4=200$

○ $(x-35)\div 6=3$　○ $(x+6)\times 5\div 2=20$

(3) 本時の展開

学　習　内　容　と　学　習　活　動	指　導　上　の　留　意　点
1　学習課題について考える。 (1) ある数 x を3倍して5をひくと19になる。 (2) ある数 x を5倍して8をたすと23になる。 ○ 関係を式に表す。 $3x-5=19$ ①　　$5x+8=23$ ① ○ 方程式を解く。 両辺に5をたして　　両辺から8をひいて $3x=19+5$ ②　　$5x=23-8$ ② $3x=24$　　$5x=15$ 両辺を3でわって　　両辺を5でわって $x=8$　　$x=3$	○ 方程式であることを確認させる。 ○ 等式の性質を使って，方程式を解く場合，式の形がどのように変わっていくかを考えさせる。 ○ 方程式を解くということは等式を変形して，$x=a$ にすることを確認させる。
2　関係を式に表した最初の式①から，2行目の式②に変形したときどんなことに気づくか考える。 ○ 左辺の－5がなくなって右辺に＋5となってきている。 ○ 左辺の＋8がなくなって右辺に－8となってきている。	○ 左辺の項が右辺へきたときには符号がかわっていることを確認させる。
3　移項の意味を知る。 ○ 等式の左辺から右辺へ，右辺から左辺へ項を移すことを移項といい，項の符号が変わることをまとめる。	○ 移項は等式の性質から生まれたものであって，新しい考え方によるものではないことを理解させる。 ○ 方程式を機械的，能率的に解けるために移項という見方ができるようにさせる。
4　$4x=50-6x$ を解く。 ○ どの項を移項するか。	○ 移項の考えを利用して解かせる。
5　次の方程式を解く。 (1) $-2x-5=11$　　(2) $7x+15=3x-15$ ○ 移項は等式のどの性質を利用したのか。 6　評価テストと感想 ○ $9x+2=4x+17$ を解く。 ○ 移項を習っての感想をかく。	○ 2つの項を同時に移項できるようになる。 ○ ノートを提出させる。

4　指導の実際と考察

(1) 関係を式に表す　$3x-5=19$，$5x+8=23$はほとんどの生徒ができた。

(2) $3x-5=19$から両辺に5をたして変形するとき，$3x-5+5=19+5$とかく生徒は，$3x-5=19$から$3x=19+5$に変形したとき，どのように変わったかを見つけにくかったので左辺の数の項は消去できて0になるのでかかせないようにした。

(3) 左辺の-5が右辺にくると$+5$，左辺の$+8$が右辺にくると-8になっているのを発見するのは，知っている者もいて速かった。

(4)

$3x-5=19$		$3x\boxed{-5}=19$
両辺に5をたして	——→	左辺の-5を右辺に移項して
$3x=19+5$		$3x=19\boxed{+5}$

「両辺に5をたして」とか，「両辺から8をひいて」といっていたのが，「-5を右辺に移項して」とか「$+8$を右辺に移項して」という見方が変わったことを確認させた。

(5) 移項する項をいわせ，移項する項に印をつけた。移項した後は符号が変わっていることを確認させた。

(6) $-2x=16$から次の変形で-2を移項して

$x=16+2$とする生徒がいた。-2という項はないので-2は移項できず，左辺をxだけに変形するにはxの係数-2で両辺を割らなければならないことを説明した。

(7) $7x+15=3x-15$を解くには，今までは両辺から15をひいて等式をつくり，また，両辺から$3x$をひいて変形していたが，1回で$7x-3x=-15-15$と変形できたときは非常に便利で速いと感じていた。

(8) 移項は等式の性質のどれを利用したことになるかの質問に答えられなかったものがだいぶんいた。

(9) 評価テストで移項ができなかった例とその生徒の感想

①
$9x+2=4x+17$
$9x-4x=2-17$
$5x=-15$
$x=-3$
（前の解き方より簡単で，はやくできてめんどくさくないので役に立った。）

②
$9x+2=4x+17$
$-9x-4x=-2-17$
$-13x=-19$
（わからない）

③
$9x+2=4x+17$
$=9x+4x=2+17$
$=\quad 13x=19$
$x=32$
（移項の方がわかりやすい）

④
$9x+2=4x+17$
$9x-4x=2-17$
$5x=15$
$x=3$
（むずかしい）

○　移項ができなかった生徒が３９名中４名いた。

○　誤答は３９名中３名いた。

○　移項ができず，計算をまちがい，解がたまたまあった生徒が１人いた。解だけでは評価できない。

○　移項のできた生徒は簡単な評価テストだったので全員正解だった。

○　移項が理解できていないのに，わかったと思っている生徒もある。

(10)　移項を習っての感想

○　予習をしていたので移項はやりやすかった。　○　わかれば非常に面白くなるほどと思いました。　○　とてもやすかった。　○　項は移せるけど，その後の符号を変えるのがわすれやすいから気をつけたい。　○　前の仕方よりもやさしくとても楽しい。　○　これからもずっと移項の仕方でむずかしい問題を解いていきたい。　○　等式の性質を使ってするより移項する方がよくわかった。　○　方程式の始まったとき予習していて仕方がちがっていたけどやっと仕方が同じになったのでよかった。　○　少しむずかしい。　○　方程式の解を求めるのにたくさんの式や文をかくのを省略できてとてもわかりやすくなった。

○　移項を習って便利になった。

5　授業後の反省と今後の課題

本時は，移項に入るまでの指導で方程式の両辺に何を加えるか，両辺から何をひくかを発見し，変形する過程を能率的，機械的にすることを理解させる授業であった。評価問題もやさしかったためか９割の生徒ができていたので，一応移項の考えを使って，方程式の基本的な解き方は理解できたと思う。しかし，能力の低い生徒は，移項を習っても，前の解き方でしようとするし，塾等で移項を知っている生徒は，なぜもっと早く移項を使わせてくれなかったのだろうという生徒もいて，移項を使っての１時間目はすっきりとしないものが残る。

また，生徒の感想より移項は便利だ，おもしろい，やさしいと感じている生徒が多いが，ただ移項の仕方だけを覚えて，なぜ移項ができるかまできちんと理解できている生徒が，果たしてどれ位いるだろうと疑問である。等式の性質と移項とは別のものととらえたり，移項が等式の性質のどれを使ったかがわかっていない生徒がいるので，今後の授業でこれらを十分おさえていかなければならない。

方程式の単元は生徒が興味をもっているだけに，今後いろんな方程式を解き，解ける喜びを味わわせ，少しでも数学が好きになる糸口にでもなればと願っている。

（山口　邦子）

一次方程式を利用して過不足に関する問題を解決させる指導

徳島市城西中学校　1年6組（男子20名，女子17名）

1　題　　材　方程式の利用

2　学級の実態

本学級の生徒は，男子が活発で発表も多いが落ち着きがなく少し難しい問題になるとミスが目立つ。逆に女子は静かで消極的であるが，じっくり考える態度ができつつある。また授業後も問題を解いたり質問をする意欲的な生徒が数名いる反面，基礎学力に乏しくやる気はあるのだが，難しいと思うとすぐにあきらめてしまう生徒が2名いる。全体としては塾に通う者が7割近くおり，かなり先の題材まで予習済みであるものの解答の方法だけ覚えているといった者がほとんどで，計算問題には自信があるが，文章問題となるとその意味をしっかり理解できず苦手意識を持っているものが多い。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　過不足に関する問題を方程式を利用して解決できるようにする。

②　解が問題にあっているかどうかを確かめる。

(2)　授業の視点

方程式は解けるが，応用問題はできないとか応用問題は苦手であると思いこんでいる生徒がいる。その原因として問題をよく読んでいないとか関係の把握が不十分であるともいわれている。特に生徒の量についての認識が弱いことに原因があるように思われる。したがって，応用問題は量の関係を順思考によって立式しその方程式を解いて未知の量を求めるという原則や，〔1あたりの量〕×〔分量〕=〔全体の量〕という量の法則，そしていろいろな1あたり量をまとめて復習しておくことが特に必要と思われる。

本時の過不足の問題では，同一の数量を2つの表し方で示すことにより等量関係をつくり出すもので問題の中に述べられている不変量は何であるかをしっかりととらえさせ，部分量の把握，総合量への組み立てを考えさせていかなくてはならない。また求答量をxとすると立式が難しくなる場合や求答量が2つある場合もあるので，それにもふれておきたい。ただあまり複雑な問題を取り扱うことはさけ，方程式を利用することによって文章題が手ぎわよく解決されることを生徒に感得させたい。

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1　学習課題について考える。	
何人かの子どもがいる。この子どもたちに鉛筆を，５本ずつくばると１２本余り，７本ずつにすると４本たりないという。 子どもの人数を求めよ。	○　問題をよく読みかえして問題の中から数量を取り出し，数量関係を考えさせる。
問題に含まれている数量をとり出しその関係を調べる。 ○　鉛筆の本数は鉛筆を５本ずつくばる場合と，７本ずつくばる場合の２通りの表し方ができる。 （鉛筆の本数）→５×（人数）＋１２ （鉛筆の本数）→７×（人数）－４	○　未知数が２つあるが，鉛筆の本数が，人数を用いて２通りに表せることに気づかせる。
2　子どもの人数をx人として，方程式をつくる。 ○　解が問題にあっているかを調べる。	○　両辺とも鉛筆の本数を表していることを確認させる。
3　鉛筆の本数をy本として，方程式をつくる。	○　どの未知数を文字で表すかによって立式が難しくなる場合があることを理解させる。
4　練習問題を解く。	
○　いくつかのミカンを子どもに分けるのに，１人に８個ずつ配ると１０個不足し，１人に６個ずつ配ると４個余るという。子どもの人数とミカンの個数を求めよ。	○　子どもの人数とミカンの個数のどちらを文字でおくか考えさせる。
○　クラス会の費用を集めるのに，１人２５０円ずつ集めると５００円余り，１人２００円ずつ集めると１４００円不足するという。 クラス会の人数を求めよ。	○　クラス会の費用と集めたお金との関係を考えさせ，「余る」「不足」という言葉の意味をしっかりととらえさせる。

4　指導の実際と考察

(1) 問題の中から数量を取り出す場合，文章中の数字ばかりにとらわれ，未知数である子どもの人数や，鉛筆の本数全体に気づかない者や，鉛筆の過不足と５本ずつや７本ずつといったひとりあたりの本数との違いが認識できていない者がおり，文章題の難しさを感じた。

(2) 鉛筆の本数を y 本として方程式を作ることを考えさせると，援助なしに立式できた者は２名しかなく，生徒にとって逆思考の難しさを感じとらせた反面，何をやっているかわからなくなってしまった生徒もいて，発問の方法や指導法について反省している。

(3) 練習問題の子どもの人数とミカンの個数を求める問題では，ほとんどの生徒が子どもの人数を x 人として考えられていた。ただ問題の形が最初の課題とよく似ているため，同じようにした生徒が多いのかもしれない。

(4) クラス会の費用の問題では，「余り」→プラス，「不足」→マイナスというイメージが強く，$250x+500=200x-1400$ という方程式を立て，解がマイナスの数になってしまい，悩む生徒が目についた。これは，方程式の左辺と右辺が何を表すものかという認識が弱いということや，集めたお金とクラス会の費用の関係を十分把握できないまま，立式を急いだ結果と思われる。何故こういう結果がでてきたのか生徒同士で話し合わせたかったが，時間が足りず説明するだけになった。

(5) 指導記録（学習課題について考える）

T　この問題の中にはどんな数量が含まれていますか。

P　５本，１２本，７本，４本です。

P　子どもの人数，鉛筆の本数です。

T　この中でわかっていない数量は何ですか。

P　子どもの人数です。

T　それだけですか。他にありませんか。

P　鉛筆の本数も。くばる本数や余るのとかは決まっているけど，全体はわからない。

T　そうですね。鉛筆がもともと何本あったかっていうのはわかっていませんね。鉛筆の本数はどうやったらわかりますか。

P　子どもの人数がわかったらわかります。

T　では，子どもの人数を x 人とおくと，鉛筆の本数はどう表せますか。

P　５本ずつくばると１２本余るから（$5x+12$）本です。

P　（$7x-4$）本とも表せます。

T　そうだね。（$5x+12$）本，（$7x-4$）本と２通りに表せますね。両方とも鉛筆の本数を表しているのだから，これを等式に表すとどうなりますか。

P　$5x+12=7x-4$ です。

T　そうだね。同じ物の量を表しているから等しいのは当然ですよね。これで x についての方程

式ができあがったね。ではこの式を解いてみてください。

P　$5x-7x=-4-12$，$-2x=-16$，$x=8$

T　子どもの人数が8人だとすると，鉛筆の本数はどうなりますか。

P　52本です。

T　8人に5本ずつくばると12本余り，8人に7本ずつくばると4本たりなくなるね。だから子どもの人数は8人でいいね。

T　今は子どもの人数を聞かれていたから子どもの人数をx人としたけど，もし「鉛筆の本数を求めなさい。」という問題だったらどうしますか。

　鉛筆の本数をy本とおいて方程式を立ててみてください。

P　難しい。わかりません。

T　最初のは，子どもの人数を使って鉛筆の本数が2通りに表せたんですね。今度は鉛筆の本数を使うのだから何を表したらいいですか。

P　子どもの人数です。

P　$\dfrac{y-12}{5}=\dfrac{y+4}{7}$ です。

T　そうですね。みんな苦労していましたね。この方程式は立てるのも難しいし，解くのも簡単ではないね。たしかにこの式を解けば$y=52$となって先ほどと同じ結果になるのだけどこれでは大変だね。子どもの人数も鉛筆の本数も未知数だけど，どちらを文字でおくのかによって立式のしやすさが違うんだね。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　文字式による数量の表し方の指導がなされていても，文章題を方程式に表現することにはなかなかつながらない。何がどのような関係にあるのかという構造把握が，十分におこなわれないまま立式しようとする生徒が目についた。したがって，取り上げる問題は，生徒の経験を重視し，興味・関心のあるものを選択することが必要であるし，導入には具体的な数量を用いるなどして文章中の数量関係をしっかり把握させなくてはならないであろう。本時では，導入の段階で，子どもの人数と鉛筆の本数との関係を強く印象づける工夫が必要であったと思う。

(2)　文章中の数量関係をとらえ立式する過程では，情景図や表を用いることが多いが，この授業では，図や表に表すということを指定しなかった。生徒は一人ひとり図を書いて考えていたが，経験を積んでいく中でどういうふうにしたら一番わかりやすいかをつかんでいくものだと思う。ただすぐに立式しようとして悩んでいる生徒には図などを利用するよう助言したが，どういう図や表を書けばよいのかでまた悩むことも多い。文章題の苦手な生徒にとっては，さらに細かいステップが必要なのではないかと感じた。

（伊藤　浩二）

方程式を使って距離に関する問題を解く指導

徳島市徳島中学校　1年4組（男子19名，女子17名）

1　題　　材　方程式の利用

2　学級の実態

本学級では65％の生徒が学習塾にかよっており，教室で学習する内容よりも先へと進んでいる生徒が多い。また逆に意欲に欠け，援助しなければ学習にうちこめない，のんびりとしたタイプの生徒もかなりおり，能力や取り組み方に個人差が見られる。授業中はまじめに学習でき，思ったことは発言し，質問もよくするが家庭での学習時間は全体に少ないようである。内容においては，計算などの型にはまった内容は得意であるが，思考力や考え方にポイントがおかれる文章題や応用問題を苦手としている。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 速さ・距離・時間に関する問題を方程式を使って解くことができるようにする。

② 解を問題について吟味する必要性を知る。

(2)　授業の視点

計算は好きだが文章題は苦手であるという生徒が多い。理由は形式的な操作だけではだめで，文章を読みとり，条件をとり出し，立式する能力がなければ解決できないからだと思う。

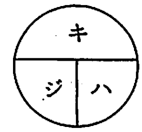
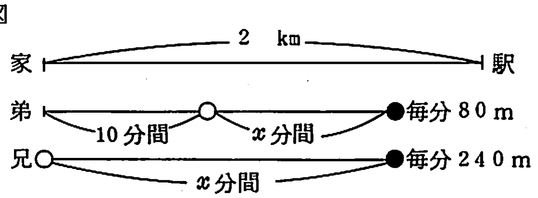
そこで方程式の利用の単元では，問題を与える場合に，生徒に身近な問題を提示し，内容については線分図や情景図を書くという方法で取り組みやすいようにそれぞれ工夫をした。

また，みだりに難しい問題はさけ，2学年の内容と重複しないようにも配慮したい。本時の距離に関する問題については，公式を忘れていたり，公式の意味の理解できない生徒もおり，方程式の利用のいくつかの例題の中でもできのよくない内容である。このため速さ・距離・時間の関係を復習し，また，兄が弟を追いかけて行く様子を再現しながら，能力の低い生徒にも立式できるよう配慮したいと思う。また，追いつきの問題は解が問題にあっているかどうか吟味するのに適切な例題であるため，最後に知らせておきたい。

次の数値は方程式の解き方を習った後に調査したものである。（調査人数　208名）

- 時速4kmで2時間歩くと何km進むか。　（正答　80.3％　誤答　19.7％）
- 時速$x$kmで45分間歩くと何km進むか。　（正答　45.2％　誤答　54.8％）
- 速さを求める公式を書け。　（正答　65.4％　誤答　34.6％）

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1　本時のめあてを知り復習をする。 毎時 4 kmの速さで歩いている人がいる。 (1)　3時間でどれだけの距離を歩きますか。 毎分 8 0 mの速さで歩いている人がいる。 (1)　3 分間でどれだけの距離を歩きますか。 (2)　x 分間でどれだけの距離を歩きますか。	○　速さ・距離・時間の関係を知る。 
2　課題について考える。 弟が，2 km離れた駅に向かって家を出てから 1 0 分たって，兄が自転車で同じ道を追いかけた。 弟の歩く速さは毎分 8 0 m，兄の自転車の速さは毎分 240 m であるとすると，兄は出発後何分で弟に追いつくか。 図 	○　各グループで，兄と弟の動きを再現して状況を判断するよう工夫する。代表者にも前で動いてもらう。 ○　線分図を書き，同じ時刻のところに青と赤のマグネットをおき等しい数量は何か気づかせる。 ○　わかっている数量を図に記入させ，どの未知数を x にするか決めさせる。
3　方程式をつくり解く。 解が問題にあっているかどうかを調べる。	○　等しいものは何かを頭において方程式をつくらせる。 ○　吟味の必要性を理解させる。
4　テストをする。 汽船が港を出てから 1 5 分後にモーターボートで汽船を追いかけた。汽船の速さを毎分 200 m，モーターボートの速さを毎分 500 m とすると，モーターボートは何分後に汽船に追いつくか。	○　机間巡視をして，できない生徒の個別指導をする。グループで相談してもよい。
5　練習をする。 家から 1 7 0 0 m離れた学校に向かって，途中までは分速 7 0 m で歩き，残りは分速 130 mで走ったら，全部で 2 0 分でついたという。走った時間は何分か。	○　タイプの違った距離の問題に挑戦し次の時間への足がかりとする。

4　指導の実際と考察

(1)　最初の復習で距離の計算をする時に，x分間に進む距離の求め方を練習しておいたために課題の距離の計算がスムーズにできたと思う。

(2)　課題について考える時。

①　課題を読んだ後で，机の上で兄弟の動きを再現したり，2名に代表して前で動いてもらったが，時間をかけたわりには等しい数量を見つける手だてにつながらなかった。しかし，どの地点で追いつくかという疑問を持った生徒もいたにちがいない。

②　簡単な線分図の段階で，「等しい数量は何か。」という発問に対して生徒からの反応が乏しく，こちらの意図する答えが得られなかったことについて，発問のタイミングの悪さや，指導の仕方について反省している。兄弟の動きを再現する時に等しい数量は何かについて考えさせておけばよかった。

③　他のクラスで弟の10分後から兄に追いつかれるまでの時間を（ $x-10$ ）分と記入している生徒が何人かいたために，同じ時刻のところに青と赤のマグネットをおいた。

④　線分図に記入していく時に，xを使ってわかる数量の記入を黒板にしないで，方程式のつくり方が2種類になるように工夫した。

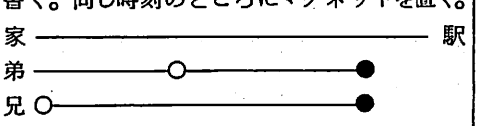
$$80(10+x)=240x$$

$$800+80x=240x$$

(3)　テストをするについてでは，とりかかりが早く計算もすばやくしていたが，グループで相談した後にも，立式のできていない生徒や計算まちがいの生徒が数名ずついた。

(4)　練習をするでは時間が足りなくて求め方の説明ができずに終わったが，同じ距離に関する問題なのに，解きにくそうであった。

次は本時の展開　2　課題について考えるの指導記録である。

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
○　課題が読めたら，各グループで兄弟の絵入りカードを動かして下さい。	○　全員でわいわい言いながら取り組む。
○　前では2人に代表して動いてもらいます。	○　駅で追いついたり，途中で追いついたりしてとまどいながらも楽しそうにする。
○　もう一度兄弟の動きをまとめて黒板に図を書く。同じ時刻のところにマグネットを置く。  	
○　この図を見て等しい数量は何だと思いますか。	○　わかりにくそうである。
○　それでは黒板の図を参考にして，プリントに図を書いて下さい。わかっている数量は何	○　2km ○　10分

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
でしょう。記入しましょう。	○　毎分８０ｍ，毎分２４０ｍ
○　わからない数量は何でしょう。	○　兄が家を出てから弟に追いつくまでの時間と距離です。 ○　弟の１０分後から兄に追いつかれるまでの時間と距離です。
○　それでは何をxとすればよいでしょうか。	○　兄が家を出てから弟に追いつくまでの時間です。
○　その時間をx分とすると，弟の１０分後から追いつかれるまでの時間はどう表せばよいでしょう。	○　x分です。マグネットで確認をする。
○　では方程式をつくりましょう。等しいところに目をつけて下さい。できた人は黒板に書いて下さい。	○　等しい数量の確認はしなかったが，すばやく立式している。 ○　$80(10+x)=240x$ ○　$80\times 10+80x=240x$

５　授業後の反省と今後の課題

(1) 他のクラスの授業で，自由な考えや図を書いて解くように指示をすると，小学校ですでに学習しているために表を書いて求めたり，800 mを速さの差でわって求める生徒が１名ずついた。また，図では１本の線分図で書いたり，わかっている数量を全部記入しないで解いたり様々であった。この授業の場合，生徒の考え方やつまずきがよくわかり利点もあるが，自分本位の図は短時間で理解しにくく，説明に時間がかかった。そこで本時は線分図を同じパターンにすることにした。しかし本時の線分図の場合でも，一部の生徒は時間の長さと距離の長さが図の中できちんと整理がついていなかった。線分の長さは距離であることをしっかりおさえておく必要があった。

(2) 問題を解く手順として「①等しい関係にある２つの数量を見つける。②問題に含まれている数量をとり出す。③適当な数量を文字で表し，方程式をつくる。」ということで指導案をつくったが，②①③の順が適当だったと思われる。

(3) 時間，距離，速さに関する問題はやはり生徒にとって難しそうであった。本時の課題ができても，練習のように少しタイプの違った問題になると解決できないでいる。時間の許す限り往復の計算など異なった応用問題にも慣れさせる必要がある。また，アンケートで示すように単位の異なる場合や文字を使った場合に公式が使えなかったりするので，指導に留意していきたい。

(4) 生徒の中には，文章題について苦手意識を持つ者が多いので，文章題の選択や，生徒の主体的，創造的な思考が積極的に行われるような場面設定をし，苦手意識を除去する工夫を今後も続けていきたいと思う。

（米津　裕美）

ともなってかわる数量の間の関係を考察させる指導

三好郡三好中学校　　1年A組（男子24名，女子20名）

1　題　　材　　ともなって変わる量

2　学級の実態

本校は全校生徒数252名で1学年2学級の小規模校である。生徒は4つの小学校から入学してきている。中でも東山・増川校区は全体の10％程度であるが，遠距離のためそのほとんどが寮生活を送っている。この学級も4月にクラスができたころはワイワイガヤガヤとにぎやかであったが，最近はだんだんと落ち着きが見られるようになってきた。学習面においては予習や復習の習慣がついていない生徒，ノートの書き方やその活用の仕方がうまくできていない生徒，授業開始時にその授業の準備ができていない生徒，グループ学習に消極的な生徒，そして宿題や準備物を忘れてくる生徒など全般的に言って積極性に乏しいことがあげられる。自ら進んで課題を持ち，その解決に向けて一生けんめい努力していくような生徒に育てていくことがこれからの課題であると考えている。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 実際に実験や観察を通して，変化していく事象の中からともなって変わる2つの量を抽出し，2量の間の関係を考察させる。

② 変化の様子を対応表に書き込み，グラフ化することにより，その中で一意対応が関数であることを捉えさせる。

(2)　授業の視点

身の回りのいろいろな事象の中から，ともなって変わる数量を見つけて，それを実際に実験することにより，より身近な問題として関数を捉えることができるようにするために，本時を計画した。

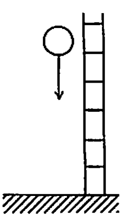
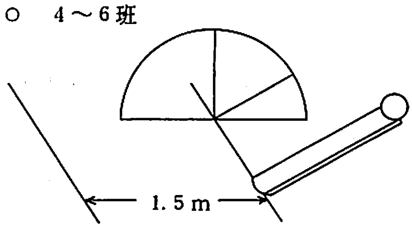
① 前時にはこの単元への導入として，小学校6年で学習した比例について復習した。小学校6年での目標は「正比例・反比例の意味を知らせ，それらの関係を式やグラフに表し，その特徴を調べたり，未知の量を求めることができるようにする。」となっており，小学校でもかなりのものが指導されてきていることがわかる。中学校1年では関数の形式的な定義よりも実質的な内容を捉えることによって関数概念の形式を推しはかっている。

② 前時の終わりに，自分の身の回りでともなって変わる数量をあげさせたところ，次のようなものが出された。

ア　ボールを落とす高さとはねあがる高さ
イ　ボールをころがして，ある距離を進むのにかかった時間
ウ　燃えている線香の時間と燃えた長さ
エ　自転車のペダルの回転数と進んだ距離
オ　鉛筆で書いた線の長さと減った芯の長さ
カ　ストーブの使用時間と減った灯油の量

以上の中から多数決でア，イ，ウの３つを選び実際に実験をすることにした。

(3)　本時の展開

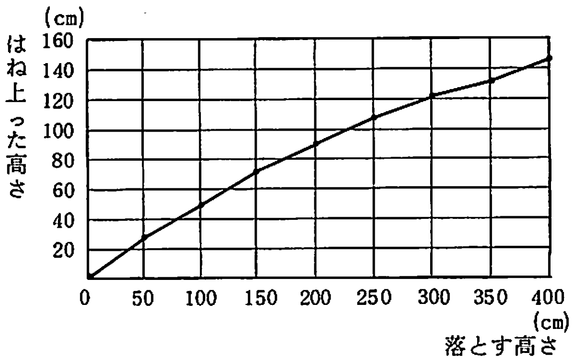
学習内容と学習活動	指導上の留意点	準備物
1　本時の学習課題を確認する。 2　各自の作業分担を班長が再確認をして各班ごとに実験を行う。	○　体育館集合，班ごとに整列	○　筆記用具 記録用紙
1～3班 ∘バレーの審判台や2階のステージを使う。 ∘落とす高さを50cmずつ高くしていく。	○　1～3班 落とす時もはねあがった時も測定する。 ポイントはボールの底に統一する。 	○　1～3班 バレーボール ものさし （長さ４ｍ）
4～6班 ∘1.5ｍの間かくでテープを床面にはる。 ∘分度器ととといを手で固定し，ボールをといの最上部から静かにはなす。 ∘ボールが床面に着く瞬間から計測しはじめる。 ∘といの角度を変える。	○　4～6班  短時間の計測なのでストップウオッチを押すタイミングをうまく合わさせる。	○　4～6班 ソフトボール とい (長さ60cmでダンボール) 時計，ハサミ ビニルテープ 大型分度器
7～9班 ∘線香に火をつけた瞬間から計測しはじめる。 ∘1分ごとに長さを測る。	○　7～9班 測定するポイントは燃えて灰になった所と燃えてない所の境目に統一する。	○　7～9班 線香（細め） マッチ，時計
3　記録係が集計した表を他の班員が書き写し，グラフを作成する。	○　グラフの縦軸は測定値に合わせて適当に決めさせる。	
4　グラフから気のつくことを発表する。	○　班ごとに話し合いをさせて班長に発表させる。	
5　本時のまとめをする。		

4　指導の実際と考察

(1) 指導記録

日　時　　昭和６２年１０月２８日　第３校時（５０分）

学　級　　１年Ａ組（男子２４名，女子２０名）

<table>
<tr><th>教師の発問と活動</th><th>生徒の活動と反応</th></tr>
<tr><td>① １～３班
「バレーボールを落とす高さとはね上がる高さの関係」
○　高さを測るポイントはいつでもボールの最下部ですよ。
○　ボールの持ち方は横から両手ではさむように。</td><td>○　長さ４ｍの板に１０cmごとにマジックで印をつけた白いテープを貼って作ったものさしを床面に対して垂直に立てる。
○　床から５０cmの高さにバレーボールを持ち上げ，静かに手をはなす。
○　高さを５０cmずつ高くしながら計３回測る。
「あんまりきれいに測れんなあ。」</td></tr>
<tr><td>○　いちばん高くはね上がった時の位置に目の線を固定しなさい。
落ちるボールを追わないこと。
○　記録係に測定値を写させてもらいなさい。
○　グラフの縦軸は測定値に合わせて適当に決めなさい。</td><td>○　バレーの審判台や２階のステージを使って落とす。
★ バレーボールのはね上がり
<table>
<tr><th colspan="2">落とす高さ (cm)</th><th>0</th><th>50</th><th>100</th><th>150</th><th>200</th><th>250</th><th>300</th><th>350</th><th>400</th></tr>
<tr><td rowspan="4">はね上った高さ (cm)</td><td>１回目</td><td>0</td><td>30</td><td>50</td><td>78</td><td>93</td><td>110</td><td>120</td><td>131</td><td>147</td></tr>
<tr><td>２回目</td><td>0</td><td>28</td><td>51</td><td>71</td><td>93</td><td>110</td><td>123</td><td>132</td><td>150</td></tr>
<tr><td>３回目</td><td>0</td><td>27</td><td>50</td><td>70</td><td>89</td><td>108</td><td>120</td><td>138</td><td>147</td></tr>
<tr><td>平　均</td><td>0</td><td>28</td><td>50</td><td>73</td><td>91</td><td>109</td><td>121</td><td>133</td><td>148</td></tr>
</table>

</td></tr>
<tr><td>○　グラフから気のつくことを各班で話し合って班長が発表しなさい。</td><td>○　落とす高さが高くなるにつれてはね上がってくる高さも高くなっている。
○　正比例（この時「だんだんとはね上がり方が小さくなんりょるわ。」との声あり）
○　はね上がる割合は落とす高さが高くなるにつれて小さくなっている。
確かに，　$\frac{\text{はね上がった高さ}}{\text{落とす高さ}} = \mathrm{P}$
を計算してみると，</td></tr>
</table>

教師の発問と活動	生徒の活動と反応

★バレーボールのはね上り

落とす高さ	50	100	150	200	250	300	350	400
はね上った高さ	28	50	73	91	109	121	133	148
割合 P	56	50	49	46	44	40	38	37

というようにPはだんだんと小さくなっている。

○ どうしてはねあがり方が小さくなっていくのだろうか。

○ 沈黙 ……… 空気がじゃましている。

○ 真空状態で行えば正比例になるだろうが，空気抵抗がだんだんと大きくなるためじゃないかと思います。

○ なるほどとうなずく者もいるが，真空状態でやってみたいという声もきこえる。

② 4～6班
「ボールをころがす角度と一定距離を進むのにかかった時間」

○ 1.5ｍの間かくでテープを床面にはる。
○ 分度器をテープに合わせ床面に対し垂直に立てる。
○ といの角度を５度に設定し手で固定しておく。
○ ソフトボールをといの最上部から静かに離す。
動きだして床に着いたが予想通りスピードがない。
「あー曲がった。先生はかんりょってええんですか。」

○ 仕方ないからはかって
○ 次は角度を１０度にしなさい。

○ 今度はだいぶんまっすぐころがった。

○ ストップウォッチを押すタイミングを合わすこと。

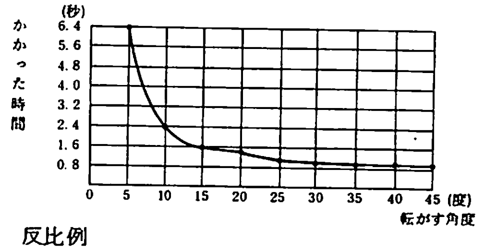
○ といの角度をだんだんと大きくしていく。

○ 時間は小数第２位まで測り平均も同じようにすること。

★ボールころがし（転がすときの角度と一定距離を転がるのにかかる時間）

転がす角度（度）		0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
かかった時間（秒）	1回目	0	6.40	2.30	1.60	1.40	1.00	0.93	0.86	0.87	0.88
	2回目	0	6.30	2.40	1.60	1.50	1.00	0.96	0.87	0.89	0.89
	3回目	0	6.50	2.50	1.40	1.30	1.10	1.00	0.96	0.92	0.86
	平均	0	6.40	2.40	1.53	1.40	1.03	0.96	0.90	0.89	0.88

○ グラフの縦軸は測定値にあわせて適当に決めなさい。



○ グラフから気のつくことを各班で話し合って班長が発表しなさい。

○ 反比例
○ ころがす角度が大きくなるにつれて，かかった時間は短くなっている。
○ ３５度から４５度のときはかかった時間がだいたい同じになっている。

○ 参考までに，一般には，$t^2 \sin\theta =$ 一定（t ＝かかった時間，θ ＝ころがす角度）という関係があるそうだが，角度が小さい時は誤差が大きい。

教師の発問と活動	生徒の活動と反応

＊ボールころがし（転がすときの角度と一定距離を転がるのにかかる時間）

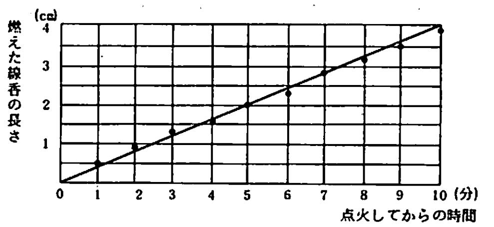
角度(度)	5	10	15	20	25	30	35	40	45
時間(秒)	6.40	2.40	1.53	1.40	1.03	0.96	0.90	0.89	0.88
$t^2 \sin\theta$	3.57	1.00	0.61	0.67	0.45	0.46	0.46	0.51	0.55

③　7～9班
「燃えている線香の時間と燃えた長さの関係」
○　測定するポイントは燃えて灰になった所と燃えていない所の境目とすること。
○　グラフの縦軸は測定値に合わせて適当に決めなさい。

○　線香に火をつけた瞬間から計測しはじめる。

＊線香　（元の線香の長さ……　7.6 cm）

点火してからの時間(分)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
線香の長さ(cm)	7.6	7.1	6.7	6.3	6.0	5.6	5.3	4.8	4.4	4.1	3.7
燃えた線香の長さ(cm)	0	0.5	0.9	1.3	1.6	2.0	2.3	2.8	3.2	3.5	3.9



○　グラフから気のつくことを各班で話し合って班長が発表しなさい。
○　時間がたつにつれて燃えた長さは長くなっている。
○　正比例の関係

○　どうして正比例の関係だということができますか。
○　だいたいまっすぐに点が並んでいるから。

○　時間が2倍になったら燃えた長さも2倍になっているのはどこですか。
○　4分から8分の時，燃えた長さは 1.6 cmから 3.2 cmになってちょうど2倍です。

○　誤差も考慮に入れたら正比例の関係とみていいですね。

④　今日実験したように，例えば7～9班で言えば時間を決めれば燃えた長さが決まってくる。このような時，燃えた長さは時間の関数であると言います。

5　考察と今後の課題

以上3種類の実験に取り組むことによって変化や対応のようすを表やグラフに表し，関数を感覚的に捉えさせようと試みたが，果たしてどれだけのものを生徒は得ることができたのだろうか。しかし，少なくとも資料だけからともなって変わる量について調べるよりは興味がわいてきたのではないだろうかと思う。ただ実験の準備が充分にできていなかったせいで，授業の前になってあわてたところもあり，班活動の大切さを改めて思い知らされた。

（藤本　慎二）

正 比 例 の グ ラ フ

板野郡北島中学校　1年H組（男子19名，女子21名）

1　題　　材　正比例のグラフ

2　学級の実態

本学級の生徒は，全体的におとなしく，あまり発表・質問などしない。授業態度は真面目で落ちついている。しかし，発表や質問が少ないため，理解が深まらない面があるようだ。

テストにおいては，点数の差が大きく，点をとれる生徒と，そうでない生徒にわかれてきている。男子よりも女子の方が平均点が5点ぐらい高い。

小学校の高学年のころから数学が苦手になってきている者が多く，応用問題や深く考えなければできないような問題にであうと，すぐにあきらめる傾向がある。又，塾に7割近くの生徒が通っており，型にはまった問題をよく解いているせいか，そういった問題の正解率は高い。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　正比例のグラフのかき方を理解する。

②　$y=ax$のグラフにおいて，x，yの値の変化と，aの正負によるちがいを理解する。

(2)　授業の視点

小学校でも正比例のグラフは扱っていて，グラフをかくときに必要な次の基本的な手続きを学習している。

○　x，yの対応する値の表をつくる

○　座標平面上に点をとる

○　点をつないで直線をひく

しかし，ここでは，x，y，aが負の場合も扱うので，はじめからていねいに，上の手続きを指導していきたい。

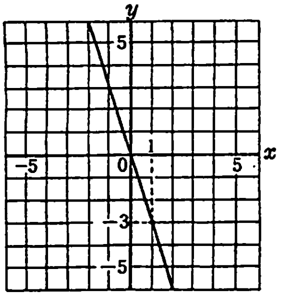
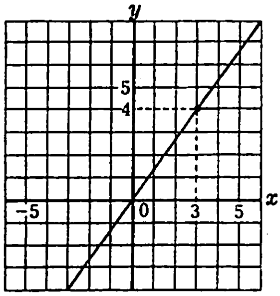
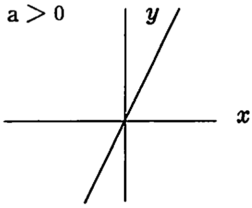
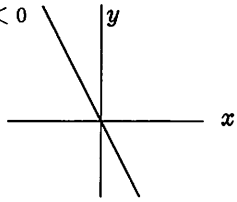
「点を求めてグラフをかく」ことを主とし，これによってグラフの意味をしっかり把握させ，関数の対応や変化のようすを視覚的にとらえさせたい。

関係式と対応する値の表とグラフの3つをうまく利用して，2つの量がどのようにともなって変わるのか，表せるようにし，「変化と対応」という2つの面で関数をとらえさせたい。

(3) 本時の展開

<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1 学習課題について考える。

$y=-3x$ のグラフと，$y=\frac{4}{3}x$ のグラフを書く。

○ 原点ともう1つの点をとって，直線をひけばよいことを理解する。
$y=-3x$　　　　　$y=\frac{4}{3}x$
</td><td>○ 正比例 $y=ax$ のグラフは原点を通る直線であることから，グラフの書き方を考えさせる。</td></tr>
<tr><td>2 練習問題を解く（P 111の7）</td><td>○ 比例定数が，正の数，負の数，分数の場合を練習させる。</td></tr>
<tr><td>3 正比例 $y=ax$ のグラフにおいて，比例定数 a の正負によって，どのような違いがあるかを理解する。
a＞0　　　　　a＜0

右上がりの直線　　　　右下がりの直線</td><td>○ a の正負によるグラフの違いを理解させる。</td></tr>
<tr><td>4 前時に書いた $y=2x$ と，$y=-2x$ のグラフから，x の値が1増すとき，y の値はどう変化するかを調べる。
○ $y=2x$ では，x が1増すと y は2増す。
（グラフは，右上がり）
○ $y=-2x$ では，x が1増すと y は2減る。
（グラフは，右下がり）</td><td>○ 実際にグラフから，発見させる。</td></tr>
<tr><td>5 正比例のグラフについてまとめる。</td><td></td></tr>
</table>

4　指導の実際と考察

(1)　授業記録（授業日；H 1. 1. 12）

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
1　正比例の関係を表す式は，どんな式でしたか。	○　$y=\mathrm{a}x$
2　$y=\mathrm{a}x$ のグラフの特徴は。	○　原点を通る直線である。
3　グラフはどんな方法でかきましたか。	○　対応する x，y の値の表を作り，座標平面上に点をとり，その点をつないで直線をひく。
4　もっと簡単にグラフをかく方法はないか考えてみよう。 ○　グラフは直線になるのだから	○　通る2点がわかればグラフはかける。
○　原点を通るのだから。	○　もう1点がわかればかける。
○　もう一点のみつけ方は。	○　x の値を適当にきめて，式に代入すると，y の値がきまる。
5　原点ともう1点をとって直線をひく方法で，グラフをかいてみよう。 ○　グラフ用紙は，あらかじめ目もりを入れてプリントしておく。 ○　グラフ用紙の端から端まで直線を引くよう指示しておく。	
6　$y=-3x$ のグラフをかく。 ○　OHPでグラフと，対応する x，y の値の表をみせる。点（1，−3）点（2，−6）等。いくつかの点について調べていく。	○　原点と点（1，−3）を結ぶ。 ○　ずれていれば直していく。
○　2点間の距離が短いと正確にかけないので適切な距離をとってグラフを書くように指示する。	○　原点と点（2，−6）を結んでもよい。
7　$y=\frac{4}{3}x$ のグラフを書く。 ○　点（1，$\frac{4}{3}$）は，座標平面上に取りにくいので，もっと取りやすい点をみつける。	○　原点と点（3，4）を結ぶ。

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
○　ＯＨＰでグラフと，対応するx，yの値の表をみせる。点（１，$\frac{4}{3}$）点（２，$\frac{8}{3}$）点（３，４）等，いくつかの点について調べていく。	○　対応するx，yの値が両方とも整数であるような点であれば，正確に点をとれることがわかる。
○　比例定数が分数の場合は，xの値をどんな数にすればうまくいくか。	○　xの値を比例定数の分母の数の倍数にすれば，対応するx，yの値は両方とも整数になる。
8　練習問題（Ｐ 111の$\boxed{7}$）をする。	

次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y = 3x$　　(2)　$y = \frac{3}{4}x$　　(3)　$= -\frac{1}{2}x$

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
9　$y = \mathrm{a}x$のグラフで比例定数ａの値の正負によってどのような違いがあるか。 ○　いままでかいたグラフから発見させる。	○　ａ＞０のとき　右上り ａ＜０のとき　右下り
10　ａ＞０のとき右上り，ａ＜０のとき右下りになることを，変数x，yの変化の仕方を調べることによって考えてみよう。 ○　前時にかいた，$y = 2x$と$y = -2x$のグラフを見てみよう。（ＯＨＰに２つのグラフを，うつして実際にかきこんでいく。）	
○　$y = 2x$のグラフではxが１増すと，yは……。	○　２増す
○　$y = -2x$のグラフではxが１増すと，yは……。	○　２減る
11　$y = \mathrm{a}x$でxの値が１増すと，yの値はいくら増すか。 ○　先に書いた$y = -3x$と$y = \frac{4}{3}x$のグラフと表をＯＨＰでみせながら考えさせる。	○　$y = -3x$ではxが１増すとyは３減る。 ○　$y = \frac{4}{3}x$ではxが１増すとyは$\frac{4}{3}$増す。（xが３増すとyは４増す。）

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
○　比例定数ａが正のときは，xが１増加するとyはａ増加していることを理解させる。 ○　比例定数ａが負のときは，xが１増加するとyは$\lvert a\rvert$減少していることを理解させる。 ○　y＝ａxのグラフで，ａ＞０では右上がり，ａ＜０では右下がりになることを，x，yの変化の仕方から理解させる。	○　y＝ａxについて，ａが正，負の場合で，関数の増減，グラフのようすが異なることをまとめる。

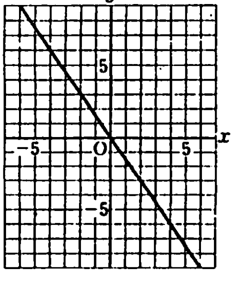
5　授業後の反省と今後の課題

型にはまった問題の場合は，機械的にやっていけばいいわけで，そのタイプの問題を何回もくりかえしやれば身につくだろう。しかし，原点ともう１点をとって直線をひく方法で，正比例のグラフをかく練習を何回もしていくうちに，グラフの意味（対応するx，yの値を座標とする点をつないだもの）が理解されなくなるおそれがある。生徒は型にはまった方法を覚え，何も考えないで，それを利用する傾向があり，なぜそのようにできるのかということが忘れられてしまう。

そこで，生徒が先の方法でグラフをかいたあとで確認するときに，x，yの対応する値の表をＯＨＰで映し，その値を座標とする点をひとつひとつ調べていくようにしたが，やはり，グラフと表と式の意味がはっきり理解されていない者がいる。

正比例y＝ａxについて，xの値が１ずつ増すとき，yの値はａずつ増していくことに気づかせることは，いままでに書いたグラフから理解させようとしたが，なかなか理解されにくいようである。

そこで次のような問題をこのあとしてみた。



x，yの関係をグラフに表したら，左の図のような直線になった。

(1)　xの値が，−４，−２，０，２，４のとき，これに対応するyの値をグラフからよみとれ。

(2)　xの値が１増すとyの値はどう変わるか。

(3)　x，yの関係を表す式をつくれ。

式（比例定数ａの値）から関数の増減やグラフのようすを考察できるようにすることは大切なことなので，理解を深める問題等を工夫しなくてはならないと思う。

（冨永　　宏）

三角形の決定条件を考察させる指導

小松島市坂野中学校　　1年E組（男子20名，女子19名）

1　題　　材　　多角形

2　学級の実態

本学級の生徒は，男子が活発的であり特に男子のリーダー的生徒が，学級全体をまとめているが，時として不真面目な態度をとり，他の生徒に与える影響も強く，指導しながらうまくリーダーシップを発揮させて，どんな時にでも頑張れるようにしていきたい。女子は全体としてのまとまりが弱く，少人数のグループでのつき合いが多くリーダーもまとめる力が弱い。学習面では，女子の頑張りがめだち，毎回テストの平均点は，女子の方が，5点位高い。数学においても入学してから3回の実力テストにおいても1回目0.9点，2回目7.5点，3回目5.3点と女子の方が高い点数をとっている。授業中は，男子の方が発表も積極的であり，活発であるが，女子の方が集中できている。2学期末に行ったアンケートでは，8割以上の者が，かなり楽しいクラスと感じている反面，しまりのないクラスという意見もでた。全体としてまだまだ幼なさが残るクラスである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 直線と線分の意味を理解する。

② 三角形の決定条件をまとめる。

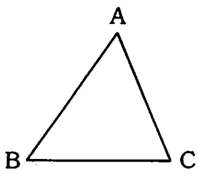
(2)　授業の視点

まず，直線と線分の区別を明らかにする。直線という用語は，小学校の2年で，「まっすぐな線を直線といいます」と定義しているが，ここでは，「まっすぐにかぎりなくのびている線であることを理解させ，両端のあるもの（線分）と区別させる。

角の記号∠は，∠ABCのかわりに，∠CBAと書いてもよいが，∠Bのような書き方は，他の角とまぎらわしくないときにだけ用いるということを注意しておく。

「三角形が決まる条件」については，小学校5年でも学習している。しかしこの条件は，多角形をかくときの基礎であり，実際に作図するとき，このことをよく用いるので，中学校での図形学習のスタートとして，ここで，まとめておく。

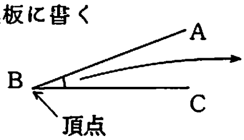
(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 学習課題について考える。 身のまわりのものを，形，大きさ，位置だけに目をつけて考え，図を書くことを中心に平面図形を調べよう。	 ○ 直観的に理解させる
2 直線，線分の意味を理解する。	○ 用語　線分
3 $\boxed{\text{問}}$ について考える。 右の三角形ＡＢＣと，形も大きさもまったく同じ三角形をかこうと思う。  かき方をいろいろ考えてみよう。 (1) ＡＢ，ＡＣの長さ (2) ∠Ｂの大きさ，ＡＢの長さ (3) ∠Ｂ，∠Ｃの大きさ ○ △ＡＢＣをかくのに，まず，２つの頂点Ｂ，Ｃの位置をきめる。 (1) ＡＢ，ＡＣの長さ (2) ∠Ｂの大きさ，ＡＢの長さ (3) ∠Ｂ，∠Ｃの大きさ ○ 三角形がきまる条件をまとめる。 (1) 辺ＡＢ，辺ＢＣ，辺ＣＡの長さ (2) 辺ＡＢ，辺ＢＣの長さと，∠Ｂの大きさ (3) 辺ＢＣの長さと，∠Ｂ，∠Ｃの大きさ がきまると，他の辺の長さ，他の角の大きさもきまってくる。	○ 全員が作図できるようにさせる。 ○ 記号∠の導入 ○ 等しい角の作図は，分度器を使ってかかせる。

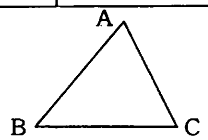
4 指導の実際と考察

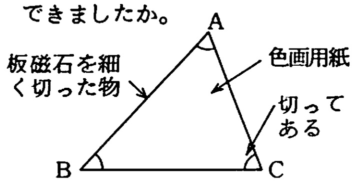
指導過程の記録

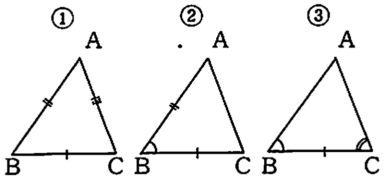
教師の発問と活動	生徒の活動と反応	反応への評価
1 とびらを読んで聞かす。 。平面図形には，どのようなものがありますか。	○ 四角形，台形，五角形，六角形，正三角形，二等辺三角形，星形。	

教師の発問と活動	生徒の活動と反応	反応への評価
2　直線，線分の意味を知らせる。 ∘直線とは何ですか。 ∘線分というのは知っていますか。 黒板に書く ∘直線⇨まっすぐにかぎりなくのびている線 直線ＡＢ  ∘線分⇨両端のあるまっすぐな線 線分ＡＢ  （半直線ＡＢ ） ∘角の記号∠を知らせる。 黒板に書く  ∠ＡＢＣ ∠ＣＢＡ ∠Ｂ 3　プリントを配る。	○　まっすぐな線です。 ○　ノートに書く。 ○　教科書の説明部分にアンダーラインを引く。	（以上１５分）

次の三角形ＡＢＣと形も大きさもまったく同じ三角形を書きなさい。



⑴　定規，分度器，コンパスを使ってもいいですよ。 ⑵　机間巡視をして ①　ＡＢ，ＡＣの長さ ②　∠Ｂの大きさ，ＡＢの長さ ③　∠Ｂ，∠Ｃの大きさ の中で，どれで書いているか見る。 ⑶　早くかけた人は，ちがう方法でもかいてみなさい。 ⑷　できましたか。 	○　プリントを折ってうつしている。 ○　測りちがいで，形のちがう生徒は測りなおす。 ○　分度器のつかい方をおそわる。	∘いい考えだけどそれは反則とする。 ∘辺の長さはコンパスでとる生徒が多数である。 （以上２６分）

教 師 の 発 問 と 活 動	生 徒 の 活 動 と 反 応	反応への評価
上図のような教材を作り黒板にはる。 (5) ①，②，③のそれぞれの方法で書いている生徒に黒板に書かせる。	○ 辺AB，辺ACの長さはコンパスではかる。 ○ ∠Bは，移動させる。 辺ABの長さはコンパスではかる。 ○ ∠B，∠Cは移動させる。	
(6) 赤色で，つかった辺，角にそれぞれしるしをつける。  辺AB　　辺AB　　∠ABC 辺AC　　∠ABC　∠ACB 辺BC　　辺BC　　辺BC		(以上42分) (以上50分)
(7) 上で調べたことから三角形が決まる条件を書く。		

三角形がきまる条件

三角形は，次のどの場合にも，1とおりにきまる。

1　3辺の長さがきまるとき。

2　2辺の長さと，その間の角の大きさがきまるとき。

3　1辺の長さと，その両端の角の大きさがきまるとき。

5　授業後の反省と今後の課題

○　合同な三角形の書き方は，小学校5年生で学習しているので，時間は足りると思っていたが，黒板に三角形をかかせるのに時間がかかり時間内で終れなかった。

○　合同な三角形をかかせるのに一辺を与えていたけど，何も与えずにかかせた方がいいのか。

○　三つの方法で，三角形がかけることはわかっていても，三角形がきまる条件としてまとめるとまだ理解できない生徒もいるようであった。

（春木　透）

三角形の決定条件をもとに多角形の形がきまる条件を考えさせる指導

徳島市城西中学校　　1年1組（男子23名，女子22名）

1　題　　材　　多角形

2　学級の実態

簡単な計算でもつまずき，黙ってはいるが，ノートもとらず，数学の学習に拒否的な反応を示す生徒が3名，一緒に考えようと努力はしているのだが，理解の遅い生徒が数名いる。男子の多くは意欲的に学習し互いに競争意識をもち，お互いの意見や考えを大事にしながら伸びていこうとする前向きな面をもっている。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

多角形をかくには，三角形をかくことが基本になることを説明できる。

(2)　授業の視点

小学校5年で，三角形の決定条件を学習し，中学1年になり，もう一度，きまる条件としてまとめるわけだが，図形教材に対して苦手なむつかしいものだと思いこんでいる者がかなりいるようである。まず，「AB＝5cm，BC＝4cm，∠B＝60°の三角形を書いてみよう」という問題を提示すると，「わからない」「わからない」という声が返ってきた。「どこがわからないのかな」と聞いてみると，「どこからどう書き始めていいかわからない」という答えが返ってきた。AB＝5cm，BC＝4cm，∠B＝60°の三角形と書かれたこの文で，三角形のイメージがわいてこないのではないだろうかということに気がついた。そこで，「頂点がA，B，Cの三角形を書いてみて，どの辺が何cmで，どの角が何度なのか書きこんで見たら」といってみた。「わかった，わかった」と書き始めた。三角形の決定条件をまとめ，多角形のきまる条件については，今まで，三角形に分けて考えるのですよと説明し，簡単に扱うだけで終ってしまうことが多かった。が，今回，平面図形の分野で研究したものをということになったものの進度の関係で三学期始めにやっと平面図形の単元に入ることになり，やむを得ず，多角形の題材を研究してみることにした。今まで，簡単にとり扱ってきたものの，じっくりと考えてみると，生徒にとってむつかしい題材であることに気がついた。

三角形の形と大きさを決めるには，3つの頂点の位置を固定すればよいのであり，一つの辺の長さがわかれば2つの点がきまる。後，1つの点の位置をきめるのに，3つの方法がある。それが決定条件である。それを発展させれば，四角形は，4点の位置を固定すればよい。まず三角形

の決定条件をもとに３点をきめ，残る１点をきめるにはどうすればよいのかと考えていくことが大事な視点のように思われる。更に発展して五角形についても，３点をきめてから，１点ずつきめていけばかけるようになる。このように多角形の形をきめるには，三角形のきまる条件がもとになっていることに気づくことによって，三角形が平面図形を考えていく上で，重要な役割をになっていることが大事なことのように思われる。多角形の内角の和を考えるにもまた，三角形の合同条件を利用することにより，平行四辺形，長方形，ひし形など四角形の性質へと発展していくように，三角形，四角形，五角形などの一つ一つが別個のものでなく，一番基本的な多角形である三角形の性質を調べていくことが，四角形，五角形へと発展していくことに気づかせたい。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 四辺の長さがきまると四角形の形はきまるか考える。 ＡＢ＝６cm　ＢＣ＝５cm　ＣＤ＝４cm　ＤＡ＝３cm の四角形ＡＢＣＤを書く。	○ 一部がくぼんだ多角形はのぞいて理解させる。 ○ 形がきまらないことを，お互いに書いた四角形を比べることによって確認させる。 ○ ボール紙を細く切ったもので四辺をつくり，頂点をおしピンでとめた四角形で，実際に，形が変ることを確認させておく。
2 形がひととおりにきまるには，どの条件をつけ加えればよいかを考える。	○ どの三点がどの条件できまるのかを考えさせる。
3 次のような四角形を書く。 (1) ＡＢ＝４cm　ＢＣ＝６cm　ＣＤ＝３cm ＤＡ＝４cm　ＡＣ＝５cm (2) ＡＢ＝５cm　ＢＣ＝７cm　ＣＤ＝６cm ＤＡ＝３cm　∠Ｂ＝６５°	○ 三角形のきまる条件がどのように使われるか考えさせる。 ○ どの辺から書けば書きやすいか考えさせる。
4 ＡＢ＝６cm　ＢＣ＝５cm　ＣＤ＝５cm　∠Ｂ＝６０° の条件をもつ四角形の形がひとととおりにきまるには，この他にどのような条件がきまればよいか考える。	○ Ａ，Ｂ，Ｃの三点はきまっていることに気づかせ，Ｄをきめるにはどうすればよいか考えさせる。

4　指導の実際と考察

(1) 竹ひごやボール紙などを使って実際に四角形を作ってみると，形が変わっていくのがよく理解できる。そして，四辺の長さは変わらないが，何が変化しているかに目をつけさせると，角と対角線の長さが変わっていることにすぐ気がつく。それでは四角形の形を一つにきめるにはどうすればよいかという疑問に対しても，変化している角や対角線をきめれば一とおりにきまるということを容易に発見する。

(2) 四辺の長さの上に，一つの角や，対角線がきまるということは，どの三角形がどの決定条件で形がきまることになるのかを明確に理解させ，四角形の四点のうち，どの点が固定していくのかを一つずつ検討させておく。

(3) 四角形を書く条件を与えても，どこから書き始めてよいのかわからず，とまどう生徒が多かった。略図を書き，どの三角形がどの条件できまっているかを考え，きまっている三角形から書き始めるとよいことに気づかせると，書きやすくなったようである。

略図を書くことによってその四角形のイメージをつかませることが大事なように思われる。

(4) 最初に四辺と一つの角，四辺と対角線がきまると形がきまるという印象が強くて，三辺と一つの角がきまっているとき，他のどの辺，角，対角線のどこがきまればよいかという問題にぶつかったとき，どこでもよいから，一つの角，または対角線ならどちらでもいいように考えてしまう生徒も多かった。この問題について指導記録を紹介してみたいと思う。

（指導記録）

T　ＡＢ＝６cm，ＢＣ＝５cm，ＣＤ＝５cm，∠Ｂ＝６０°　この４つの条件からＡ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４点のうちどの点の位置がきまっているでしょうか。

S　ＡとＢとＣです。

T　どうしてでしょう。

S　△ＡＢＣでＡＢとＢＣと∠Ｂがかわっているから，二辺の長さとその間の角の大きさがきまっているからです。

T　それでは，ノートに四角形ＡＢＣＤの4点のうち，ＡとＢとＣの３点を書いてみましょう。

T　もうあとＤの位置がきまると四角形ＡＢＣＤがきまりますね。Ｄの位置をきめるには，どこがきまればよろしいか。

S　ＡＤの長さがきまればいいと思います。

T　それではＡＤの長さを４cmにして書いてみて下さい。
ＡＤがきまると，どの三角形がどの条件できまることになるのでしょう。

S　△ＡＣＤが三辺の長さがきまるからです。

T　ＡＤ以外にＤの位置をきめるには，どこがきまればよろしいか。

S　∠Ｃの大きさがきまると，ＣからＤへの方向と長さがきまるから，Ｄの位置がきまると思います。

T　そのとおりですね。それでは今度は∠C＝70°の四角形を書いてみましょう。∠Cがきまるということは，どの三角形がどの条件できまったことになるのでしょうか。

S　△ACDが二辺の長さとその間の大きさがきまったからです。

T　ADと∠C以外にはもうないでしょうか。

S　ACです。

T　どうしてそう思うのかな。

S　ACが対角線だからです。

T　それではAC＝5cmとして書いてみましょう。

S　△ABCはもう書けているから，ACの長さはきまっていて5cmにはなりません。
対角線BDをきめたらいけると思います。

T　BDだとどうしていけるのかな。

S　CからDまでの長さが5cmでBDの長さをきめると△BCDが三辺の長さがきまってきまるからです。

T　ただ単に，対角線がきまればよいというわけではないようですね。いつも三角形を考えて，どのきまる条件がいえるのかを考えていかなくてはいけませんね。
それでは，他にもうないかな。

S　もうないと思います。

T　∠Aがきまるとどうだろうかな。

S　△ACDでACとCDと∠DACでは二辺と一つの角がきまっているだけだから，きまる条件ではありません。

T　二辺と一つの角がきまっているのでは，どうしてきまる条件にならなかったのでしょう。

S　二とおりかけるときがあるからです。

T　そうでしたね。一とおりに書けるときもあるけど，二とおり書けるときもあるのでしたね。だから二辺の長さとその間の角の大きさがきまらなくてはならなかったのでしたね。だから∠Aがきまっただけでは△ACDはきまらないようですね。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　他の学級で指導したときに，対角線によって三角形に分けて考えていくことを強調して指導してみた。すると四角形ABCDを形をきめるのに，最初に△ABCをきめると，次は△ACDをきめることだけしか生徒には発見できず，△BCDに目をつけて考えてみようという考えがでてこない。指導案の(4)の問題で，ADと∠Cをきめればよいということは気づいたものの，対角線BDという答をみつけることができにくかったように思われる。

(2)　ある学級では，ボール紙でつくった辺を利用し，AB＝6cm，BC＝5cm，CD＝5cm，∠B＝60°の条件で四角形をつくってみると，ABとBCが固定し，△ABCが固定することがすぐわかる。長さ5cmのCDの辺だけを揺れ動かしてみせる。このふりこのように振れているCDを固定させる

にはどこをきめればよいかと問いかけると，ＡＤ，∠Ｃ，ＢＤをきめればよいことがすぐみつかった。ただ単に四角形をきめる。三角形をきめるというだけでは，何のことなのかピンとこないまま，三角形を書いたり，四角形を書いたりしているだけの生徒が多いように思われる。そのためにも，導入の段階で，四辺の長さがきまっただけでは，四角形の形がきまらないことを直感として理解させておく必要がある。

(3) 次時に本時のチェックテストとして指導案(3)と(4)の類似問題をしてみると，(3)のように四角形が書けない生徒が７名。(4)のように，他にどの条件を決めればよいかという問題では，みつけられない生徒が１７名もいる。特に四辺の上に１つの角，四辺と対角線という条件は，導入段階で印象にのこっているのかみつけやすいようである。

(4) 三角形のきまる条件を指導する段階で，そのきまる条件が四角形，五角形へと発展させていくことができるように指導していくことが大切なことだと思われる。

平面上の無数の点のなかから，３点をとりだし結べば三角形がきまる。まず２点をきめると一辺の長さがきまる。残る１点をきめるには何がきまればよいかを探していくと，その点までの距離と方向がきまればよいことに気づかせていく。

それを広げて四角形へと発展させていくと，まず３点をきめ，次に残る１点をきめるにはと考えていけば，四角形のきまる条件が探しだせるようだ。

(5) １年の図形領域の中で，２年の論証の前段階として，大切にていねいに指導していかなくてはならない教材のように改めて感じられた。今まで，三角形の決定条件は，小学校の復習だと軽く扱い，四角形のきまる条件は，三角形に分けて考えるのですよと軽く扱ってきたものの，生徒達にとっては，思っていた以上に理解しにくい題材であることに気がついた。

２年生の教材のなかで，三角形の合同条件を利用して，平行四辺形などの性質を証明していくように，三角形のきまる条件が四角形のきまる条件，五角形，六角形と発展していくことを通して，三角形が平面図形の基礎になっていることをわからせていく最初の教材であり，もう少し直感的に生徒達が理解できる指導のしかた，教具などを研究していかなくてはならないと痛感させられた。

（佐藤　文子）

角の二等分線の作図方法を考察させる指導

徳島市八万中学校　1年4組（男子21名，女子16名）

1　題　　材　基本の作図

2　学級の実態

一言でいえば，非常に騒がしく，幼ないクラスで，教具などを使うと，もう興味深々，自分で操作したくてたまらず，うずうずした様子を見せる生徒たちでいっぱいである。

そろそろ，落ち着いてもいい時期なのだが，クラスとしてのまとまりは，しっかりしており，弧立した生徒もなく，何事にも全力で取り組む。さらに成績の方も，常に上位なので，私自身多少，手綱をゆるめがちで自由にさせているところもある。

また，発表，発問も恥ずかしがらず，元気よく答え，ポイントを押さえやすい。私自身，このクラスでの授業を楽しみにしている。

3　本時の指導計画

(1) 本時の目標

① 角の二等分線の作図方法を考えさせる。

② 正確な作図の必要性を理解させる。

(2) 授業の視点

前の時間にあたる，線分ＡＢの垂直二等分線の作図では，

① ２点Ａ，Ｂから等しい距離にある点の集合。

② 直線は，２点で決まる。

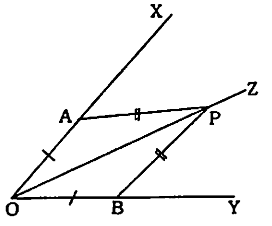
この２つを根拠とし，それがそのまま作図に使えた。（実際の作図では，ＡＰ＝ＢＰ，ＡＱ＝ＢＱ，をより簡略させ，ＡＰ＝ＢＰ＝ＡＱ＝ＢＱとなるようにＰ，Ｑを決めるが），対して，角の二等分線の作図では，前節で学習した（∠ＡＯＢの２辺，ＯＡ，ＯＢから等し……距離にある点の集合は，その角∠ＡＯＢの二等分線である。）ことを根拠に作図することは，適当ではない。ここで教科書では，作図ができたものとし，与えられたものとの関係をしらべ，作図に必要な条件を見出す。といった形式で進められている。非常に扱いにくいところであるが，基本の作図でもあり，混乱させない程度に，直観力，想像力によって，各段階で理解できれば良としたい。また作図方法そのものは簡単であるが，正確に作図できることとの大切さ，文章で表されたものから適切な作図がイメージができるようにさせること。さらに，これは図形領域全般に言えることだが，この単元は視覚的な要素が強いため，授業中に完全に理解させて，定着させる事を課題としたい。

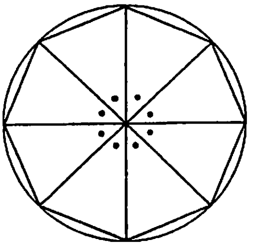
題　　材　基本の作図（$\frac{2}{3}$）

本時の目標　角の二等分線をひくことを理解する。

<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1　学習課題について考える。

角の二等分線のひき方について，調べよう。

○　∠XOYの二等分線OZがひけたとする。OZを折り目として折ったとき，辺OX上の点Aと重なった辺OY上の点をBとし，OZ上の点をPとすると，OA＝OB，AP＝BPとなることがわかる。


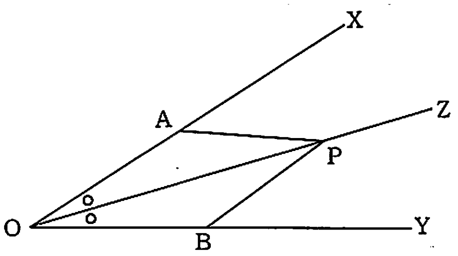
○　上のことから，∠XOYの二等分線の作図法を考える。</td><td>○　このことから作図の方法を考えさせる。</td></tr>
<tr><td>2　適当な半径の円をかき，中心のまわりの角を，8等分する4つの直径を作図し，また，直径の端の点を順に結んで，正八角形をつくることを考える。


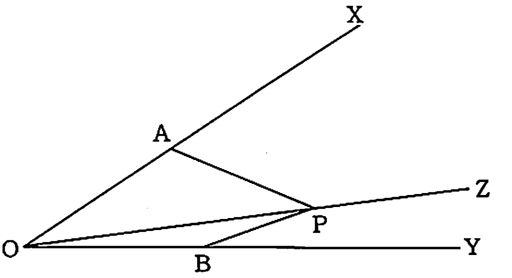
3　ノートに三角形ABCをかき，3つの角∠A，∠B，∠Cの二等分線を作図する。

4　本時のまとめをする。</td><td>○　垂直二等分線や角の二等分線を利用することに気づかせる。</td></tr>
</table>

4　指導の実際と考察

(1)





（左の図で）

まずＯＺを∠ＡＯＢの二等分線であることを説明し，前節で学習した，ＯＺで折り返したとき，２辺ＯＸ，ＯＹが重なることを確認，さらに適当な長さでコンパスを使い，ＯＡ＝ＯＢとなるようＡ，Ｂを決める。

Ｔ　ＯＺで折り返したとき，点Ａと点Ｂは，重なりますね。

Ｓ　はい。

次にＯＺ上に点Ｐをとる（適当な位置である事を説明）さらにＡとＰ，ＢとＰを結ぶ

Ｔ　ＡＰとＢＰについて気付いたことは，

Ｓ　ＡＰ＝ＢＰです。

Ｔ　説明できる人はいますか。

Ｓ　ＯＺで折り返したとき，ＡとＢは重なるし，Ｐは折り目ＯＺ上にあるから，間違いありません。

Ｔ　では右の図について考えてみましょう。

（右の図で）

まずＯＺが∠ＸＯＹの二等分線でなく，適当にひいた線であること，Ａ・Ｂは前と同様，コンパスで，ＯＡ＝ＯＢとなるようにとること，ＯＺ上に点Ｐをとることを説明，さらにＡとＰ，ＢとＰを結ぶ。

Ｔ　ＡＰとＢＰの長さについて，さっきと同じように等しいと言えますか。

Ｓ　言えません。

Ｔ　間違いありませんか。

Ｓ　そう思いますか。

Ｔ　さっきと同じように，ＯＡ＝ＯＢと，とったのにＡＰ＝ＢＰとならない理由は，何だと思いますか。

S　ＯＺが∠ＸＯＹの二等分線でないからです。

2つの図について再び整理し，違いを確認，ここでＯＺが∠ＸＯＹの二等分線だからこそＡＰ＝ＢＰになったことを強調，逆にＯＡ＝ＯＢ，ＡＰ＝ＢＰの状態を作り出すことが作図につながることを示す。

(2)　実際にコンパスを使って作図させる。

(3)　練習問題

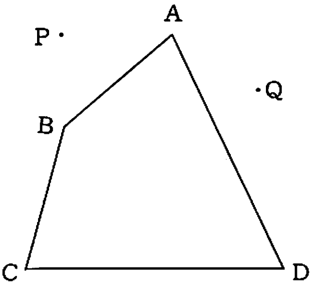
5　授業後の反省と今後の課題

発問に対する答は，こちらが期待したものが返ってきたが，教科書を読めば簡単に答えられる程度のものであり，その発問内容も初めから答を意識したもので，「考えさせる」などと言えるものではなかった。ここでは，少しでも印象に残ればと思い，時間をとったが，文章題等の応用を考えても，作図方法はあくまで手段であり，点の集合として二等分線をとらえさせることの重要性をより感じた。

作図そのものは，どの生徒も生き生きと意欲的に取り組めたが，やはり不正確な図を書く生徒が多かった。正八角形の問題は，教科書次ページで学習する平角の二等分線を使った方がよいが，垂直二等分線の復習も兼ねて，ここで扱った。

最後に残った時間で次の問題をさせた。

右の図のように，四角形ＡＢＣＤと２点Ｐ，Ｑがある。このとき，点Ｐ，Ｑからの距離が等しく，２辺ＡＢ，ＢＣからの距離も等しい点Ｏを求めよ。



軌跡交会法を使う，やや難しいものだが，思った以上にできが悪く，文章から角の二等分線，垂直二等分線がイメージできない生徒も多かったが，このクラスは他のクラスに比べて，初めからあきらめる生徒がほとんどなく，線をひいたり，点をとったりと，興味を持って取り組めた。考えてみると，時間的にゆとりがあったので，前節の点の集合のところからは，少しのんびりと簡単な問題もおろそかにせず，図を書いたり，紙を折ったりと，作業的な学習を多く取り入れたのがよかったのかもしれない。実際，生徒も，「簡単である」「答がはっきりしている。（答が確かめられる）」など，反応もまずまずである。とにかく，図を書くこと（条件を満たす図を作図する技能）は，最も基本的なものなので，最初の段階で，教具等のくふうをし，簡単に感じさせ，興味を持たせる授業を心がけたい。

（笠井　敬介）

面を動かしてできる立体を考えさせる指導（１年）

勝浦郡福原中学校　１年１組（男子６名，女子９名）

１　題　　　材　　線や面を動かしてできる立体

２　学級の実態

本校は，１学年１学級で全校生徒５１名の小規模校である。１年生は，男子６名，女子９名の計１５名である。男子は明るく活発で授業中にも積極的に活動できているが，女子はおとなしい生徒が多く消極的である。数学に対しては，クラスの半数程度の生徒がきらいだと答え，苦手意識を持っている。理由を聞いてみると，計算が苦手，文章題の問き方がわかりにくい等であった。実際，正の数・負の数の計算や，文字の式でつまずきがみられた者も数名おり，個別指導を要した。個々にみてみると，理解力はあるのだが，復習が不充分なため定着が少なく何度もくり返して指導しなくてはならない状態であった。しかし，数学に苦手意識を持っている生徒たちも，図形を学習するようになってから，関心を示し，意欲的に授業に取り組むようになってきつつある。

３　本時の指導計画

(1)　本時の目標

面を動かしてできる立体を考える。また，それらを切断することによって，その立体の性質を調べる。

(2)　授業の視点

前単元の平面図形で，条件を満たしながら動かした点のあとを考えること，つまり軌跡の考え方を学習した。ここでは，線や面が動いたときにできる立体について考えることにより，立体図形が，線や面の運動によって構成されていることに注目させたい。そして，回転体という新しい概念を通して，立体図形の構成を多面的に考察できる能力を養わせることが重点となる。

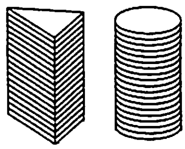
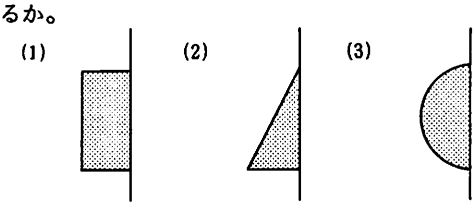
そのために，本時は，立体模型，回転体模型等の教具を活用し，生徒の関心や，意欲を高め生徒自身に実際に，操作させることで，立体図形の視覚的認識を深めていくことが大切であると考える。そしてさらに，その立体の特徴を考えさせ，話し合わせる中で，回転体の概念，

① 回転体を，回転体の軸をふくむ平面で切ると，切り口はどこを切ってもすべて合同で，軸について線対称である。

② 回転体を，軸に垂直な平面で切ると，切り口の形は円で，その中心は，軸と切り口の平面の交点である。

を明らかにし，理解を深めさせていきたい。

(3) 本時の展開

学　習　内　容　と　学　習　活　動	指導上の留意点
1　学習課題について考える。 厚紙で，合同な三角形と円をたくさんつくり，積み重ねるとどんな立体ができるか。 	○　実際に厚紙の三角形，円を使って考えさせる。
○　角柱や円柱は，1つの多角形や円をその平面に垂直な方向に一定の距離だけ動かしたあとにつくられる立体とみることができることを知る。 ○　直方体，立方体はどんな図形をどのように動かしてできる立体とみられるか考える。	○　底面に対して垂直の方向に動かす場合だけ考えていることを注意する。
2　学習課題について考える。 下の長方形，直角三角形，半円を，それぞれ図に示された直線ℓを軸として1回転させると，その通ったあとは，どんな立体になるか。 	○　回転体模型を利用し，実際に回転させて確かめさせる。
○　1つの平面図形を，その平面上の直線の軸として1回転してできる立体を回転体ということを知る。 ○　回転体の特徴について話し合う。 (1)　回転体を，回転体の軸をふくむ平面で切ると，切り口の形はどこを切ってもすべて合同で，軸について対称である。 (2)　回転体を，軸に垂直な平面で切ると，切り口の形は円で，その中心は，軸と切り口の平面の交点である。	○　立体模型を利用して，多面体と回転体の違いを発表させる。
3　練習2をする。（P153） ○　回転体の性質をふまえたうえで，回転したときの立体をイメージし，見取図を書く。	○　見取図の書き方の説明をしておく。
4　練習3をする。（P153）	
5　本時のまとめをする。	

4 指導の実際と考察

(1) 面と平行に動かしてできる立体について

（指導記録）

T 前の授業では，線を動かしてできる立体について学習しましたが，この時間は，面を動かしてできる立体について考えていきましょう。厚紙でつくった合同な三角形を何枚も積み重ねていくと，どんな立体ができるでしょうか。

S 三角柱ができます。

S 斜めに積み重ねる場合もあると思います。

T そうですね。では，まっすぐな三角柱をするためには，どのように積み重ねたらいいですか。

S 三角形がきちんと重なり合うように積んでいけばいいです。

T そうですね。それでは，今度は積み重ねるのではなく，1つの三角形を平行に動かして立体をつくると考えましょう。三角柱になるためには，どの方向に動かせばいいですか。

S まっすぐ上に動かせばいいと思います。

S 垂直な方向に動かせばいいと思います。

T それでは次に，円を平方に動かすとどんな立体になりますか。

S 円柱です。

（考　察）

それぞれ，三角柱，円柱になることは，生徒たちにも容易に理解することができた。合同な形のものを積み重ねて立体ができるものの例として生徒から，硬貨を積んだとき円柱になる，トランプ，紙幣等を積み重ねると四角柱になる等，日常生活の中から具体例があがった。

(2) 面を回転させてできる立体について

（指導記録）

T 次は面を回転させたときにできる立体について考えよう。

T 長方形をその1辺を軸として回転させると，どんな立体になるだろう。

（回転体模型を利用し，実際に回転させてみる。）

S 円柱です。

（他の，円すい，球も容易に正解が得られた。）

T このように，1つの平面図形を，その平面上の直線を軸として1回転してできた立体のことを回転体といえるでしょう。

T 私たちの身のまわりには，回転体とみられる立体が数多くあります。具体的にどのようなものが回転体といえるでしょう。

S ボール，ジュースの缶，碁石，こけし人形等

T そうですね。では次に回転体の特徴を考えていこう。回転体にはどんな性質があるでしょう。

（円柱，円すいの模型を見せる。）

S　真上から見るとどの回転体も円になっています。

S　真横から見るとどの方向から見ても同じ形になっています。

T　そうですね。

（円すいの切断模型を見せ，回転体についてまとめる。）

T　それでは，練習問題を考えていきましょう。

練習２

⑴　正答者　　１４人（９３％）　　　　⑵　正答者　　１１人（７３％）

練習３

⑴　正答者　　１０人（６７％）

（考　　察）

模型を利用した具体的な操作により，生徒も容易に回転体について理解できたようである。練習問題２は，回転体の見取数をかかせる問いであるが，⑵のように回転の軸が図形からはずれている場合，理解しずらかった生徒がおり，見取図のかき方等を含め，個別指導を行った。

また，練習問題３は，回転体を見てそれがどんな平面図形を回転させたものかをかかせる問いであるが，男子６名は全員正答であったが，女子数名が不正答であった。全般的には空間図形においては，男子の理解力の方が女子よりも，勝っているという傾向が，このクラスにはあった。

練習２，３のように，見取図をかくというのは，空間図形を理解させる上で重要なことであると思われるので，今後も力を入れて指導していきたい。

５　授業後の反省と今後の課題

⑴　多くの立体模型等を利用したためか，生徒も積極的に活動し，回転体に対する理解も比較的容易だったようだ。男子の中には，内容が容易すぎたのか，時間をもてあましている生徒もいた。図形の学習においては，教具等を工夫することも，生徒の理解にとって重要であると思われる。今後，教材研究をしていきたい。

⑵　本時の学習で，数人の生徒が見取図の問いが理解不充分であった。後に個別指導を行ったが時間配分等を工夫し，もう少し時間をかけて指導していたらよかったと反省した。見取図は空間図形を学習する上で重要であると思われるので，今後も，全生徒が理解できるよう指導していきたい。

（阿部　正直）

立体の切断を考えさせる指導

美馬郡半田中学校　　1年B組（男子16名，女子12名）

1　題　　材　　立体の切断

2　学級の実態

本学級は，1学期始めは，落ち着きがなく，ワイワイとやっていたが，2学期後半あたりから落ち着いてきて，現在は，授業をするのが楽しいといった感じである。

成績については，男女を比較すると，平均点については，男子が女子を上回っている。また男女共わずかではあるが，図形の計算等でつまずいている生徒がいるようである。

生徒の性格については温和で素直であり，自主的な学習活動ができれば，さらにすばらしいと思うのであるが，そこまではなかなか難しいようである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 平面で立方体を切断することによって，立方体の性質を理解する。

② 空間図形の切断に関する操作や考察を通して，空間図形の見方，とらえ方などを豊かにし，直観の能力や想像力を養う。

(2)　授業の視点

空間図形を理解する上で，という立場を忘れずに切断する。

また，ある立体を平面で切断したとき，その切り口がどんな図形になるかを判断するとき，今までの学習したことがらを根拠にして考える。

そのために，基本的な図形の定義をはっきりさせておく。

実際に切断するにあたっては，ある程度の見通しをたてて切断させる。そして切断した物をもとに，それを見取図にかくことにより，空間図形の概念を形成させる。

操作的な活動を通して考察していくのであるが，あまり複雑な教具等を使用しないで，直観的に理解させたい。

(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　次の学習課題について考える。 立方体を1つの平面で，1回だけ切ったときの切り口の形は，どんな図形になるか。 ○　予想される図形を見取図に記入する。（プリント）	○　立方体の模型を見ながら考えさせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
○ 予想が正しいか，実際に切って確かめる。 ○ 実際に切断したものをもとにして見取図をかく。 2 切断の方法を知る。 (1) どんな方法で (2) どんな考え方，順序で切断すればよいか。 (3) 結果はどうなるか。 3 7角形以上の図形ができない理由を考え，発表する。 4 練習問題（P149 $\boxed{1}$，練習2.3）を解く。	○ 視点を決めて切断させる。 ○ 四角形・五角形・六角形の見取図をかく時には，特に注意させる。 ○ グループに分けて考察させてもよい。

4 指導の実際と考察

(1)

> Q1 立方体を1つの平面で1回だけ切った時，その切り口の形はどのような図形になりますか。
> できると思われる形をすべて見取図にかいて下さい。

＜結　果＞

（見取図を正しくかけた人数）

○ 二等辺三角形　8人（29％）
○ 正三角形　9人（32％）
○ 正方形　25人（89％）
○ 長方形　18人（64％）
○ 台形　5人（18％）

＜考　察＞

日常体験においては，面に対して垂直に切ることはよくあるが，ななめに切断するという方法はあまり行わない。

このために，正方形・長方形が多く，三角形が少ないのだと思われる。

また，台形については直観的にはわかりにくいと思う。

(2)

> Q2 予想が正しいか，見取図も見ながら実際に切断して下さい。

＜結　果＞

（実際に切断できた形）

○ 正三角形　○ 二等辺三角形　○ 台形　○ 正方形
○ 長方形　○ 六角形　○ 五角形

<考　察>

正方形・長方形・正三角形・二等辺三角形については，比較的簡単に切断できたようである。ただし台形については，三角形の切り口になるはずのものが，切り誤って台形になったとか，長方形に切るつもりが少しななめに切断してしまったので台形になってしまったという者が多かった。

また，台形の切断面と思っていたものが，六角形になったという者も多かった。

六角形が切断できたので，それにヒントを与えて五角形を切断した。

(3) Q３　実際に切断できたものの結果を考えながら，それを見取図にかいて下さい。

<結　果>

（切断面の見取図がかけた者）

○ 正方形	27人	（96％）
○ 長方形	21人	（75％）
○ 台形	14人	（50％）
○ 五角形	4人	（14％）
○ 六角形	5人	（18％）
○ ひし形	6人	（21％）
○ 平行四辺形	5人	（18％）
○ 二等辺三角形	13人	（46％）
○ 正三角形	14人	（50％）

<考　察>

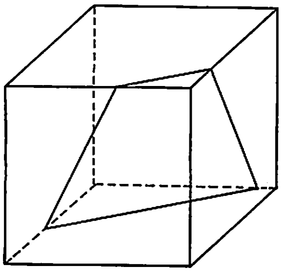
切断面の形が，正方形・長方形の見取図は，ほとんどの者がかけていた。

また，二等辺三角形・正三角形・台形については，ほぼ半数の者が見取図にかけていた。

ところが，それより複雑な形になってくると，実際に切断はできても，それを見取図にかくことは難しいようである。

台形については，直観力だけでは18％しか考えられていないが，操作活動を行うことにより，50％の者が見取図をかけるようになった。

5　授業後の反省と今後の課題



簡単な形の切断（正方形・長方計）については，ほとんどの者が，操作活動を行わずとも直観的に理解したようである。また，それを見取図にかくことも出来ていた。

しかし，台形などの形については，操作活動では切断することができても，直観的には理解しにくかったようである。

そして，それを見取図にかく段階になってくると，図のようにかくものも見られた。

また，五角形・六角形になると，かなり多くの者が切断面の辺をねじってかいていたようである。

だから，直観力・操作活動からさらに進んで，空間概念の形成となると，ある程度の表現力の練習や方法なども必要ではないかと思われた。

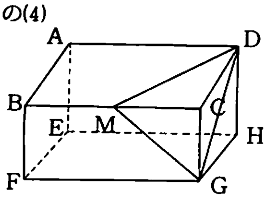
また，操作活動には，かなり時間がかかるので，いかに少ない時間で活動させ，理解させるかも大切ではないかと思う。

具体的なことから抽象へ，そして，それをまた具体的に表現する。それをいかに効果的にしかも簡単な教具で行うかが今後の課題と思う。

次に徳島県入試問題の中で考えてみた。

昭和５５年

2の(4)



直方体，Mは中点で体積の比を求める問題

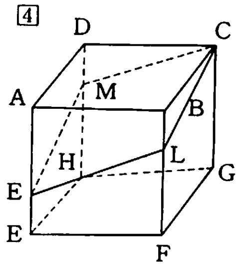
昭和５７年

2の(3)

立方体を切断する時の切断面の形で，辺の最も多い図形と，最も少ない図形

昭和６２年

4



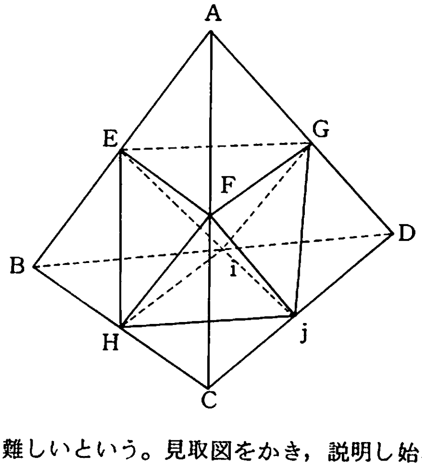
１辺８cmの立方体をＢＬ＝ＤＭ＝３cmとするときの四角形ＣＭＫＬの名称

などがある。

最後に，本校の数学をかなり得意とする生徒（３年生）が質問に来た。

「１辺が１０cmの正四面体ＡＢＣＤの６つの辺ＡＢ，ＡＣ，ＡＤ，ＢＣ，ＢＤ，ＣＤの中点をそれぞれＥ，Ｆ，Ｇ，Ｈ，ｉ，ｊとする。このとき，正四面体の隣りあう２辺の中点を，すべて結んでできる線分を辺とする立体の名前を記せ。

また，そのできる立体の表面積を求めよ。またもとの正四面体とできる立体の体積の比はいくらか」



この様な問題であったが，その問題に図はかいていなかった。問題にあう見取図をかこうとしたが，線が結びにくくたいへんかきにくいという。また，時間をかけて，見取図はかけたが，それをもとに考えるのは，難しいという。見取図をかき，説明し始めたが，うまく言えない。そこで実際に正四面体を作り，それを使って説明するとすぐに納得した。

立方体の切断の授業の反省を書いている時の出来事であったが，空間図形について考える時，見取図と実際の立体について，頭の中で考える空間図形を図形にかくことの難しさ，また，図にかいた具体的なものから抽象的に考えることの難しさを，改めて考え直させられた。

（武岡　　稔）

数学実践記録（2年）

1　式の計算　　配当時間：11〜13時間

目標	文字を使って表した式によって形式的に処理ができるようにするため，やや進んだ式の計算に習熟させる。 そのために， ア．文字を用いた式に関連したいろいろな用語の意味を明らかにし，これを正しく使えるようにする。 イ．簡単な単項式，多項式の加減について理解させ，それに習熟させる。 ウ．単項式と単項式，および，多項式と単項式の乗除について理解させ，それに習熟させる。 エ．式を用いて数量の関係や整数の性質を証明したり，等式を，使いみちに応じて変形できるようにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 式の計算	§1. 式の加法・減法				◎式によって考えを進めるのに，式の形を変えることが必要であること ○文字の式に関連した用語の意味 ◎同類項の意味と，同類項をまとめること ◎式の加法・減法 ○式の２重かっこをはずすこと	単項式，多項式，項，係数，同類項	4	4	4
	§2. 式の乗法・除法			 × × ×	○式の次数の意味 ◎単項式の乗法・除法 ◎多項式と単項式の乗法・除法 ◎加減乗除のまじった式 ○式の値の式を簡単にしてから求めること	次数，二次式，一次式 式の値	4	4	2
	§3. 文字式の利用				◎式の計算を利用して，数量の関係を明らかにしたり，整数の性質を説明したりすること ○数量の関係を表す等式を，その使いみちに応じて変形すること ○比の変形	xについて解く	3	3	3
	問　題						2	2	1
	追　加			○	・２進法などの記数法				1
							13	13	11

2　連立方程式　　配当時間：14時間

目標	やや複雑な数量の関係を２つの文字を用いて等式に表し，これを用いて問題解決を形式的，能率的にできるようにする。 そのために， ア．連立方程式とその解の意味を理解させる。 イ．簡単な形の連立方程式の解法を理解させ，その習熟をはかる。 ウ．問題にふくまれる数量の関係を方程式に表せるようにし，それを用いて問題解決ができるようにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 連立方程式	§1. 連立方程式				◎問題の数量関係が複雑な場合，それをいくつかの関係に分けたほうが考えやすいこと ◎二元一次方程式とその解の意味 ◎連立方程式とその解の意味 ○表を作って連立方程式の解を求めること	二元一次方程式，一元一次方程式，解，連立方程式，連立方程式の解，連立方程式を解く	2	2	2

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 連立方程式	§2. 連立方程式の解き方				◎消去の意味 ◎連立方程式の代入法による解き方 ◎連立方程式の加減法による解き方 ○やや複雑な連立方程式を解くこと	消去 代入法 加減法	5	5	5
	§3. 連立方程式の利用				◎問題を解決するため連立方程式をつくること ◎連立方程式を解いて問題解決をすること		5	5	5
	問　題						2	2	2
							14	14	14

3　一次関数

配当時間：19時間

目標

変化や対応についての見方や考え方を一層深めるとともに，事象のなかから一次関数を見いだし，これを用いることができるようにする。

そのために，

ア．一次関数の意味を理解させ，一次関数の変化の特徴を明らかにしたり，グラフを用いたりできるようにする。

イ．直線が与えられているとき，その直線の式が求められるようにする。

ウ．一次関数のグラフと，二元一次方程式のグラフとの関係を明らかにする。

エ．連立二元一次方程式の解とグラフとの関係を明らかにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 一次関数	§1. 一次関数				◎実際の現象の中には，比例関係のほかにいろいろな変化をする場合があること ◎一次関数の意味 ○自然現象の中には，一次関数になるものがあること	一次関数	2	2	2
	§2. 一次関数のグラフ				◎一次関数 $y=2x+3$ のグラフの意味 ◎$y=ax+b$ のグラフの a の正負によるちがい ◎一次関数の値の変化とグラフ ◎傾き，切片の意味 ◎一次関数のグラフを，傾きと切片を用いてかくこと ◎一次関数のグラフを2点を求めてかくこと	傾き，切片	4	4	4
	§3. 一次関数の式を求めること				◎かかれた一次関数のグラフから，傾きと切片をよみとって式をきめる ◎傾きとグラフ上の1点の座標から式をきめる ◎グラフ上の2点の座標から式をきめる		3	3	3
	§4. 一次関数を使って				◎事象の中に一次関数を見いだし，一次関数を用いて問題を解決する ○実験式をつくる		4	4	4
	問　題						1	1	1
2 二元一次方程式とグラフ	§1. 二元一次方程式のグラフ				◎$ax+by=c$ のグラフ ○$x=h$，$y=k$ のグラフ ○直線の式を求めること	方程式のグラフ	3	3	3

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
2 元一次方程式とグラフ	§2. 連立方程式のグラフ				◎連立方程式の解とそれぞれの方程式のグラフである直線の交点の座標の関係 ○グラフが平行になったり，重なったりする連立方程式の解		1	1	1
	問題						1	1	1
							19	19	19

4 不等式

配当時間：7時間

目標

数量の大小関係を用いて不等式に表し，これを用いて問題の解決が形式的にできるようにする。

そのために，

ア. 数量の大小関係を不等式に表せるようにし，不等式とその解の意味を理解させる。

イ. 不等式の性質を理解させ，それを使って一元一次不等式を解くことができるようにし，これを問題解決に利用できるようにする。

ウ. 簡単な一元一次不等式を連立させること，および，その解の意味について理解させ，これを解くことができるようにし，その活用をはかる。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 不等式	§1. 不等式とその性質				⊙実際問題では，数量の大小関係が問題になる場合があること ◎数量の大小関係を不等式に表すこと ◎不等式とその解の意味 ◎$a<b$ のとき，$a+c<b+c$，$a-c<b-c$ ◎$a<b$ のとき， $m>0$ ならば，$ma<mb$，$\frac{a}{m}<\frac{b}{m}$ $m<0$ ならば，$ma>mb$，$\frac{a}{m}>\frac{b}{m}$	不等式，左辺，右辺，両辺，不等式の解，不等式を解く，不等式の性質	3	3	3
	§2. 不等式の解き方				○不等式を解くこととその解の表示 ◎一元一次不等式を解くこと，移項 ○一元一次不等式を用いて問題を解決すること	移項	3	3	3
	§3. 2つの不等式	× × × ×	× × × ×	× × × ×	◎2つの不等式を連立させることの意味と，その解の意味 ◎2つの不等式を解くこと ○$A<B<C$ の形の不等式の解き方 ○2つの不等式を使って問題を解決すること				
	問題						1	1	1
追加				○	・不等式の解法に関連して「流れ図」		7	7	7

5　図形の調べ方　　配当時間：14〜16時間

目標	論証のための図形の基本性質を明らかにし，論証の意義と推論の進め方について理解させる。 そのために， ア．対頂角の性質，平行線と角の関係について調べさせる。 イ．三角形の内角の和について調べさせ，それをもとに多角形の角について調べさせる。 ウ．移動の性質をもとにして，合同な図形の性質，三角形の合同条件を明らかにする。 エ．証明することの意義，証明のしくみについて理解させる。

章	節	移行措置 2	移行措置 3	移行措置 4	指導内容	用語・記号	時数 2	時数 3	時数 4
1 平行と合同	§1. 平行線と角				⊙図形を調べていくときの基礎になる見方 ◎対頂角の性質 ◎平行線と同位角の関係 ◎平行線と錯角の関係	対頂角 同位角 錯角	3	3	3
	§2. 三角形の角				◎三角形の内角の和 ○三角形の外角と内角の関係 ○角の分類と三角形の角による分類 ◎多角形の内角の和，外角の和	△，外角，内角，鋭角，鈍角 鋭角三角形，直角三角形，鈍角三角形	3	3	3
	§3. 三角形の合同			×	○平行移動，回転移動，対称移動の意味と，その基本の性質 ○移動で重ね合わすことのできる２つの図形が，合同な図形であること ◎合同な図形の性質 ◎三角形の合同条件	平行移動，回転移動，回転の中心，対称移動，対称の軸 ≡，三角形の合同条件	4	4	2
	問　題						1	1	1
2 図形と証明	§1. 証　明				◎証明の必要性 ◎証明と定理の意味	証明，定理	2	2	2
	§2. 証明のしくみ				◎仮定と結論の意味 ◎証明のすじみち ◎証明の根拠	仮定，結論	2.5	2.5	2.5
	問　題						0.5	0.5	0.5
							16	16	14

6　図形と合同　　配当時間：25時間

目標	平行線についての性質や三角形の合同条件を用いて，三角形や平行四辺形の性質を理解させ，これらを用いることができるようにする。 そのために， ア．三角形の合同条件を使って，基本の作図や二等辺三角形の性質などを証明し，証明の進め方や図形の性質の調べ方を理解させる。 イ．直角三角形の合同条件を導き，その使い方を理解させる。 ウ．平行四辺形や，他の四角形の性質，平行線による等積変形などについて理解させる。

章	節	移行措置 2	移行措置 3	移行措置 4	指導内容	用語・記号	時数 2	時数 3	時数 4
1 三角形	§1. 合同条件と証明の進め方				⊙図形の基本性質を根拠にすると，いろいろな図形の性質がつぎつぎと導き出されてくること				

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 三角形					◎合同条件を使って簡単な図形の性質を，証明するしかた ◎合同条件を使って基本の作図の正しいことを，証明すること		2	2	2
	§2. 二等辺三角形				◎二等辺三角形の基本性質とその証明 ◎定義の意味 ◎２角の等しい三角形は二等辺三角形であること ○正三角形の性質とその証明 ◎逆の意味とその真偽	定義，頂角，底辺，底角 逆	5	5	5
	§3. 直角三角形の合同				◎直角三角形の合同条件とその使い方	斜辺	2	2	2
	§4. 合同条件を使って				○合同条件を使って図形の性質を明らかにすること ○仮定を変えて考える		2	2	2
	問題						2	2	2
2 平行四辺形	§1. 平行四辺形				◎平行四辺形の定義とその性質，性質の証明 ◎平行四辺形になる条件とその証明	▱	5	5	5
	§2. 長方形とひし形				○長方形，ひし形，正方形の定義 ○四角形の包摂関係 ◎長方形，ひし形，正方形の対角線の性質		2	2	2
	§3. 平行線と面積				○平行線間の距離の意味とその性質 ○平行線による等積変形とそれを使った台形の性質の証明 ○等積変形を使った作図	平行線間の距離	3	3	3
	問題						2	2	2
							25	25	25

7 図形と相似

配当時間：16～17時間

目標	図形の相似の概念を明らかにするとともに，図形の論証における基本性質に，三角形の相似条件を加え，図形の性質についての理解を，いっそう深める。 そのために， ア．図形の拡大・縮小を通して，相似な図形の性質を明らかにする。 イ．三角形の相似条件を知って，図形の性質を証明することになれる。 ウ．平行線について線分の比に関する性質を明らかにし，これを使って図形の新しい性質を調べる。 エ．三角形の中点連結定理とその利用，および三角形の重心の性質を知る。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 図形と相似	§1. 拡大・縮小と相似				⊙ある図形と，それを拡大または縮小した図形の関係を学び，それをもとにして，図形の性質を調べること ○１点を中心として図形を拡大したときの対応する辺や角の関係を調べること ◎相似の意味と相似な図形の性質，相似比 ◎三角形の相似条件	相似，∽，相似比	3	3	3

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 図形と相似	§2. 相似条件と証明				◎三角形の相似条件を使って図形の性質を証明すること		2	2	2
	§3. 平行線と線分の比				◎三角形の1辺に平行な直線で他の2辺を切りとるときの線分の比と，その逆 ◎2つの直線を平行な直線で切りとるときの線分の比 ◎三角形の2辺を等しい比に切りとるときの線分の比と位置関係		5	5	5
	§4. 中点についての定理				◎三角形の中点連結定理とこれを用いる図形の性質の証明 ◎三角形の中線の交点が重心であるという定理	中線，重心	4	4	4
	問　題						2	2	2
追　加				○	・縮図をかいて，高さや距離などを求めること				1
							16	16	17

8　資料の整理

配当時間：8～10時間

目標

集団事象について，資料を整理し，その傾向をとらえる能力をのばす。
そのために，
ア．目的に応じて，資料を度数分布表などに整理したり，それらを用いて資料の傾向をとらえたりすることができるようにする。
イ．集団の傾向は代表値(主に平均)と資料のちらばりぐあいによってとらえることができることを知らせる。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 資料の整理	§1. 度数分布	×	×	×	⊙1つの事象について多くの資料を集め，その事象の傾向を見いだす調べ方があること ◎資料の整理の必要性と度数分布表のつくり方，その見方 ◎ヒストグラム，度数分布多角形のかき方と，その見方 ◎相対度数の意味とその求め方，使い方 ○累積度数の意味と，その表のつくり方，使い方	階級，度数，度数分布表 ヒストグラム，度数分布多角形， 相対度数 累積度数，累積度数表	4	4	4
	§2. 代表値とちらばり				○代表値の意味 ◎平均値の意味と度数分布表から平均を求めること ○ちらばりを考える必要性と範囲の意味 ○2つの資料を，平均と範囲で比較すること	代表値 階級値 範囲	3	3	3
	問　題						1	1	1
					★基本のたしかめ				
	平均の簡単な計算法				☆仮の平均を使って平均を求めること				
追　加				○	・相関図と相関表の見方				2
							8	8	10

加減法による連立方程式の解き方の指導

麻植郡鴨島東中学校　2年1組（男子18名，女子16名）

1　題　　材　連立方程式

2　学級の実態

新学年になり1カ月がたった。本学級は担任学級ではないが，生徒たちともだいぶん慣れてきた。活発に発言したり，分からなかったら「分かりません。」と，分かるまで質問できる生徒もいる。一方，断片的には興味を示すが，ノートをとることも十分できない生徒もいる。また，ノートを書いたり計算したりするのに，大変時間のかかる生徒がいる。基礎となる数式の計算であるだけに，その生徒があきらめて，放り出してしまわぬよう指導していこうと心がけている。1学級生徒数が34名であるということも，個別指導しやすい状況である。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

一方の変数の係数の絶対値が同じである連立方程式を，加減法で解く方法について理解する。

(2)　授業の視点

連立方程式の単元に入る前に，簡単な一元一次方程式のテストをしてみた。その解き方を見てみると$x-8=5=x=5+8$というように方程式の意味が理解できていない者や，$4\cdot x=-12$，$x=-12-4$のように等式の性質が分かっていない者が32％いた。これらの事も併せて理解させながら，連立方程式が楽しく学習できるように工夫していこうと考えた。代入法では，代入によって1つの文字を消去することを学んだ。加減法では，等式から等式を引くことにより1つの文字を消去する。今までは，こうすると解けるよというように解き方を指導していた。今回は，加減法による解き方を生徒に発見させることができるように工夫してみた。プリッツや，キャラメルの値段や，封筒の中の数字を求めるということで，生徒に興味を持たせるようにした。

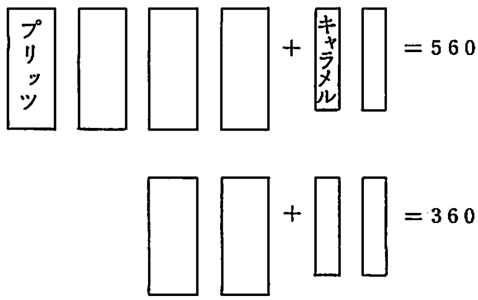
本時は加減法の基礎となる学習であり，後半は練習問題を解かせ，机間巡視をしながら個別指導にあたる。なお個別指導を能率よくするためにチェックリストを作っている。1時間終了時に小テストを実施し，どのようなところで間違っているか，また正解であるかを座席表に記録する。そうすれば，一人ひとりの現在の理解度がはっきり見えてくるように思える。これを持って次時の授業に臨み，理解が不十分である生徒には繰り返し指導していくように試みている。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 前時の復習と，本時のめあてを知る。	○ 本時のねらいをしっかりとおさえる。
2 「プリッツ」と「キャラメル」の問題から，それぞれの値段を知ったり，封筒の中の数字を知ったりするには，どうすればよいかを考える。	○ 具体的な操作を通して，加減法による解き方を理解させる。
3 次の例で，yを消去するにはどのようにすればよいかを考えて，連立方程式を解いてみる。 (1) $\begin{cases} 3x+y=21 \\ 2x+y=16 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x+2y=11 \\ x-2y=8 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 4x-3y=-13 \\ 7x-3y=-16 \end{cases}$	○ 1つの文字の係数の絶対値が等しく同符号のときは引き，異符号のときはたせば，その文字は消去できることを理解させる。 ○ 計算を正確に進めるために，解き方をきれいに，ていねいに書くように指導する。 ○ 個別指導をする。
4 本時のまとめをする。	○ 連立方程式で，2つの方程式の両辺をそれぞれ加えたり，引いたりして，1つの文字を消去して解を求める方法を加減法ということを知る。

4 指導の実際と考察

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
1 昨日は，連立方程式をどのような方法で解いたのかな。今日は， $\begin{cases} 4x+2y=560 \\ 2x+2y=360 \end{cases}$ のような形の連立方程式の解き方を学習しましょう。	○ 代入法で解きました。

教　師　の　発　問　と　活　動	生　徒　の　活　動　と　反　応
2 0妹と一緒に買物に行きました。妹は，プリッツ4個とキャラメル2個を買って560円払いました。私は，プリッツ2個とキャラメル2個で360円でした。  	お菓子の箱が出てきたので，中身は入っているのかとか，授業が終わったらくださいなどと声がかかる。
（黒板にプリッツとキャラメルの箱を貼る） ・プリッツ1個の値段はいくらだったのだろう。	・（しばらく考えて）100円です。
・どうして分かったの。	・プリッツ100円，キャラメル80円とすると合うから。
・直感で100円だと分かったのね。すごいな。	
・他にもプリッツが100円とでた人，挙手しよう。	（13人挙手）
・どのようにして分かったの。	・4つのプリッツから2つのプリッツを引いて，560 − 360 = 200，これを2で割った。 ・プリッツだけでなくて，キャラメルも引かないといけない。 ・キャラメルは同じ個数だから引かなくてもいいのとちがうか。 ・プリッツの方も，キャラメルの方も引かなくては，560 − 360 = 200という計算はできない。 ・2つの代金の違いは，プリッツ2個の違いだから，上の分から，下の分を引いて200円となり，1個は100円と分かります。
・妹と比較すると，妹がプリッツ2個分だけ多いのね。上から下を引くと，キャラメルは同じだ	

教　師　の　発　問　と　活　動	生　徒　の　活　動　と　反　応
からプリッツだけが残ったね。プリッツをx円キャラメルをy円とすると， $\begin{cases} 4x+2y=560 \\ 2x+2y=360 \end{cases}$ となる。	
・それでは，上の式から下の式を引いてみよう。	・ $\begin{array}{rl} & 4x+2y=560 \\ -) & 2x+2y=360 \\ \hline & 2x \qquad =200 \\ & \qquad x=100 \end{array}$
・yも求めてみよう。	・ $2\times100+2y=360$ $2y=360-200$ $2y=160$ $y=80$
○　封筒の中に入っている数字を当ててみよう。 $\boxed{x}\ \boxed{x}+\boxed{y}=13$ $\boxed{x}-\boxed{y}=2$	・上の式は，$x\times x$ということですか。
・こういうように並べるとそう思うね。では， $2\boxed{x}+\boxed{y}=13$ $\boxed{x}-\boxed{y}=2$ と，直してみます。 （机間巡視） （1人に解き方を板書させる。）	・ノートに計算を始める。 ・ $\begin{array}{rl} & 2x+\ y=13 \\ -) & x-\ y=\ 2 \\ \hline & x+2y=11 \end{array}$ ・xもyも消去できていません。
・ではどのようにしたら消去できますか。	（9人挙手） ・たすと，消去できます。
・先の式はひいたけれど，今度はたしたらいいのね。	・ $\begin{array}{rl} & 2x+y=13 \\ +) & x-y=\ 2 \\ \hline & 3x \qquad =15 \\ & \qquad x=\ 5 \end{array}$
・たすとyの項は差引0となり，消去できたね。	

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
じゃあyも求めてみましょう。 ・xの値をどの式に代入したらいいのかな。 （机間巡視。チェックリストを参考にして，文字の式や，代入の仕方が分かっていない者から個別指導する。）	・$2x+5=7x$と書いてつまっている者がいた。
・プリッツの問題と封筒の問題を解きましたが１つの文字を消去するためにどうしましたか。	・プリッツの方は引いて，封筒の方はたしました。
・引く時とたす時があるのね。	・$+2y$と$+2y$だからひいたら消去でき，$+y$と$-y$だからたしたら消去できます。
・同じ符号の時はひいて，異符号の時はたすといいのね。	
3　練習問題をしましょう。（プリント）	練習問題を解く。
4　２つの方程式の左辺と左辺，右辺と右辺をたすか引くかして，１つの文字を消去して解く方法を，加減法といいます。 （プリントを集める。）	ノートにまとめる。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　加減法では，等式から等式をひくという解き方の手順のみを指導することが多かったが，このように具体的な物を用いると，なぜひけばよいかということがよく理解できたように思える。

(2)　授業ごとに，小テストや練習問題が正解しているか，どのようなミスをしているかを座席表に書き込んでみた。机間巡視の時，前時の内容が十分理解できていない者から順に個別指導していった。生徒の理解度をはっきり把握しておくと，個別指導の能率が上がり，個に応じた指導がしやすかった。

(3)　授業終了時に，練習問題のプリントを集めた。３問とも正解の者は21名（62％），２問正解は９名であった。残り４名の者は１問正解であったり，xは求められているが，代入の仕方が分かっていないためにyが求められていなかったりした。この４名の者については，今後の授業の中でも，根気よく式の計算の仕方を指導していこうと考えている。

(4)　数学が苦手でノートがとれない生徒が，プリッツの問題の時，一番最初に100円であると答えた。良いスタートができたからか，連立方程式にも取り組み，一方の文字の値は求めることができた。普段から，興味を持たせるような指導を考えていかなければならない。

(5)　数学の授業が生徒にとって楽しみな授業になるように，教具を工夫したり，教材研究に励んでいこうと思う。

（徳山　富子）

連立方程式を使って混合に関する問題を解決させる指導

徳島市富田中学校　　2年2組（男子22名，女子21名）

1　題　　材　　連立方程式の利用

2　学級の実態

意欲的に数学に取り組む生徒や鋭い数学的な考え方をもった生徒はほとんどいなく，大半の生徒は，数学は重要な教科だからまじめにしないといけないという考えをもって，落ち着いてまじめに学習する。その結果として，彼らは学習内容をよく理解し，自己の能力を十分に発揮している。残りの数名の生徒は，静かに席についているが，学習内容がほとんど理解できず，注意された時だけノートをとる状態である。そのように，学級の生徒は数学に対する取り組み姿勢や態度，学力などにおいて，ほぼ大小2つの集団に分かれる。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

混合に関する問題を，連立方程式を利用して解決できるようにする。

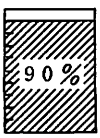
(2)　授業の視点

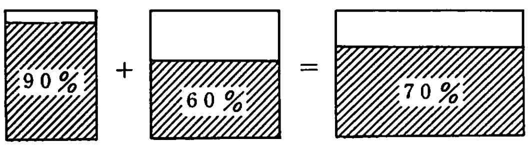
連立方程式の計算問題は，代入法を使うにしても，加減法を使うにしても，練習することによって機械的に解けるようになる。しかし，文章題ではそうはいかない。文章題を読んで，すんなりと方程式を立てれる生徒は，限られてくる。その文章題が，速さや濃度などに関する問題となると，立式できる生徒はさらに減少する。なぜ，生徒にとって文章題の立式が難しいのかを考えると，いくつかの要素が考えられる。それらの中でも，もっとも大きく影響しているのは，問題を読んでもイメージがつかめないことではないかと思われる。中学生は形式的操作ができるようになる年代ではあるが，まだ行動範囲が狭く，日常生活での経験も乏しいために頭の中だけで理解することが困難な生徒も多い。そのために，文章題の立式指導では，具体物を使ってイメージをつかませることが大切である。

そこで，本授業では本題に入る前に，小学校5年で習った割合について，面積図を使って復習し，百分率で表された部分が全体のどれだけを占めるかを，視覚的につかませることにした。そして，本題に入って，その図を情景図の中に利用した。それによって，読解力が乏しく，題意が把握できない生徒の理解を助けようとした。次に，等しい数量関係を見つけて立式できるように，表に表すことにした。

(3) 本時の展開

<table>
<tr><th>学 習 内 容 と 学 習 活 動</th><th>指 導 上 の 留 意 点</th></tr>
<tr><td>1 例題３について考える。

銅をふくむ合金Ａ，Ｂがある。Ａは９０％，Ｂは６０％の銅をふくんでいる。Ａ，Ｂをとかしあわせて，７０％の銅をふくむ合金Ｃを４５kgつくりたい。
Ａ，Ｂを，それぞれ何kgとればよいか。</td><td></td></tr>
<tr><td>2 ○ 割合について復習する。


○ ９０％は全体の$\frac{9}{10}$の面積である。</td><td>○ ９０％，７０％，６０％について，それらは，全体のどれだけの部分を占めるかを，面積図を提示してイメージをつかませる。</td></tr>
<tr><td>○ 問題の意味を理解する。

</td><td>○ 問題の内容を確認させながら，情景図で示す。</td></tr>
<tr><td>2 数量関係を表に表す。
<table><tr><th></th><th>合 金 Ａ</th><th>合 金 Ｂ</th><th>合 金 Ｃ</th></tr><tr><td>合金の重さ (kg)</td><td>x</td><td>y</td><td>４５</td></tr><tr><td>銅 の 割 合</td><td>９０％</td><td>６０％</td><td>７０％</td></tr><tr><td>銅 の 重 さ</td><td>$\frac{90}{100}x$</td><td>$\frac{60}{100}y$</td><td>$45\times\frac{70}{100}$</td></tr></table></td><td>○ 情景図の下に，情景図にそろえて表を板書する。</td></tr>
<tr><td>3 方程式を利用して問題解決する。
○ 方程式を作る。
○ 方程式を解く。
○ 問題に適するかどうか調べ，適するものを答とする。</td><td>○ 立式の段階では，約分しなくてよいことを知らせる。

○ 何を求めるのかを確認させる。</td></tr>
<tr><td>4 練習５をする。

すずをふくむ合金Ａ，Ｂがある。Ａは４０％，Ｂは１０％のすずをふくんでいる。Ａ，Ｂをとかしあわせて，３０％のすずをふくむ合金を７５kgつくりたい。
Ａ，Ｂをそれぞれ何kgとればよいか。</td><td>○ 机間巡視をして，できない生徒の個別指導をする。</td></tr>
</table>

4　指導の実際と考察

(1)　面積図で表すと，百分率のイメージをつかませやすい。

まず，９０％の面積図を提示して，小数や分数で答えさせた。同じように，７０％の場合，６０％の場合も行った。そのあと，生徒と次のようなやりとりをしていくうちに，学力の低い生徒も挙手するようになった。

Ｔ．２００ｇの６０％はいくらですか。

Ｐ．１２０ｇ。

Ｔ．どんな計算をして出したの？

Ｐ．２００×0.6です。

Ｔ．いいですね。それじゃ，２kgの６０％は？

Ｐ．１２００ｇ。1.2kg。

Ｔ．もうだいたいわかってきたね。

── 黒板に提示してあった６０％の面積図をはずして答えさせるようにした。──

Ｔ．３kgの５０％は？

Ｐ．1.5kg。

Ｔ．４kgの９０％は？

Ｐ．3.6kg。

Ｔ．１０kgの７０％は？

Ｐ．７kg。

Ｔ．みんな，手があがるようになってきたね。もうわかるね。

(2)　数量関係を情景図や表に表すと，立式させやすい。

問題に含まれている数量を答えさせながら，数量関係を情景図で表したのちに，表にまとめさせた。９０％の合金の重さを$x$kg，６０％の合金の重さを$y$kgとして，表の空欄をうめさせて，合金の重さと銅の重さについて方程式を立てればよいとわかった段階で，「合金の重さについて，どんな方程式が作れますか。」とたずねると，数学についての理解が乏しい生徒のひとりが，「$x+y=45$」と答えた。これは，すでに情景図でわかっていたのか，それとも表に表したときにわかったのか明らかではないが，情景図と表によって，学力の低い生徒でも，簡単な方程式を立てることができた。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　割合の復習に時間をかけすぎたために，解法を定着させる時間が不足した。

割合の復習では，百分率だけとりあげるつもりであったが，成り行き上，歩合もとりあげたために，導入段階で予定より１０分程度延びてしまった。そのために，例題３を解くだけで終り，練習として生徒に解かせる予定だった練習５は，次時に回した。例題３を解くだけでは，解き方

を定着させにくい。

(2) 情景図は，面積図を生かして，生徒自身に作らせるのがよい。

教科書の例題として出題されている連立方程式の文章題では，代金に関する問題，速さに関する問題，混合に関する問題，というように3つのパターンがとりあげられている。今までの指導経験から，題意をつかませて立式させるには，「このパターンの文章題では，ことばの式でまとめさせよう」，「このパターンの文章題では，線分図に表したら立式しやすいので，線分図を使わせよう」，「これは，表にまとめさせるのがよいだろう」と，指導者自身，きめてかかっているところがある。そのため，生徒の考えを引き出そうとしないで，これはこうすればよいと生徒に教え込む教師主導型の授業になりやすい。本授業もそうであったと思う。本時では，導入段階で面積図を使って百分率の復習をし，９０％や６０％，７０％のイメージがつかめていたのだから，生徒自身に例題３の意味を読みとらせ，情景図を書かせた方が理解が深まったと思われる。また，生徒自身が情景図に表すことによって，情景図から方程式を立てることができたかもしれない。

(3) 学力の低い生徒に文章題を解かせるには，イメージをつかませることが大切である。

学力の低い生徒は，一般的に，集中力や思考力に欠けているので，彼らに字づらだけのものを与えて解かそうとしても，見向きもしない。そのために，問題を直観的に解きほぐすような具体物が必要である。本授業では，百分率のイメージさえつかめたら，問題の意味が理解しやすいのではないかと考え，あえて，小学校５年で習った百分率のイメージ化を，面積図を用いて行った。それを採り入れたことで，学力の低い生徒の，問題に対する理解を助け，授業の最後まで，ほとんどあきずにいられたのではないかと考える。今後も，イメージをつかませるような教具等を積極的に採り入れていきたい。

(4) 客観的な評価を実施すべきだった。

本授業では，挙手を中心とした評価以外には評価を実施しなかった。というよりも，指導者自身，文章題の授業では，形成的評価をほとんどしたことがなく，何時間かの指導が終わってから総括的評価をするのを常としていた。そのために，正直なところ，客観的評価をすることは全く頭になかった。しかし，せっかく研究授業をしても，客観的評価がなければ，第三者に客観的な伝達をすることができない。また指導者自身，授業の評価を十分できない面がある。本授業の場合であれば，例題３のあとに練習として用意した練習５をプリントし，生徒にさせることによって，どれだけ授業の内容が理解できたか，どれだけの生徒が情景図に表して解いたか，またどれだけの生徒が表に表して解いたかなど，客観的な評価が得られ，より客観的な授業評価ができたのではないかと思われる。

（長谷川泰子）

一次関数の変化と対応の関係を考察させる指導

勝浦郡高鉾中学校　　2年1組（男子9名，女子5名）

1　題　　　材　　一次関数

2　学級の実態

本校は，1学年1学級の小規模校である。生徒は2つの小学校から入学してくる。（現在は統合）現在の2年生は1年生の時から受け持っているが，数学科において生徒を全体的にとらえてみると元気に発表もし，真面目に取り組んでいる。このクラスの中では，数名の生徒が理解が遅く，机間指導および個別指導が必要な状態である。また，山間部のため通学に時間がかかり，復習が十二分にできない面もあり，既習内容を何度もくり返さないと理解が定着しない面もある。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

具体的な事象の中から，ともなって変わる2つの変量を見出し，その変量の間の関係をとらえて，式や表を作り，一次関数の意味を理解させる。また，一次関数と比例の関係を理解させる。

(2)　授業の視点

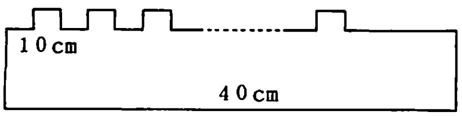
関数については，1年のときにも，

- 関数関係を表やグラフや式で表すこと。
- 正比例・反比例など比例関係について，変化のようすを調べること
- 座標を導入し，正比例や反比例の関係をグラフに表すこと

などについて指導している。

本時は，一次関数の導入として，学習に意欲的に取り組ませるために発見のある導入の問題をＯＨＰを利用し問題把握させ，多くの変数を見つけさせたい。また正比例をもとに一次関数の変化と対応の関係を調べさせ，表や式を使って，一次関数の意味を理解させることや，一次関数の変化の特徴を明らかにすることが授業の視点である。

(3) 本時の展開

<table>
<tr><th>学　習　活　動</th><th>指　導　上　の　留　意　点</th></tr>
<tr><td>1　前時学習の復習をし，次の課題について考える。</td><td>○　正比例・反比例等について復習する。</td></tr>
<tr><td colspan="2">たて10cm，よこ40cmの長方形の紙を置き，一辺2cmの正方形の紙を歯車の歯として，並べていく。このとき，正方形の数が増えていくと，それにともなって何が変化していくだろうか。</td></tr>
<tr><td>

○　いろいろな変数を発表する。</td><td>○　できるだけ多くの変数を見つけさせる。（辺の数・頂点の数・直角の数・面積・周囲の長さ等）</td></tr>
<tr><td>2　正方形の数を x として，いろいろな変数を x の式で表す。</td><td>○　立式しやすいものをあつかう。
（$4x+4$・$2x+4$・$4x+100$・$4x+400$）</td></tr>
<tr><td>3　頂点の数を y として，変化と対応の関係を式や表で調べる。
$y = 4x + 4$
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>…</td></tr>
<tr><td>y</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>20</td><td>24</td><td>…</td></tr>
</table></td><td>○　一次関数になっているものについて変化と対応の関係を調べさせる。
○　表にまとめさせる。
○　比例でないことをおさえる。</td></tr>
<tr><td>4　y が x の一次関数になることを理解する。</td><td>○　$y = ax + b$（a，b は定数，$a \fallingdotseq 0$）の形で表されるとき，y は x の一次関数である。</td></tr>
<tr><td>5　一次関数と比例の関係を理解する。
6　次の問題で，本時のまとめをする。

○　次の式の中から，一次関数を選べ。
$y = 3x + 5$，$y = 2x$，$y = x^2 + 3$
$y = \frac{3}{x}$，$y - 5x = 2$

○　$y - 8$ が x に比例し，比例定数が7のとき，y を x の式で表せ。</td><td>○　正比例は一次関数の特別なものである。
○　ＯＨＰで問題を提示する。
○　変数
○　変化と対応の見方
○　一次関数の意味
○　一次関数と比例の関係</td></tr>
</table>

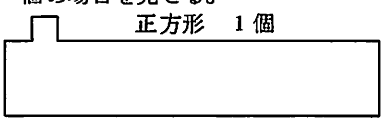
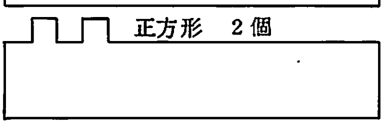
4　指導の実際と考察

(1)　事前調査について

一次関数を指導していく上で，一年生で学んだ正比例がどれだけ理解できているかが，重要なポイントである。そこで，事前調査として，変化と対応の単元をテストしてみた。次ページがその問題と調査結果である。基本的な式をつくることや，グラフをかくことはほぼできるが，変形した式については，どんな関係になるかが気づかない様である。また変域の表し方も忘れた生徒が多かったように思う。

(2)　指導の実際

指導過程の記録

教師の発問と活動	生徒の活動と反応	反応への評価
1　学習プリントで課題を配る。		
たて10cm，よこ40cmの長方形の紙を置き，一辺2cmの正方形の紙を歯車の歯として，並べていく。このとき，正方形の数が増えていくと，それにともなって何が変化していくでしょう。		
①　OHPで正方形が1個の場合，2個の場合を見せる。 正方形　1個  正方形　2個 	①　プリントに，ともなって変わる数量をかきこむ。	○　生徒全員が好奇心をもつ。
②　ともなって変わる数量は何がありますか。	②　正方形の数が増すと面積が増える。 ○　周囲の長さが変わる。	
○　誤解であるがそのまま板書する。	○　形が変わる。	○　発表で出た以外は，気がつかないようだ。
③　図形(多角形)として考えてみよう。	③　辺の数が変わる。 ○　角の数も変わる。 ○　頂点の数が変わる。	
④　数量といいましたが，この中で数や量でないものがありましたね。	④　形です。	
2①　正方形の数をxとして，発表したものをxを使って表して下さい。	2①　$4x+400$（面積） ○　$4x+100$（周囲の長さ） ○　$4x+4$（辺，角，頂点の数）	

<table>
<tr><th>教師の発問と活動</th><th>生徒の活動と反応</th><th>反応への評価</th></tr>
<tr><td>3① 頂点の場合を例にとり，正方形の数をx，頂点の数をyとして式と表をつくってみよう。

② 比例していますか。
③ どうしてですか。

4① $y=ax+b$の形で表されるとき，yはxの一次関数である。
5① $b=0$のとき正比例となり，正比例は一次関数の特別なものである。
② $y=4x+4$の表でyからbの値である4をひくとどうなりますか。
③ $y-b$はxに比例します。
6 ＯＨＰで問題を提示する。

(1) 次の式の中から一次関数を選べ。
$y=3x+5$，$y=2x$，$y=\frac{3}{x}$
$y=x^2+3$，$y-5x=2$
(2) $y-8$がxに比例し，比例定数が7のとき，yをxの式で表せ。

(2)は宿題とします。</td><td>3① $y=4x+4$
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>16</td><td>…</td></tr></table>
② 比例ではない。
③ xが2倍になってもyは2倍にならないから。
○ xが0のときyが0でない。
○ $y=ax$でない。

5②
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>…</td></tr><tr><td>$y-4$</td><td>0</td><td>4</td><td>8</td><td>12</td><td>…</td></tr></table>
正比例になる。
6① $y=3x+5$
$y=2x$（正比例）
$y-5x=2$も変形すると
$y=5x+2$となるから一次関数です。</td><td>○ $y-5x=2$はやはり，見つけにくかったようである。</td></tr>
</table>

(3) 考　　察

○ 導入の問題が生徒には分かりにくかったようである。

・面積や周囲の長さはすぐに思いついたようであるが，図を多角形的にとらえにくいようである。

・考える時間を十分与えて待つことが必要であった。

○ 誤答の取り扱いかたに気をつける。

○ 事前に正比例について復習していたことにより，一次関数が正比例をもとに理解できたようである。

（株木　正彦）

事前調査

変化と対応

(　　)番(　　　　　　　　　　)

1 関数関係を式に表すことができるか。

次のそれぞれについて，y を x の式で表せ。

(1) 300ページの本を，x ページ読んだときの残りのページ数を y とする。

1.

(2) 直径 x cm の円の周の長さを y cm とする。

2.

(3) 面積 20 cm² の三角形の底辺の長さを x cm，高さを y cm とする。

3.

2 正比例・反比例の式がわかっているか。

下のア〜ケについて，次の問いに答えよ。

(1) y が x に正比例するものはどれか。記号で答えよ。

4.

(2) y が x に反比例するものはどれか。記号で答えよ。

5.

ア　$y=4-x$	イ　$y=-5x$	ウ　$x+y=3$
エ　$y=\frac{4}{x}$	オ　$\frac{y}{x}=2$	カ　$\frac{x}{y}=-3$
キ　$xy=12$	ク　$y=3x^2$	ケ　$y-x=0$

3 正比例・反比例の関係を式に表すことができるか。

次の問いに答えよ。

(1) y は x に正比例し，$x=3$ のとき $y=12$ である。

① y を x の式で表せ。

6.

② $x=2$ に対応する y の値を求めよ。

7.

(2) y は x に反比例し，$x=-6$ のとき $y=4$ である。

① y を x の式で表せ。

8.

② $x=2$ に対応する y の値を求めよ。

9.

4 正比例の関係を式とグラフに表すことができるか。

深さ 30 cm の円柱形の容器がある。この容器がいっぱいになるまで，水を，その深さが毎分 3 cm の割合で増すように入れていく。このとき，水を入れはじめてから x 分後の水の深さを y cm とする。

(1) x，y の関係を式に表せ。

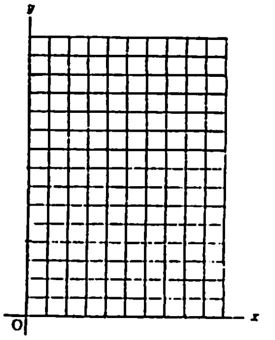
10.

(2) x がとることのできる値の範囲を示せ。

11.

(3) 上の x，y の関係をグラフに表せ。

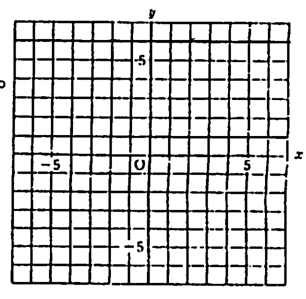
12.



5 反比例のグラフをかくことができるか。

13. $y=-\frac{6}{x}$ のグラフをかけ。…①

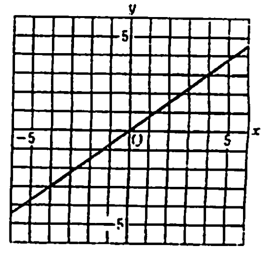
14. $y=2x$ …② のグラフをかけ。



6 グラフから式を求めることができるか。

x，y の関係を表すグラフをかいたら，右のような直線になった。このとき，x，y の関係を表す式を書け。

15.



事前調査の結果

問題番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	合計15問
A	○	○	○			○	○	○	○	○		○	○	○	○	12
B	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○		○	○	○	13
C	○	○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	14
D					○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	11
E												○	○	○		3
F	○	○				○		○		○	○	○			○	8
G	○	○				○	○	○	○	○		○	○	○	○	11
H	○		○				○		○	○		○	○	○	○	9
I	○	○	○		○					○	○	○	○	○		9
J	○												○	○		3
K	○	○			○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	12
L	○	○				○	○	○	○	○			○	○	○	10
M	○					○		○		○	○	○	○	○	○	9
N	○															1
正解人数	12	8	5	0	5	9	8	9	8	11	7	10	12	12	10	

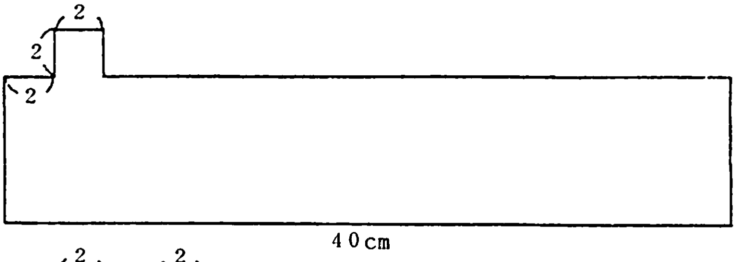
正解率　60％

数学学習プリント

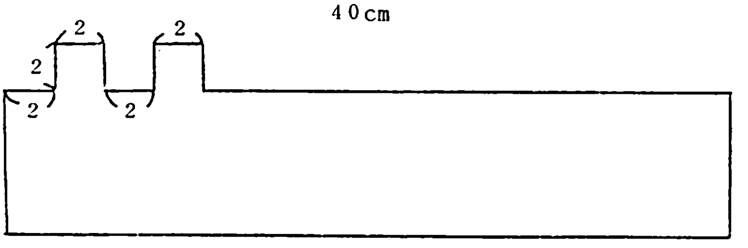
2年（　）番　（　　　　　　）

たて10cm、よこ40cmの長方形の紙を置き、一辺2cmの正方形の紙を、歯車の歯として、並べていく。このとき、正方形の数が増えていくと、それにともなって何が変化していくだろうか。

正方形1個



正方形2個

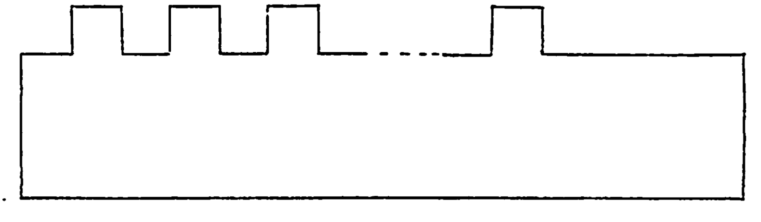


1、ともなって変わる数量

・
・
・
・
・
・
・

2、正方形の数をxとして、式で表せ。

正方形x個



グラフから一次関数の式を求めるために傾きと切片を考えさせる指導

三好郡池田中学校　　2年C組（男子22名，女子17名）

1　題　　材　　一次関数の式を求めること

2　学級の実態

前時までの学習の定着度は，上位（80点～100点）の者が10名，中位（40点～80点）が20名，下位（0点～40点）が9名である。上位の10名のうち8名が男子であり，取り組みも積極的である。全体的にも落ち着きがあり，共に伸びようとする雰囲気が感じられる。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 一次関数のグラフから傾きと切片をよみとることができるようにする。

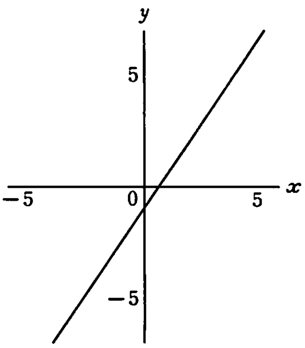
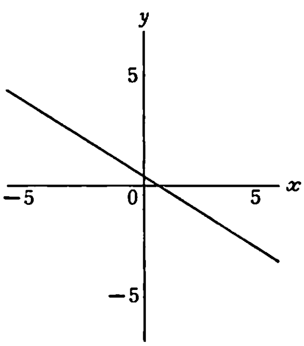
② よみとれない切片の時に，通る点の座標を式に代入することにより，切片を求めることができることを理解する。

(2)　授業の視点

前時までに一次関数の式における傾きと切片の意味を学習し，それを使ってグラフを書く練習も十分とはいかないが行ってきた。そこで，まず切片のよみとれるグラフを使って，特に傾きを求める方法について指導する。傾きの意味が理解できているものでも実際に$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$をどのように考えればいいのか最初は戸惑うものと予想される。前時で，傾きを使ってグラフを書いたことを思い出させることにより，グラフ上の2点から傾きを求めることができることを理解させたい。その際，グラフ上の2点を探すのにx座標もy座標も共に整数となっている点を見つければよいということをしっかりとおさえたい。

次に切片のよみとれないグラフを使って，まず傾きを求めさせる。そこで，よみとれない切片の数を求めるにはどうすればよいかを考えさせる。直感で求める者もいると思われるが，傾きのわかっている式にグラフ上の1点の座標を代入すれば，計算によって切片の数を求めることができるということをしっかり理解させたい。式から点，点からグラフという考え方が前時までの流れであったわけだが，グラフから点，点から式という逆の考え方ができるようになること，そしてそこから式，点，グラフが自在に扱えるような技能を身につけさせたい。そして，直接的なグラフがなくてもグラフに関する条件（傾きと1点がわかっている時，2点の座標がわかっている時など）が示されれば，計算により一次関数の式を求めることができるのだという次時の指導につなげていきたい。

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1　前時の復習と本時のめあてを知る。	○　本時のねらいをしっかりとおさえる。
2　学習課題について考える。 〔課題1〕 x，yの関係をグラフに表したら，右のような直線になった。このグラフの傾きと切片を求めよ。 この直線の式は，どう表されるか。  	○　まず，直線がy軸の目盛りのどこを通っているかを見ることにより切片を求めさせる。 ○　傾き$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$の関係を確認させ，グラフ上の2点を$x$座標，$y$座標が共に整数となっている点で考えればよいことを理解させる。 ○　傾きと切片がわかれば一次関数の式が求められることを把握させる。
3　練習問題$\boxed{1}$をする。	
4　応用問題について考える。 〔課題2〕 右の直線の式を求めよ。  	○　切片をいろいろ考えさせる。 ○　傾きがわかったときの式に注目させて，1つの点の座標を代入すれば計算により切片が求まることに気づかせたい。
5　次時の予告をする。	○　グラフがなくてもグラフに関する条件が示されれば，計算により一次関数の式を求められることを知らせる。

4　指導の実際と考察（授業後の反省と今後の課題）

(1)　傾き$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ということを，覚えていることは覚えているのだが，それを実際のグラフ上で説明できる生徒が少なかった。

(2)　まず，切片を求めさせて，次に傾きを求めさせたのだが，切片はほぼ全員のものが求めることができた。傾きについては，$\frac{3}{2}$と答えたもののほとんどが，切片から考えていたようだ。確かにこの場合は，それで求まるのだが，傾きは切片から考えればよいと理解しているものも少なからずいるということが〔課題２〕をやらせてみて，後で気がついた。

T．それでは，傾きはいくらになりますか。

S．$\frac{3}{2}$です。

T．なぜ傾きは$\frac{3}{2}$になるのですか。

S．切片の所から，右へ２いくと上へ３いっているからです。

と，いうところからすぐに傾きの求め方についての説明に入ってしまったのであるが，ここから更に「なぜ右へ１いくといけないのか，３いくといけないのか」「なぜ左へいくといけないのか」「なぜ切片の所から考えたのか」という質問につながっていけば，傾きについての理解が一層深まっていったのではないかと思う。

(3)　〔課題２〕では，時間も実際少なかったのではあるが，何のヒントも与えずに切片$=\frac{1}{3}$が求まったものが５名ぐらいであった。その中の３名までは，見た感じでだいたい$\frac{1}{3}$ぐらいだと思ったからというものであった。あとの２名は，$y=-\frac{2}{3}x+b$という式に，それぞれ（２，－１）を代入して，$b=\frac{1}{3}$を導くことができていた。直感というのも大切な能力であると思うので，もう少し，多くのものが$\frac{1}{3}$ぐらいだなあと気づかせるような指導も必要だったかなと思う。

(4)　最後のまとめの段階で，時間がなく十分な説明ができなかったのが残念であった。ただ，解き方のみを指導して，十分に生徒たちに考えさせることができなかったように思う。そのため，実際の練習問題でもその時はできるのだが，後になるとできない，またすぐに忘れてしまうというものが多いのではないだろうか。

(5)　変数x，yの関係を表した一次関数の式に，直線上の１点の座標を代入することにより，未知数bの値を求めるということが，ただ，いわれた通り代入すればできるんだなあとなんとなく理解したものが多かったのではないかと思う。これから先の学習を見通して，やはりこのあたりをもう少し詳しく説明しておけば，生徒自身が今後の学習にプラスになったのではないかと思う。

(6)　生徒が興味関心を持ち，とびついてくるような導入課題（教材）について，まだまだ，考えていかなくてはいけないと思っている。

（豊田　能久）

一次関数との関連で二元一次方程式のグラフの性質を考察させる指導

鳴門市瀬戸中学校　　2年B組（男子20名，女子16名）

1　題　　材　　二元一次方程式のグラフ

2　学級の実態

男子20名，女子16名，計36名の比較的おとなしいイメージのクラスである。4月より学級担任は「互敬互譲」を学級目標に掲げ，互いに尊重しあい，一人の悩みをみんなの悩みとして受け取め，解決していこうとする人間尊重の心を基盤にした学級づくりに取り組んできた。数学の授業においても，この精神を尊重し，一人の「つまずき」をみんなの「つまずき」としてとらえ，助け合いながら共通の問題を力を合わせて解いていこうとする態度を育て，「わかることの喜び」を生徒達に味わわせたいと考えている。しかし，実際には基礎学力が不足し数学に悩んでいる者や，いわゆる「数学嫌い」の生徒も何名か見られる。アンケート調査によると，「数学が好きである」と答えた者22％，「好きでも嫌いでもない」と答えた者50％，「嫌いである」と答えた者28％というのが現状である。また，領域別に見ると「数と式」，「図形」，「関数」の順に生徒達は興味を示し，好きであると答えている。授業態度について言えば，私語があまりなく素直であり，指導する側にとってはいわゆる指導しやすいクラスだと言える。しかし，ともすれば生徒達は受け身になりがちで，時々質問があるにせよ少く，もう少しそれらが活発となり，主体的に学習に取り組もうとする態度が育ってほしいと望むところである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　二元一次方程式と一次関数の関係を理解させる。

②　$ax+by=C$（$a \fallingdotseq 0$，$b \fallingdotseq 0$）のグラフがかけるようにする。

(2)　授業の視点

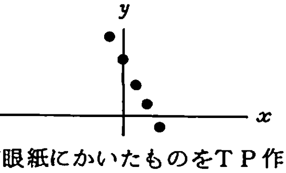
二元一次方程式の解であるxとyの値の組が無数にあることはすでに学習している。ここでは，これらを座標平面上に表し，二元一次方程式のグラフは直線であることを，一次関数との関連で調べ，グラフのかき方を指導する。また，それを通して，線を点の集合とみる〈集合の考え〉，「一方が決まれば他方が1つ決まる」という〈対応の考え〉や「二元一次方程式を一次関数としてみることができる」というように1つのものを他面的にみることができる数学的な考え方もあわせて身につけさせたい。授業の形態はグループ学習を取り入れ，互いに教え合い，共に考えることができるようにする。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　学習課題について考える。 二元一次方程式 $2x+y=5$ について，x，y の値の組 $(-1,\ 7)$，$(0,\ 5)$，$(1,\ 3)$，$(2,\ 1)$，$(3,\ -1)$ はこの方程式の解であることを確かめよ。 　また，これらを座標とする点をとってみよ。これらの点はどのようにならんでいるか。	○　できるだけたくさんの解をもとめ，図示させてもよい。
2　座標平面上に各点をとり気づいたことをまとめる。 ○　一直線上にならぶ → 一次関数のグラフ ○　$2x+y=5$ を y について解く → y は x の一次関数 ○　方程式 $2x+y=5$ のグラフということを知る。 方程式 $2x+y=5$ の解を座標とする点の全体は，直線 $y=-2x+5$ 上の点全体と一致する。	○　二元一次方程式が，一次関数とみられることを理解させる。
3　次の二元一次方程式を，$y=\square x+\square$ の形になおしてそのグラフをかき，わかったことをまとめる。 (1)　$x-2y=6$　　(2)　$4x-3y=0$ ○　$ax+by=C$ $(a\fallingdotseq 0,\ b\fallingdotseq 0)$ のグラフは直線	○　式の変形に注意させる。
4　$2x-3y=12$ のグラフの別のかき方を考える。 ○　二元一次方程式のグラフは直線であることを利用。 ○　2点 $(0,\ a)$，$(b,\ 0)$ を求める。	○　直線は2点できまることを使ってグラフをかくかき方を理解させる。
5　教科書P.63の[2][3]をする。	○　$y=ax+b$ の形に変形してグラフのかける生徒には，2点を求めてかく方法を強要しなくてもよい。

4　指導の実際と考察

(1)　授業記録（授業日；S 62. 7. 9）

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
T_1　二元一次方程式と一次関数との関係について調べよう，と問題提示をする。	
二元一次方程式 $2x+y=5$ について，x，y の値の組（-1，7），（0，5），（1，3），（2，1），（3，-1）はこの方程式の解であることを確かめよ。また，これらを座標とする点をとってみよ。これらの点はどのようにならんでいるか。	
T_2　それではまず，（-1，7）………（3，1）が $2x+y=5$ の解であるかどうか各班で確かめてください。どのような方法で調べますか。	S_1　（-1，7）……（3，1）を $2x+y=5$ に代入して成立すれば解です。
T_3　確かめられたら発表してください。	S_2　すべて解です。
T_4　これらを座標とする点を方眼紙にかきこみましょう。 …………机間巡視…………	
机間巡視のとき，x 座標，y 座標のとり方が理解できていなかったので助言。（T夫）	
T_5　発表してください。	S_3  （方眼紙にかいたものをTP作成器でTPにし，OHPで説明）
T_6　このことから気づいたことを発表してください。	S_4　点が一直線上にならんでいる。
T_7　$2x+y=5$ を満たす x と y の値の組は整数とは限らない。たとえば，分数や小数だったらそのような点を座標にもつ点はどこに表れるだろうか。	
T_8　このような点はどれだけあると思いますか。	S_6　無数にあると思います。
T_9　それではこのような点をとり続けるとどうなりますか。	S_7　直線になります。
T_{10}　そうです。直線になりますね。（点の上に直線をひく）	
T_{11}　何か気がつきませんか。	S_8　この直線は $y=-2x+5$ のグラフになっています。 S_9　$2x+y=5$ について解くと $y=-2x+5$ になります。

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
T_{12} よいことに気がつきましたね。 T_{13} $2x+y=5$の式でxの値が決まれば，yの値もただ1つ決まる。したがって$2x+y=5$は，xとyの関数関係を表しているとみることができる。しかも関数関係は，一次関数$y=-2x+5$と同じということです。そしてこの直線を方程式$2x+y=5$のグラフといい，また$2x+y=5$をこの直線の式ということがあります。 T_{14} それでは，このことを利用して実際にグラフをかいてみましょう。	

次の二元一次方程式を，$y=\square x+\square$の形になおして，そのグラフをかけ。
(1)　$x-2y=6$　　　(2)　$4x-3y=0$

…………机間巡視…………

○　$x-2y=6$をyについて解くことができない。（S子）
○　$y=\frac{1}{2}x-3$のグラフのかき方がよくわからない。（T夫，K子）

グループ学習で教え合い，解決。

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
T_{15} どんなグラフになりましたか。	S_{10}，S_{11}　（TPにし，OHPで説明）
T_{16} このことからどういうことがわかりますか。	S_{12} 二元一次方程式のグラフは直線になります。
T_{17} それでは二元一次方程式のグラフが直線になることを利用して，$2x-3y=12$のグラフの別のかき方を各班で考えてみてください。そしてかいてください。 …………机間巡視…………	
T_{18} 発表してください。	S_{13} x軸とy軸との交点を求めて2点を結びました。（TPにし，OHPで説明）
T_{19} なるほど，直線は2点が決まればかけるから2点を求めればよいですね。	S_{14} 2点だったらどの点でもいいのですか。（質問）
T_{20} そうです。でもたいていの場合はx軸とy軸との交点を求めるのが計算は簡単ですね。 T_{21} それでは教科書P. 63 の[2][3]をやってください。	

[2]　次の方程式のグラフをかけ。
(1)　$x+y=5$　(2)　$-4x+3y=12$　(3)　$3x-2y=6$　(4)　$2x+5y=0$

[3]　次の方程式のグラフと，x軸，y軸との交点の座標をいえ。
(1)　$4x-5y=1$　　(2)　$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
…………机間巡視………… T_{22} 答えをあわせます。 （2は正解をＯＨＰで写し，説明。3は生徒に発表させる。） T_{23} まとめます。	
○　二元一次方程式 $ax+by=C$ を y について解くと，一次関数とみることができる。 ○　二元一次方程式のグラフのかき方 1）y について解き，傾きと切片を用いてかく。 2）適当な2点の座標を求めて，2点を結んで直線をかく。	

(2) 考　察

① 授業後の反省

1）式の変形や変数の組を求める計算はほとんどの生徒ができていたが，できない生徒には個別指導をした。正しい理解をさせるために基礎的な計算の記述は正しく整然とやらせたい。

2）点をプロットした段階では，x と y の対応を意識していられるが，直線にしてしまうとその意識がうすれてしまう。

3）グループ学習であったので，共通の問題について共に考えることができ，個々の「つまづき」も大部分が解決された。

4）2点を求めてグラフをかくことは能率よくかけ，便利であるが，この際，グラフは条件を満たす点の集合であるという考えが後退しないようにしたい。

② 今後の課題

1）関数のグラフ，式のグラフ，方程式のグラフなどの言い方が，場面に応じていろいろに使われるので，それらの用語に漸次慣れさせたい。

2）二元一次方程式 $ax+by=C$ を一次関数を表す式ともみれることをもう少しすっきりと説明したい。

3）二元一次方程式のグラフを機械的にかくことはできても，二元一次方程式を一次関数とみなして思考していくことには時間がかかる。連立方程式のグラフなどを通してしだいに身につけさせたい。

4）一次関数を利用した教材にダイヤグラムがあるが，このほかによい教材を工夫したい。

（岸田　正）

連立方程式の解とグラフとの関係について考えさせる指導

小松島市坂野中学校　2年D組（男子22名，女子16名）

1 題　材　二元一次方程式とグラフ

2 学級の実態

4月より数学科の教科担任として，「少しでも生徒たちに数学がわかることの喜びを味わわせたい」と考え，指導しているつもりではあるが，小学校からの学力差に加えて，中学校1年間における学習への取り組みの違いによって，さらに大きな学力差が生じている。

生徒の中には，全く数学に取り組もうとしない者もあり，ともすればそういった生徒に周囲の生徒たちも流されてしまいそうな可能性をもっている。

3 本時の指導計画

(1) 本時の目標

① 連立方程式の解を求めたり，文字について解いたりするなどの既習の知識について再確認する。

② 2つの二元一次方程式のグラフをかき，その交点の座標が連立二元一次方程式の解と一致することを理解する。

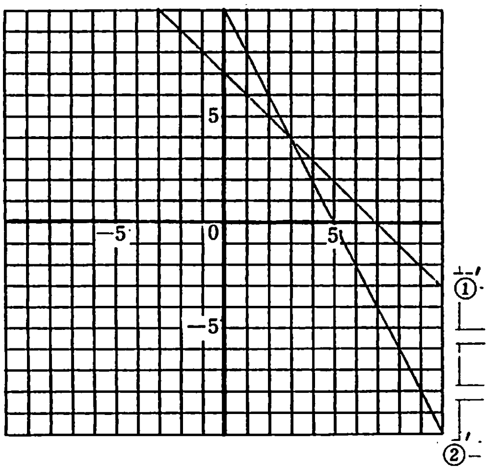
(2) 授業の視点

連立方程式の解き方や二元一次方程式のグラフのかき方については，すでに学習しているが，ここでは，連立方程式の解とグラフの交点の座標が一致することをしっかりとおさえさせたい。

そのため本時では，まず簡単な連立方程式を解くこと，また，x，yを用いた二元一次方程式をyについて解き，その式を用いてグラフをかく等の確認をしたうえで，本題に入ることにした。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 連立方程式 $\begin{cases} x+y=7 \cdots\cdots ① \\ 2x+y=10 \cdots\cdots ② \end{cases}$ の解を連立方程式を解いて求める。	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2　①，②の二元一次方程式をそれぞれ y について解く。 $y=-x+7$ …………①′ $y=-2x+10$ ……②′	○　文字について解くということを確認させる。
3　座標平面上に①′，②′ のグラフをかく。 	○　y は x の一次関数であることに気づかせ，グラフをかかせる。 ○　交点があることに気づかせる。 ○　交点がずれることのないように，ていねいにかかせる。
4　学習課題について考える。 ①′，②′ のグラフの交点は何を意味するのだろうか。 連立方程式の解⟺グラフの交点の座標	○　交点の座標を求め，その座標が連立方程式の解と一致していることに気づかせる。 ○　グラフを使って交点の座標を求め，それが連立方程式の解と一致することを確認させる。
5 連立方程式 $\begin{cases} 3x+y=5 \cdots\cdots ① \\ x-y=3 \cdots\cdots ② \end{cases}$ の解とグラフの交点が一致するか調べる。	○　同じ手順で考えさせ，連立方程式の解とグラフの交点の座標が一致することを理解させる。

4　指導の実際と考察

学 習 内 容 と 学 習 活 動	生徒の活動と反応
T　今日は，すでに学習した連立方程式の解と一次関数のグラフとの間にはどのような関係があるか学習します。 まず，この連立方程式を解いて下さい。	
T　発表して下さい。	S　(x, y) = (3, 4)です。いいですか。 S　はい。
T　よくできましたね。それでは，①の式を y について解いてみましょう。「 y について解く」という意味がわかっていますか。これは式の変形で習ったように， $y=$ (　　　　　) という形になおすことです。 では，やってみて下さい。	
T　$y=$ (　　　　　) という形になおせましたか。それでは，発表して下さい。	S　$y=-x+7$ です。いいですか。 S　はい。
T　同じように，②の式も y について解いて下さい。	
T　できた人は発表して下さい。	S　$y=-2x+10$ です。いいですか。 S　はい。
T　最近，この①′，②′のような $y=$ (　　　　　) の形の式を学習しましたね。このような形の式は，何を意味しているのでしょうか。	S　一次関数の式です。
T　そうですね。一次関数 $y=ax+b$ という式を習いましたね。一次関数のグラフは直線で表されるということは，みなさん知っていますね。それでは，①′，②′のグラフをグラフ用紙にていねいにかいて下さい。	
T　かけましたね。では，前のグラフ黒板にかいてもらいます。	
T　たいへん上手にかいてくれました。この2本の直線について何か気がついたことはありませんか。	S　交点があります。
T　なるほど。いいところに気がつきましたね。では，この交点の座標を言って下さい。	S　(3, 4)です。いいですか。 S　はい。
T　(3, 4)ですね。連立方程式の解と2本の直線の交点	S　連立方程式の解とグラフの交

学習内容と学習活動	生徒の活動と反応
の座標を比べてみて，気がつくことはありませんか。 T　なるほど。連立方程式の解が（ x ， y ）＝（3，4）。また，グラフの交点の座標が（ x ， y ）＝（3，4）。確かに，一致していますね。 T　この問題では，連立方程式の解と２本の直線の交点の座標が一致していましたが，他の問題でも，このことが成り立つかどうか考えてみましょう。 $\begin{cases} 3x+y=5 \cdots\cdots\cdots ① \\ x-y=3 \cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$ この問題を同じ手順で考えてみて下さい。本当に，連立方程式の解と２本の直線の交点の座標が一致するでしょうか。	点の座標が一致しています。

5　授業後の反省と今後の課題

「文字について解く」という学習課題をあえて取りあげたことが，二元一次方程式のグラフを書くために必要な手順であることの理解や y について解く知識の再確認につながったように思われる。ただし，その弊害として，本時授業時間内で他の問題についても同様に連立方程式の解とグラフの交点の座標が一致するという知識の定着までには及ばなかった。その点，授業の進め方，発問，生徒の思考状況の把握等多くの点について反省材料を残したように思われる。

各課題についてのアンケートの集計は，次のとおりである。

○　連立方程式が解けた生徒 ……………………… 61％

○　y について解けた生徒 ………………………… 47％

○　グラフを書けた生徒 …………………………… 66％

○　グラフの交点の意味が理解できた生徒 ……… 82％

生徒自身理解できる問題に対しては，一生懸命考えようとする姿勢が見られる。このことを頭において，これから，導入のための問題や学習課題の作成について，より一層研究を重ね，生徒の興味・関心をひき，進んで取り組もうとするような充実した授業実践を心がけていきたい。

（荒井　俊輔）

不等式の基本的な性質を理解させる指導

阿南市阿南中学校　　2年9組（男子20名，女子21名）

1　題　　材　　不　等　式

2　学級の実態

比較的まじめに取り組めている。雰囲気も明るく発表も多い方である。しかしその中には，基礎学力がほとんどなくノートもとらずにただ黙っているだけの生徒が1名，理解をするのに時間がかかり，努力をしているのだが授業に遅れがちな生徒が数名いる。全体的には授業に活気があり，少しでも前進しようとする雰囲気がある。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

不等式の性質の必要性を理解させ，「不等式の両辺に同じ数をたしても，ひいても大小関係は変わらない」ことを理解させる。

(2)　授業の視点

不等式の性質を理解させることはとても大切なことである。だからと言っていきなり具体的な数字を使って性質をさがし，まとめても生徒の意識の中には，なぜこんなことを覚えるのかという気持ちがあって，なかなか定着しにくいのではないか。また，方程式と不等式はまったくちがうものであるようにとらえている生徒が多いように思われる。

そこで，多少時間はかかるが，方程式と関連させたらどうかと考えた。そうすることによって，方程式の性質を思い出させ，それが方程式を解くのにいかに役立ったかを確認することによって，これから学習する不等式の性質がいかに重要で，不等式を解くのに必要か理解できるのではないかと思われる。また，方程式と不等式はまったく違うものではなく，よく似たものであることを印象づけることができると思われる。

また，生徒によりいっそう不等式の性質を理解させ印象づけるために生徒自身に問題を作成させたらと考えた。教師側から与えた限られた問題だけで納得させるよりも，自分でいろいろと考えて確かめることが，理解し定着するのにとても役立つと思われる。問題では正・負の整数，たしたりひいたりする数は整の数だけである。教師の側から分類をして確かめさせるのは簡単なことだが，生徒は想像力が豊かなので，与えられた問題に基づいて自由に考えを広げていき，小数，分数の場合はどうか，たしたりひいたりする数が負の場合はどうかなど疑問が出てくればすばらしいと思われる。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　不等式の解について考える。 ㋐　$2x+1>3$　　㋔　$3x\geqq 9$ ㋑　$3x-2<4$　　㋕　$4x+3\leqq -5$ ㋒　$5x\geqq 2x+9$　　㋖　$2x>2$ ㋓　$4x\leqq -8$　　㋗　$3x<6$	○　代入することによって不等式の解を求めさせる。 ○　式の形がちがっていても同値の不等式が多くあることに気づかせる。 ○　㋐から㋗をカードに表し，カードに方程式と対比させて，不等式の性質を調べる必要性をつかませる。
2　学習課題を考える。 次の不等式の両辺の数に3をたすと，その2数の大小関係はどうなるか。また，両辺の数から3をひくときはどうか。 (1) $4<6$　(2) $-2<7$　(3) $-9<-5$	○　左辺，右辺にそれぞれ3をたして大小関係を比較させる。3をひくときも同様に比較させる。
3　類題を自分で作り，発表する。	○　生徒に問題を作らせ，どんな場合でも同じことを確認させる。
4　不等式の性質をまとめる。 ○　不等式の両辺に同じ数をたしたり，両辺から同じ数をひいたりしても不等号の向きは変わらない。 ○　$a<b$のとき　$a+c<b+c$ $a-c<b-c$	○　具体的な数による例より一般的な場合へと拡張する。 ○　数直線を利用して，一般的に言えることを確かめる。

4　指導の実際と考察

(1) 前時で学習している方法（代入して確かめる）により，不等式の解を求めてみることはやや時間がかかるが，生徒はその方法についてよく理解できていた。既に，不等式の解き方を，技術として知っている生徒がいて，その方法を使っている生徒がいたので，代入して確かめる方法を指示すると，この方法でやれていた。

(2) 解が，まったく同じになる不等式について，教師側で，カードに整理して，並べてみせてやると，その式の形を，くらべてみることにより，ちょうど方程式の式の変形と同じであることに，生徒は早く気づくことができた。ここのところについて，指導記録を紹介してみたいと思う。

㋐ $2x+1>3$	㋑ $3x-2<4$	㋒ $5x \geqq 2x+9$	㋕ $4x+3 \leqq -5$
㋖ $2x \quad >2$	㋗ $3x \quad <6$	㋔ $3x \geqq 9$	㋓ $4x \quad \leqq -8$
$x \quad >1$	$x \quad <2$	$x \geqq 3$	$x \quad \leqq -2$

（指導記録）

T　解が同じとなったのは，どれとどれでしたか？

S　㋐と㋖で $x>1$ です。

S　㋑と㋗で $x<2$ です。

S　㋒と㋔で $x \geqq 3$ です。

S　㋕と㋓で $x \leqq -2$ です。

T　そうですね。では，同じになる不等式とその解を，こうやって，並べてみます。この式をみて，これは何かの時に，よくにたことがありましたね。何を思い出しますか？

S　方程式を解く時とにています。

T　そうですか。じゃあ，不等号のところをけして，等号におきかえてみます。どうですか。

S　方程式の時と同じです。

T　一段目から，二段目へは，何ですか。

S　移項です。

T　二段目から，三段目へは何ですか。

S　両辺を，同じ数でわっています。

T　方程式で，こんな変形ができたのは，等式にどんな性質があったからでしょうか？

S　両辺に同じ数をたしてもいいし，両辺から，同じ数をひいてもいいという性質です。

S　両辺に，同じ数をかけてもいいし，両辺を，同じ数でわってもいいという性質です。

T　じゃあ，もし不等式にも，こんな性質があることがわかれば，同じような変形ができるんですね。

(3)　カードの不等号のところへ，等号の記号を，実際に入れてみせることにより，式の変形が，方程式の場合と，全く同じであることが，よく理解できていた。

(4)　不等式でも，方程式と全く同じように，式の変形ができて，解を求めることができるであろう

ことが，生徒自ら予想でき，そのことが不等式の性質をしらべていこうという課題へとスムーズにつなぐことができた。

(5) 不等式の性質を調べる際，教師から提示された例だけでなく，生徒自らがこういう場合どうなのかと，自分たちで主体的に，例を上げて調べられた。条件として，大きくても２桁までということはつけた。生徒の中から，小数や，分数の場合も例に上がってたしかめられた。

(6) 不等式の性質として，一般的にまとめる際は，等式の性質をまとめたのを，まねしながら，生徒たちの考えでまとめられた。文字の利用，数直線の利用については，教師の説明を中心にまとめた。

5　授業後の反省と今後の課題

(1) 数の大小関係から，不等式の性質を導き，その性質を使って不等式を解くというのが普通だが，方程式を思い出させ，それと同じ方法が使えないかという発想で，不等式の性質の必要性を感じさせることができたのは，生徒に目的，課題意識をもたせることができてよかった。

(2) カードを並べてみさせることは，不等式と方程式が，自然に関連づけて学習させることができた。生徒の中には，方程式と，不等式が全く別世界のように思っている生徒が多い。

(3) 代入方法で，不等式を解くということが，わりとスムーズにできてよかったが，普通はここにたくさん時間がかかるであろう。提示する例に，解がわりと早くみつかるよう工夫されてあったのでよかった。

(4) 不等式の性質として，両辺にたしてみる数，両辺からひいてみる数，あるいは，そのもととなる二つの数について，いろいろ生徒の出した中で，負の数の場合だけ，でていなかったが，こんな場合は，教師側から指示してやってみさせておくと，次の両辺に，ある数をかけたり，両辺をある数でわってみる場合の学習で，負の数をとり上げて考えてみる素地になったのではなかろうか。

(5) 不等号の読み方に，共通したものがないのは，やや指導についても困った面が多い。

(6) 「不等式が成り立つ」という表現が使われている場合があるが，「不等号の向きが，かわらない」という表現をすべきでないか。

（中川　一英）

合同条件を使って図形の性質を明らかにしていく指導

徳島市富田中学校　　2年8組（男子22名，女子23名）

1　題　　材　　三角形（合同条件を使って）

2　学級の実態

学級の生徒の半数が塾に通い，授業より先を進んでいるためか教師の質問をきこうとせず他のことに心が向いている。ながら勉強のためか正面からじっくり学習に集中できない者，また，勉強の積み重ねがないために授業を放棄してしまった者がいる。生徒会の方でも「授業を真面目にうけよう」という月目標を掲げたり，学級では，挙手の回数や発表の回数を記録するカードを個人個人に持たせ競い合わせ，忘れ物をした者，授業態度が悪かった者をチェックして帰りの学活で発表する等，色々工夫して学習に意欲を向けさせる手立てをとっている。学級の実態を知るために図形についてのアンケートを取ってみた。予想していたことではあるが，図形は不得意であるとか，証明は嫌いだという者が半数以上を占めた。不得意とか嫌いという者と，全体の $\frac{1}{3}$ もいる好きでも嫌いでもないと答えた者たちに，いかにして意欲を持たせるか。たとえつまずいたとしても治療できるよう配慮し，楽しく，そしてじっくり考える授業を展開してゆきたい。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　合同になる三角形の見つけ方，証明の進め方を理解する。

②　仮定を変えて考えることで，図形の性質を明らかにする。

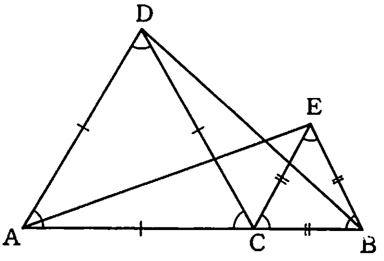
(2)　授業の視点

中学生の思考形式は，論理よりも感情や感覚によるところが大きい。論理的に思考する力を身につけるためには，他にたよることなく，自力で，試行錯誤を重ねながら推論を進めていかなくてはならない。それにはまず，基礎になる基本的な手段や方法が理解されているということが大切である。まず，問題にあう図を作図させることで図形に対するイメージを持たせる。次に，①結論をいうには，どの三角形とどの三角形の合同をいえばよいか。②その2つの三角形で，等しい辺や角はどれか。③2つの三角形の合同条件は何か。この①～③の手順をしっかり身につけさせたい。

また，仮定を変えても同じ結論がいえる等，図形が変化しても常に変化しない性質を見つけさせ図形の性質を明らかにさせたい。

(3)　本時の展開

<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1　例題1を考える。

線分AB上に点Cをとり，線分ABの同じ側に2つの正三角形△ACD，△BCEをつくると，AE＝DBである。これを証明せよ。</td><td>○　簡単な図をかかせ，問題の意味を理解させる。</td></tr>
<tr><td>2　問題にあう図をかき，結論を導くためには何がいえればよいかを考える。</td><td>○　できるだけ正確に作図させる。</td></tr>
<tr><td>○　等しいとわかっている線分や角に，印をつける。

</td><td>○　仮定と結論を混合しないよう注意させる。</td></tr>
<tr><td>○　AE＝DBをいうためには，何がいえればよいか。

$\boxed{AE=DB}$
↑
$\boxed{\triangle ACE\equiv\triangle DCB}$</td><td>○　2つの三角形の合同がいえれば，証明ができるという見通しを持たせる。</td></tr>
<tr><td>○　根拠をはっきりさせながら，証明する。</td><td>○　証明の記述の仕方に注意を払わせる。</td></tr>
<tr><td>3　問題①をする。
○　$\left.\begin{array}{l}\angle APD=\angle PAB+\angle PBA\\ \angle CDB+\angle CBD=\angle ACD\end{array}\right\}\angle APD=60^\circ$
○　別の証明ができないか，次時までに考えてくる。</td><td>○　三角形の合同と，何を根拠として証明を進めればよいかを熟考させる。</td></tr>
<tr><td>4　例題1の正三角形△ACDを固定し，共有点Cを中心として，正三角形△BCEを回転させるとき，AE，DBの関係はどうなるのか。</td><td></td></tr>
<tr><td>○　作図をし，等しいとわかっている辺や角に印をつける。</td><td>○　OHPを使い，回転を見せ，作図を容易にさせる。</td></tr>
<tr><td>○　AE，DBの関係について考える。

$\boxed{\triangle ACE\equiv\triangle DCB}$　　$\boxed{\begin{array}{l}AE=AC\pm CE\\ DB=DC\pm CB\end{array}}$
↘　↙
$\boxed{AE=DB}$</td><td>○　△ACE，△DCBができる場合と，できない場合を考えさせる。
○　図形が変化しても常に変化しない性質をみつけさせる。</td></tr>
</table>

4　指導の実際

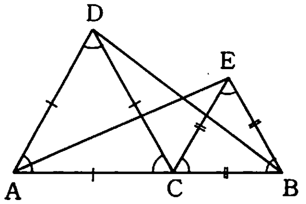
T　例題１をやってみよう。

例題１　線分ＡＢ上に点Ｃをとり，ＡＢの同じ側に２つの正三角形△ＡＣＤ，△ＢＣＥをつくると，ＡＥ＝ＤＢである。これを証明せよ。

T　本文をよく読んで，簡単な図をかき問題を掴んでみなさい。

T　作図をし，図の中に，等しいとわかっている辺や角に印をつけてみなさい。

S



T　ＡＥ＝ＤＢをいうには，何がいえたらいいのか。

S　△ＡＣＥと△ＤＣＢの合同がいえたら，対応する辺ＡＥ，ＤＢが等しいといえます。

T　他の三角形の組み合わせを考えた者はいませんか。

S　（挙手なし）

T　では，どうして△ＡＣＥと△ＤＣＢに目をつけたのかいって欲しい。

S　ＡＣ＝ＤＣ，ＣＥ＝ＣＢ，∠ＡＣＥ＝∠ＤＣＢ，それに結論のＡＥ，ＤＢの辺を持つからです。

T　ＡＣ＝ＤＣ，ＣＥ＝ＣＢは正三角形であることからいえる。では，∠ＡＣＥ＝∠ＤＣＢはどうしてですか。

S　１８０°－６０°＝１２０°となって，２つとも１２０°になるからです。

S　∠ＡＣＥ＝６０°＋∠ＤＣＥ，∠ＤＣＢ＝∠ＤＣＥ＋６０°だから∠ACE＝∠DCBとなります。

T　角が等しいこともこれでいえた。では，この時の合同条件は何ですか。

S　２辺とその間の角がそれぞれ等しいので合同です。

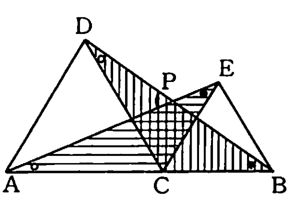
T　２つの三角形が合同になって，それから何がいえますか。

S　対応する辺が等しいから，結論のＡＥ＝ＤＢがいえます。

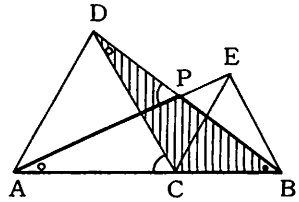
T　これで証明ができましたが，記述する時には，対応する順にかくことを忘れないこと。では，もう一度確認してみよう。…………

T　さあ次に，ＡＥとＤＢの交点をＰとすると∠ＡＰＤ＝６０°になることを証明してみよう。例題１で，△ＡＣＥ≡△ＤＣＢがいえた。このことから等しいといえる辺や角に目をつけて考えてみてはどうだろう。しばらく考える時間をおくから，よく考えるように。

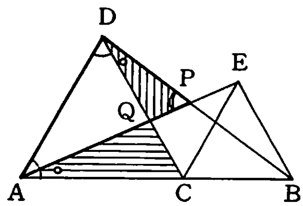
S　（作図を使って考える。）



T　△ACE≡△DCBからいえることは。
S　AE＝DB
S　∠CAE＝∠CDB
S　∠AEC＝∠DBC
T　この60°というのは，正三角形の1つの内角と同じだ。 そのことから何か考えついた人はいませんか。
S　（沈黙）
T　では，∠APDはどの三角形の角ですか。
S　△ADPの内角。
S　△PABの外角。
T　どっちの三角形で証明していこうか。
S　△PABの外角で考えました。△PABで，三角形の1つの外角は，その隣りにない2つの内角の和に等しいことから，
∠APD＝∠PAB＋∠PBC，∠PAB＝∠CDBだから，
∠APD＝∠CDB＋∠PBC
　　　＝∠DCA
　　　＝60°

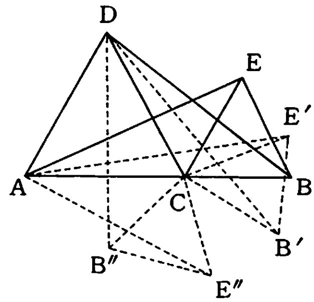


T　よく考えたね。もう一度みんなに説明してみよう。…………
T　ここの証明は，さっき出てきた△ADPに目をつけて，内角の和が180°になることから式を作り，証明することもできるし，また，DC，AEの交点をQとし，△ACQと△DPQで考えてもよいと思う。これを次の時間までの課題としよう。

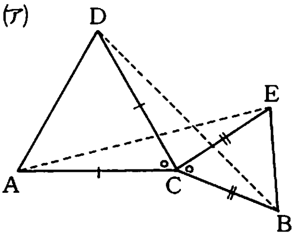


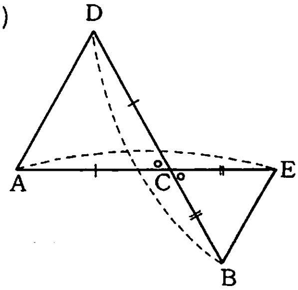
T　次に，この問題を考えてみよう。（OHP使用）

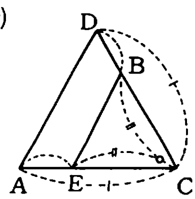
問　例題1の正三角形△ACDを固定し，共有点Cを中心として，正三角形△BCEを回転させるとき，AE，DBの関係はどうなるのか。



T　作図をしてみよう。どうかいていいかわからない人は，△BCEを回転してみせるからもう一度前を見なさい。
　（OHPをみせ，机間巡視をし個別指導する。）
T　等しいとわかっている辺や角に印をつけ，AE，DBの関係について考えよう。
S　（生徒の作図…(ア)が多い）

(ア)


(イ)


(ウ)


T　みんなの作図をみると，この(ア)，(イ)，(ウ)が出てきている。（ＯＨＰを使って作図を見せる。）
ＡＥ，ＤＢについてどんなことがいえるのかな。

S　ＡＥ＝ＤＢです。

T　ＡＥ＝ＤＢとなるのを説明できますか。

S　(ウ)で，ＡＣ＝ＤＣ，ＥＣ＝ＢＣで，ＡＥ＝ＡＣ－ＥＣ，ＤＢ＝ＤＣ－ＢＣだからＡＥ＝ＤＢとなる。

S　(イ)で，ＡＣ＝ＤＣ，ＣＥ＝ＣＢで，ＡＥ＝ＡＣ＋ＣＥ，ＤＢ＝ＤＣ＋ＣＢだからＡＥ＝ＤＢとなる。

S　(ア)で，△ＡＣＥと△ＤＣＢで，２辺とその間の角がそれぞれ等しくなるから２つの三角形は合同となる。よって，対応するＡＥとＤＢは等しくなる。

（生徒の中から，(イ)，(ウ)は，うまい図を考えたな。の声があがり，笑い声がおこる。）

T　例題１と仮定が変わっても，ＡＥ＝ＤＢと同じことがいえたね。図形が変わっても，変化しない性質があることがわかったと思う。もしかすると，ＡＥ＝ＤＢ以外にもあるかもしれない。

5　授業後の反省と今後の課題

あまり盛り沢山の内容を1時間の中でやろうとしたため最後の方で無理があった。たとえば，△ＡＣＥ≡△ＤＣＢをいう時，６０°－∠ＡＣＢの場合も考えさせたかったし，ＡＥ＝ＤＢ以外に，ＡＥとＤＢのつくる角にも目を向けさせたかった。しかし，この内容が時間内で終わられたのも，問題①のところで力のある生徒に助けられたからで，授業の成立は生徒の力に寄るところが大きい。

図形についてのアンケートで，

○	辺の長さや角の大きさを求めることは好きですか。	好き…３４％，嫌い…１８％
○	証明問題は好きですか。	好き…　９％，嫌い…６１％
○	作図は好きですか。	好き…１６％，嫌い…５２％
○	問題にあう図をかいてみることは好きですか。	好き…　２％，嫌い…５９％

と出た。辺や角を，計算をつかって出すのは好きな者も，証明の問題文の読解は苦手なようである。「～ならば～である。」のような，仮定と結論を分ける言葉のある命題の読みとりはいいが，「～は，～」のようになっているものは判断を誤りやすい。また，図が出てる証明問題は考えられても図がないものは考えられない等，問題にあう図をかくことは生徒にとって大きな課題となっている。中点や垂直という用語においても，作図の中でそれを表せても図と記号化が結びつかず，問題を解決することができずにいる者も少なくない。論証の時，考え方の観点や手順があいまいなため証明の仕組みが理解できず，正しい誰論ができない者等，証明嫌いを考えればいくつもその原因があげられる。しかし，言葉は足らずとも，また，要領をえない説明であっても大いに挙手させ，発表させて，生徒自身の考えたユニークな図や考え方を積極的に取りあげ，説明する機会を与え，まず一人一人を授業に参加させるところから始めてゆきたい。

（吉坂真由美）

合同条件を使って図形の性質を明らかにしていく指導

阿南市阿南第一中学校　2年5組（男子21名，女子20名）

1　題　　材　　合同条件を使って

2　学級の実態

1学期当初にこの学級の子供たちと出会った頃，友や教師の発問，あるいは一斉活動において，無反応で・個人点検をし始めてからやり始める・他の生徒がやるからやり始める，という状況が続いた。自分で考え，表現し，行動するという自立性・自主性・積極性・表現力・発表力等に欠けるのではないかという状況であった。そこでまず，理論的・論理的な展開にこだわらず，直観的・視覚的に理解できて表現できるということから展開していくよう，努めてきた。

直観的・視覚的に理解できたことには，即反応し，表現や活動に移せるようになってきたようである。ところが，1学期後半になってきて，2a×3b＝6abという計算のように端的なものについては強く，端的にとらえ，端的に表現するのだが，論理的にとらえ，論理的に表現することがほとんどないという状況に気づきはじめた。そこで，2学期にはもう少し理論的・論理的にとらえ，理論的・論理的に表現できるという展開に努めてきた。

ところが今度は，多少なりとも理論的・論理的になってきたと思われるのだが，そこには事実と確認できていないことでも平気で使っている，根拠のないことでも平気で使っているという状況が，日常生活に見られるようになってきているのである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　合同になる三角形の見つけ方を理解する。

②　証明の進め方を理解する。

(2)　授業の視点

三角形の合同条件や直角三角形の合同条件を使って，図形の性質を明らかにする。また，命題の仮定の一部分を変えることによって，結論がどうなるかについて考えさせる。

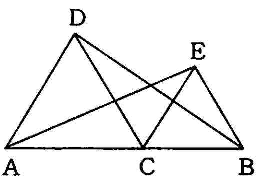
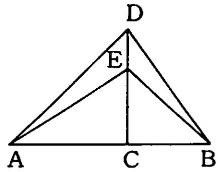
①　教科書の問題は，大部分が，問題文のそばに図がすでに描かれている。そのため，「図を書く力が養われにくい，問題の内容を把握する力が養われにくい」のではないかと考え教科書をとじ，他の方法によって，問題を提示し，実践していくことにする。

②　先ず，仮定と結論を明確にさせてから，結論との結びつきを常に考えさせるようにし，1つ1つの根拠を常に言わせることにより根拠をいつも確認していく習慣をつけていく。

③　図を見て，証明の筋道を言わせるようにする。

④　図の提示は，現段階では大きくゆっくりと教具等を使って，正確に書くようにする。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　課題を点検，復習する。	○　プリントによる定理や公理等の基礎的な事項の復習と確認をさせる。
2　例題１を考える。 ①　問題を提示する。 線分ＡＢ上に点Ｃをとり，ＡＢの同じ側に，２つの正三角形△ＡＣＤ，△ＢＣＥをつくると，ＡＥ＝ＤＢである。これを証明せよ。	○　問題のみ（図なし）を小黒板または，ＴＰ等で提示する。 ○　簡単な図を書かせたりして，問題の意味を理解させる。
3　問題にあう図をかき，結論を導くためには，何が言えればよいかを考える。 ○　等しいとわかっている線分や角に，印をつける。  ＡＥ＝ＤＢがいえるためには何が言えればよいか。 $\boxed{AE=DB}$ ↑ $\boxed{\triangle ACE \equiv \triangle DCB}$ ○　根拠をはっきりさせながら，証明する。	○　できるだけ正確に作図させる。 ○　結論をいうためには，どういうことが言えたらよいのかを，はっきりさせる。
4　問題①をする。 ○　$\angle DAP + \angle PDC = 60°$ ○　$\angle ADC = 60°$　⇨　$\angle APD = 60°$	○　△ＤＡＰに注目させる。
5　問題②をする。 前ページの例題１で，正三角形のかわりに，直角二等辺三角形をつくるときを考える。つまり，点Ｃを線分ＡＢ上の点，△ＡＣＤ，△ＢＣＥを，それぞれ，ＡＤ，ＢＥを斜辺とする直角二等辺三角形とする。 このとき，ＡＥ＝ＢＤであることを証明せよ。  ○　ＡＥ＝ＢＤを証明するには，ＡＥ，ＢＤをそれぞれ１辺とする三角形で，合同なものを見つける。	○　合同になる三角形の見つけ方を理解させる。 ○　直角三角形の合同条件は使えないことに気づかせる。

4　指導の実際と考察

(1)　宿題プリントを点検，確認する。……プリントにより，定理や公理等の基礎的な事項の復習と確認をさせておく。

（確認テストをし，回収・集計・考察といけば良いのだろうが，その時間が見受けられないので，このように実施した。言葉による質疑応答でもよいように思う。）

(2)　例題１を考える。

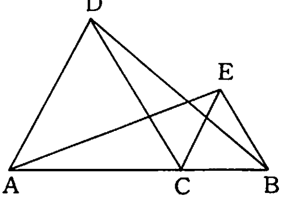
①　小黒板で，問題を提示する。（図なし）………教科書の問題は，大部分が，問題文のすぐそばに図がすでに描かれている。そのため，「図を書く力が養われにくい，問題を把握する力が養われにくい」のではないかと考え，教科書をとじ，このような方法で実践・展開していくことにした。

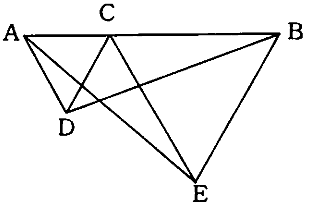
・（ＯＨＰでもよいと思われる。）

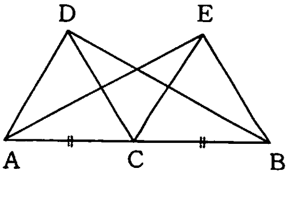
線分ＡＢ上に点Ｃをとり，ＡＢの同じ側に，２つの正三角形△ＡＣＤ，△ＢＣＥをつくると，ＡＥ＝ＤＢである。これを証明せよ。

②　仮定と結論を明確にする。…………仮定と結論を言わせ，線（仮定を黄色の〜線，結論を赤色の＝線を使って）を引き，明確にさせておく。

③　問題にあった図を作図させる。……机間巡視で，次のような作図をする生徒が出る。

ア


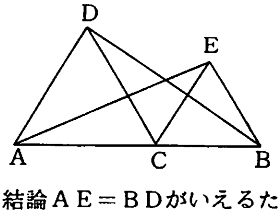
イ


ウ


④　すべての作図を略図で示し，先ず，アの場合で，証明してみることにする。

⑤　アをできるだけ正確に作図してみせる。……まだ初期の段階であるので，大きく，ゆっくりと，教具等を使って，正確に書いて見せる。

⑥　問題を隠し，図から問題を言わせる。………問題を把握しているかどうかを確認する。（問題を把握する力を養う）



………解っていることを図に印を入れていく必要を理解させる。

⑦　結論ＡＥ＝ＢＤがいえるためには，何が言えればよいかを考えさせ，発表させる。

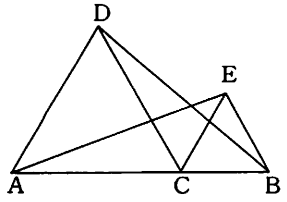
……一部に，ＡＥ・ＢＤと長さの等しい辺で代わりになる辺を探す生徒がいたため，一斉学習で探し他にないことを確認する

⑧ 結論を含む三角形で，合同な三角形を見つけて，その三角形の合同が言えればよいことを理解させる。

$$\boxed{\text{AE}=\text{DB}}$$
$$\uparrow$$
$$\boxed{\triangle\text{ACE}\equiv\triangle\text{DCB}}$$

……△ＡＥＢ≡△ＤＢＣとする生徒がいた。後で，証明してみることにした。

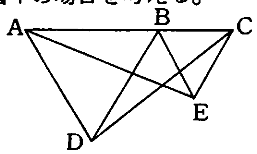
⑨ 根拠をはっきりさせながら，証明を展開していく。



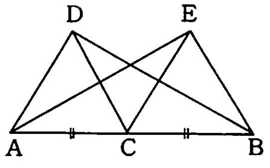
……∠ＡＣＥ＝∠ＤＣＢが出てこないので，ヒントを与える。
……二辺がそれぞれ等しいことが解ったので，三角形の合同条件のどれを使うことになるかを考えさせることによって，∠ＡＣＥ＝∠ＤＣＢを導いていった。

⑩ △ＡＥＢ＝△ＤＢＣを考える。……上の証明を使って，△ＡＥＢ＝△ＤＢＣがおかしいことを明らかにする。

⑪ 図イの場合を考える。………………図アと比較しながら，図イの場合でも問題の意味にあっていることを理解させる。

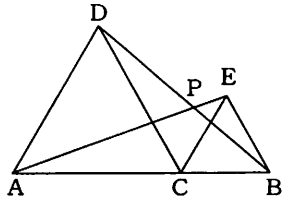


⑫ 図ウの場合を考える。………………証明の意味から，特定の図にならないほうがよいことを理解させる。



(3) 問題①をする。…………………………班で考え，まとめさせる。

（合同条件を使った証明問題を取り上げたばかりであるので，もう少し理解を深め，理解の定着をもっとはかる必要を感じる。類似問題を差し入れる必要があるのではないだろうか。この問題①を例題１のすぐ後に取り上げると，かなり難解であった。この問題①は後へまわすか，別の単元でするかがよいと思われる。今回は「中学校数学科学習指導の展開」を基盤に実施してみるということで，展開していった。）



……結論∠ＡＰＤ＝６０°の６０°から他の６０°を見つけ，そこから結論の６０°とのつながりをかんがえていく生徒（班）があった。しかし，途中で次の①の方法で考える班員より助言があったため，より混乱し，それ以上展開できずにおわる。

① △ＰＱＤと△ＣＱＡとの図の比較から。

∠ＤＱＰ＝∠ＡＱＣ………対頂角から

∠ＰＤＱ＝∠ＣＡＱ………例題１から

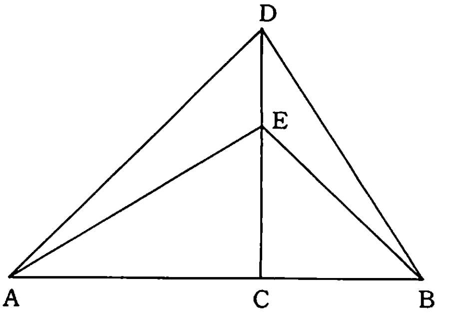
これと，三角形の内角の和は１８０°と正三角形の１つの内角の大きさは６０°から，∠ＱＰＤ＝∠ＱＣＡ＝６０°を導く生徒（班）があり，発表する。

② △ＡＣＥを点Ｃを中心に６０°回転移動したものが△ＤＣＢだから，一番長い辺ＡＥも６０°回転移動して辺ＤＢになる角度が∠ＡＰＤ＝６０°であると導いた生徒（班）があり，発表する。

(4) 問題[2]をする。

① 例題１と同様に展開していった。………点Ｃを線分ＡＢの中点にとって作図した生徒がまだいた。

前ページの例題１で，正三角形のかわりに，直角三角形をつくるときを考える。つまり点Ｃを線分ＡＢ上の点，△ＡＣＤ，△ＢＣＥを，それぞれ，ＡＤ，ＢＥを斜辺とする直角二等辺三角形とする。このとき，ＡＥ＝ＤＢであることを証明せよ。



5 授業後の反省と今後の課題

(1) 考えることが苦手，あきっぽい，じっくり考えることの不得手な生徒もまだまだ多い現状がある。じっくり考えることに慣れさせ，根気よく取り組む姿勢を習得させ，１時間を充実したものにするには，どうしたらよいであろうか。

(2) 初期の段階では，時間配分が難しい。１時間を指導するのに，実態に応じたかなりの精選を必要とする。

(3) 問題解決の意欲に欠けがちである。どんな素材で生徒の強い意欲を引き出すか。

(4) 問題の内容を把握する力に乏しい，適切な図を書く力に乏しい生徒がまだまだいる。数式のように，簡単にドリル練習もできない。効果的に力をつけるには，どうすればよいか。

(5) 教科書の問題は大部分が問題文のそばに問題にあった図が描かれているが，問題を把握する力・適切な図を書く力を養成するために，問題文だけの教材がもっと必要ではないか。

(6) 数学の授業時間だけ，じっくり考え，論理的・理論的にとらえ，解決していくのでなく，日常生活の中でも生かせていくことができるように，常に注意を払い，指導する。つまり，能力や態度を育成するだけにとどまらず，実践力まで高めていくには，どうすればよいか。

（森本　昇）

平行線を使った等積変形の方法を理解させる指導

徳島市富田中学校　2年3組（男子23名，女子20名）

1　題　　材　平行線と面積

2　学級の実態

本学級では，意欲的に取り組み，活発に発表する生徒も何人かいるが，塾に行って先に学習したという態度で積極的に授業に取り組まない生徒や，小学校での算数で不適応を起こし，中学校での数学はわからないと意欲を出そうとしない生徒が何人かいる。日々の学習に真剣に取り組み落ちついて考えたり，新しいことを自分の力で発見したり，確かめたりする数学の楽しさを味わうことをしない生徒も，作業をともなう授業になると全体的に活気が見られる。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

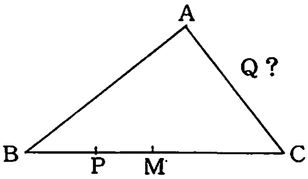
①　台形の性質を使って，平行線による等積変形の方法を理解する

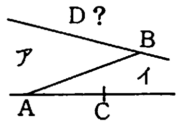
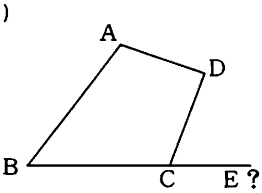
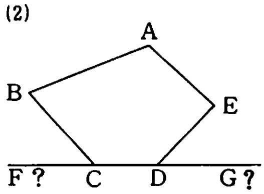
②　四角形や五角形と面積の等しい三角形の作図の方法を理解する

(2)　授業の視点

「台形の1組の向かい合う辺は平行である」ということを利用して，平行線の一方に底辺があり，もう一方の平行線上に頂点のある2つの三角形の面積が等しいことから，台形で2本の対角線をひいてできる4つの三角形のうち，「平行線を含まない2つの三角形（ ▶◀ 型）の面積が等しい」また，その逆の「 ▶◀ 型の2つの三角形の面積が等しくなる四角形は台形」であり，一組の平行線を含むことをしっかり理解させた上で，本時の授業に，この平行線を利用させたい。始めは，直感を働かせ，求める作図ができたとして取りかかり，その図から正しい作図といえるわけや，作図の順序を考えさせる。さらに，その考え方を応用させ，新しい課題に発展させたい。

(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　学習課題について考える。 ①　△ABCで，辺BCの中点をMとし，線分BM上の点をPとする。辺AC上に，点Qをと  	○　PはBM上に固定され，QがAC上を動くことを把握させる。 ○　自由にQをとらせるが，直感を働かせてとるように指示する。 ○　三角形の面積を二等分する線

学習内容と学習活動	指導上の留意点
って，△PQCの面積が，△ABCの面積の半分になるようにしたい。 点Qの位置のきめ方をいえ。	PQとAMを引かせる。 ○ △PQCと面積の等しい部分に斜線を入れ，さらに面積の等しい部分を見つけさせる。 (▶◀ 型)
2 作図の順序を考え，まとめる。 ○ $\triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC$ (MがBCの中点) ○ △AMC＝△PQC ○ △PMQ＝△AMQ ○ 以上のことより，AP // QMとすればよい。	○ 四角形APMQが台形であることより，平行線を利用して，Qがとれることに気づかせる。 ○ APを先に引き，次にMからAPに平行にMQを引く。平行線に矢印をつけQをとらせる。
3 点Qの位置の決め方を発表する。	
4 本の問題(P136 5)をする。	
② 図のように，ABを境界とするア，イの2つの土地の，面積を変えないで，図の点Cを通る境界線CDに改めるとき点Dの取り方をいえ  	○ Dがとれたとして，直感でとらせて考えさせる。 ○ 面積の等しい部分に斜積を入れさせる(▶◀ 型)
○ 台形の性質を利用して作図の手順を考え発表する。 ○ BCを先に引き，AからBCに平行線を引き，Dがとれることを理解する。	○ 作図するとき，どちらの平行線を先に引くか考えさせる。
5 練習問題をし，まとめる。 ③ 次の四角形，五角形と面積の等しい三角形をかけ。 (1)  (2)  四角形ABCD＝△ABE　五角形ABCDE＝△AFG ○ E，F，Gの位置を直感でとり，作図の手順を考え作図し，作図の方法もかく。 ○ 本時のまとめをする。	○ E，F，Gを直感でとって考えさせる。 (1) ACを先に引き，DからACに平行線を引き，Eをとる (2) AC，ADを引き，B，EからAC，ADに平行線を引き，F，Gをとる。 ○ 直感だけで解決したのではなく，平行線を引き，台形の性質より，確かに等積変形していることを理解させる。

4 指導の実際と考察

(1) 授業記録

（課題はすべてプリントし，授業後提出させた）（３つの課題も横造紙にかき，提示した）

T ①の課題について，まず，△ＡＢＣの面積を半分にする線をＰから直感で引いてみよう。ＡＣの交点をＱとして，△ＰＱＣに斜線を入れてみよう。うまく半分になっていると見えるかな。（机間巡視をして，半分らしくない者は，助言し，直させた。後で平行線になることを気づかせるため，できるだけ正しく見える図になるのがよいと思われる。）

T さあ，今とれた点Ｑは，どんな点だろうか。本当にこの点が正しいＱなのか，どうしたら確かめられるだろう。また，この図のＭ（ＢＣの中点）は，なぜあるのだろう。

S ＡとＭを通る線を引くと△ＡＭＣが△ＡＢＣの面積の半分になる。（板書する）

T そうですね。では，△ＡＭＣにも斜線を入れておこう。さあ，△ＰＱＣ＝△ＡＭＣになったね。（板書する。）次にわかることはないかな。

S ＭＱを引くと，△ＰＭＱ＝△ＡＭＱになり，ＡＰ//ＭＱがいえる。（板書する）

T よく気がついたね。ＡＰ//ＭＱとすれば，Ｑの位置がはっきりしたといえるね。では，テストでＱの位置の求め方を答えるとき，どうすればよいかな。

S 点Ａ，Ｐは，はじめからとってあるので，先にＡＰを引き，ＭからＡＰに平行線を引き，ＡＣとの交点をＱとする。

T そのとおり，Ｑはまだ，とれていない点なので，ＭＱを先に引かないこと，それから，平行線を引いたとき，それが平行であることがわかるように，平行のしるしの矢印をつけることも忘れずにしてください。

T 次に②の課題を考えよう。数学で学習した力を身近な問題に応用してみましょう。土地の境界の線を引き直す方法を考えてみましょう。これも境界線ＣＤが引けたとして，直感でＣＤを引いてみて，その直感が当たっているかどうか，確かめてみるのです。まずＣＤを引こう，引けたら，面積が等しいと思うところに斜線を入れたり，わかったことがあったら発表してください。

S ⧓型が面積等しい。これは台形の時と同じだからＡＤ//ＢＣです。

T よく気がついたね。これも平行線を引くことがＤをとる時に必要です。では，Ｄのとり方を発表してください。

S 先からある点Ｂ，Ｃをつないで，ＡからＢＣに平行線を引くとＤがとれる。

T これは比較的簡単にＤが見つかりましたね。大体の人が平行線も引けて，わかったと思います。では，最後に，③の問題をしてみましょう。自分の力で考えて，点ＥやＦ，Ｇのとり方のわかった人から手を上げてください。（クラスの半分ぐらいの手が上がった所で，２名を指名し，黒板にかいた図に作図させる。）

T ２人ともよくできたね。直感ではじめ求める点をとってみることも必要だが，平行線を引く

ことで，台形の性質の▶◀型の面積が等しくなることを利用して，等積変形ができることを理解できたと思う。また家庭で今日学習したことについて，自分でいくつも図をかいて，作図の方法（平行線の引き方など）をよく復習しておきましょう。

(2) 授業後の生徒の感想

（前時の終了５分前に，本時課題について事前テストをし，次時の始め５分間で，事後テストを事前テストと同じ問題で行い，その後「等積変形を学習して」という題で，感想を書かせた。）

○ 事前テストは，できなかったが，あとのテストは，できるようになった。（１３人）

○ まあまあ，おもしろかった。応用力がついたと思う。塾で先にした時，わからなかったので授業は復習になった。（３人）

○ この授業を受けてよかった。休んでいたらできなかったと思う。（４人）

○ まじめにしたので，きちんとできるようになってうれしい。（１０人）

○ 作図のやり方を理解して，覚えておかなければできないと思う。（３人）

○ 等積変形ということばは難しそうで，どうすることかと思ったがやってみると簡単に感じた。（３人）

○ 平行線を引くところが，まだ少しわからない。（４人）

○ 休んでいたのでわからない。（３人）

5 授業後の反省と今後の課題

事前テストでの正答率は10％（４人）で，塾などで，先に学習している者の値である。塾にはもっと多数の者が行っているが，平行線をきちんと引く方法を理解していない者や，まちがった引き方をしている者がほとんどである。塾に行っていない者は，答の書けない者や，直感で線を引いた答え方で，平行線を利用した答え方はできていない。

同じ問題の事後テストでは，70％の者（31人）が完全にできるようになっていて，授業の成果は出ていると思われる。しかし，３０％の者は，授業中，集中せずに過ごした者や，板書した事がらをただ書き写しただけの者や，インフルエンザの流行期で，前時から続けて休んだ者とかが含まれており，その日の放課後，残して補充授業をして，全員に理解させることができたように思う。

塾で先に学習している者でも，このように，図形では特に，理由づけがきちんと学習されていなければ，本当に理解しているとはいえないことがわかった。また，授業だけで理解できない者や，欠席していた者への配慮もできるだけ早く行うことが大切である。事前テストが完全にできた者は，授業が復習になると言って，真剣に授業に取り組む者と，たいくつそうにしている者もいる。プリントをしたり作業学習の時は，手早い取り組みが見られるので，できるだけ，この方法を取り入れ，それぞれの能力や進度（早く進んでいる者や遅れている者）に応じたプリント等を用意し，どの生徒にも成就感を味わわせたい。

（藤原恵美子）

三角形の重心の性質を印象づける指導（2年）

徳島市城東中学校　2年7組（男子22名，女子22名）

1　題　　材　中点についての定理

2　学級の実態

明るく素直で，よく発表するクラスである。既習事項を身につけ，意欲的に学習する生徒と小学校の基礎事項が身についていない生徒との力の差が大きい。しかし，ほとんど全員に近い生徒が，ノートはきちんととるなど学習態度は真面目であり，数名のものを除いては，数学の力をつけたいと願っている様子がうかがわれる。

一斉授業では無駄な時間を過ごすことが多い生徒も，操作的な活動や実験を好み，意欲的に取り組むことができるクラスである。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　三角形の重心は，3つの中線の交点であり，その点は中線を2：1に分けることを操作的な活動をとおして予測する。

②　予測した事柄の証明を理解する。

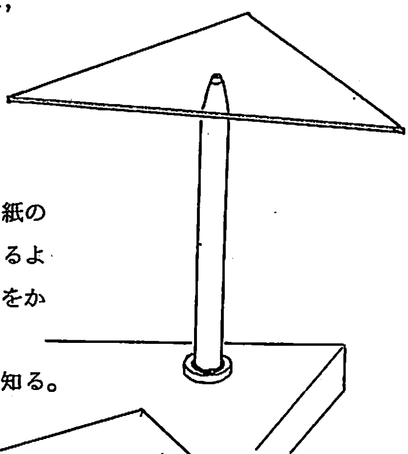
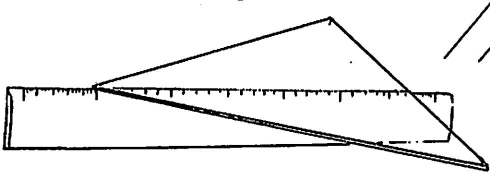
(2)　授業の視点

定理や性質を指導する場合，時間的な面が大いに影響していると思うのだが，結果を与えて機械的に証明をすることが多いように思われる。そのために生徒はあまり興味を示さず，また証明の必要性を十分感じないままに終わっているようだ。結果さえ知っていればよいという考えになってしまい，その場では覚えているのだが，その定理・性質が出てきた根拠や，過程が基盤にないため，定着率が悪いように思われる。

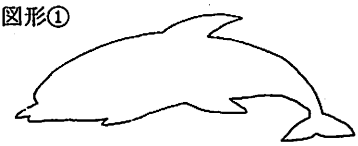
本時では，その反省を生かして，実験や，作業的な学習（作図，実測）を取り入れ，まず性質を予測してみる。次に，その予測が正しいかどうかを確かめてみようとする必要性を感じさせ，意欲的に取り組ませたい。

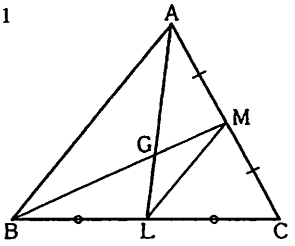
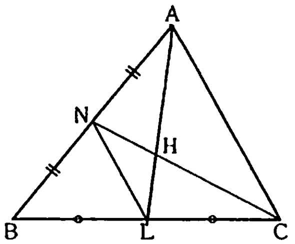
(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　重心の存在を確認し，本時は三角形の重心について考えていくことを知る。	

学習内容と学習活動	指導上の留意点
2　教具を利用し，三角形の重心の位置を調べ，印をつける。 	○　できるだけ正確に印をつけさせる。
3　定規の1辺で厚紙の三角形を水平になるように支え，その線をかきこむ。 ○　中線の定義を知る。 	○　支えた定規の1辺は，対辺の中点を通っていることに気づかせ，中線を定義する。
○　中線と重心の関係を考える。 (a)　3つの中線は1点で交わり，その点が重心のようだ。 (b)　重心は，それぞれの中線を頂点のほうから2：1に分ける点のようだ。	○　1中線上のどんな点か，実測などの方法により調べさせる。
4　作図をし，教具を使って，(a)，(b)を確かめてみる。	○　あらかじめ，厚紙で，三角形を作らせておく。 ○　証明の必要性を感じさせる。
5　予測した(a)，(b)の証明をする。	○　できるだけ生徒から証明を引き出すようにする。 (a)の証明はなれてないので丁寧に扱う。
6　本時のまとめをする。	

4 指導の実際

教師の発問と活動	生徒の活動と反応
○ この図形①を水平に支えることのできる点があります。 実際に支えて見せる。	図形① 
○ このような点をこの図形の重心といいます。今日は三角形の重心について調べていきます。 三角形の重心に印をつけるよう指示をする。	なるほどといった様子。 慎重に印をつける。
○ 次に，重心が三角形のどこにあるか詳しく調べていきます。 定規の一辺で，三角形の頂点を通って，水平になるように支えて，その線をかきこむよう指示をする。	○ 3つ全部するんですか。
○ してみましょう。	
○ この線は三角形の頂点と，対辺のどこを通っていると思いますか。	○ 中点だと思います。
○ なぜ中点を通っていると思ったのですか。	○ 線の左右の面積は等しい。だから辺の中点を通っています。
○ このような線，つまり，三角形の頂点と対辺の中点とを結ぶ線分を中線といいます。	
○ それでは，重心の位置を中線との関係で見ていきましょう。重心は，中線のどこにあるといえますか。	○ 重心は中線上にあるようです。 ○ 中線は1点で交わっています。 ○ その点が重心のようです。
○ 1本中線を決めてください。その中線のどこに重心はあるといえるでしょうか。ものさしで測定してもいいですよ。	○ 重心は，中線を2：1に分ける点になっています。 ○ 頂点のほうから2：1に分けています。
○ 3本ともそうですか。	○ はい。 ○ 7.5 cmと3.6 cmできちんと2:1にならなかったのですが。
○ そういう人もいると思います。どうしてでしょう。	○ 作図は，どうしても正確にはできないし，測るときに誤差が出るからだと思います。
○ 各自が作ってきた三角形に中線をひいて，今の2点について確かめてみましょう。	多少のずれはあるが，生徒は認める。

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
○　それでは，どんな三角形でも，今のことが言えますか。	○　それはわかりません。
○　確かめる必要がありますね。何をしますか。	○　証明です。 しばらく考える。
○　それでは，まず，中線を２：１に分けることから証明してみましょう。 図１をみせる。 ○　△ＡＢＣの２つの中線ＡＬ，ＢＭの交点をＧとするとき $\frac{AG}{GL}=\frac{2}{1}$ を証明するんですね。	図１ 
○　今まで学習してきた定理を根拠に使って，証明できないでしょうか。	○　中点連結定理が使えそうです。
○　発表してください。	○　$ML \parallel AB$，$ML=\frac{1}{2}AB$
○　ＭＬを結んでおくと考えやすいですね。	
○　ＭＬ//ＡＢから定理が使えそうですね。線分の比について考えてみましょう。	○　$\frac{AB}{LM}=\frac{GA}{GL}=\frac{GB}{GM}$
○　$\frac{AB}{LM}$ の値は	○　２です。
○　どうして。	
○　今の証明をまとめてみましょう。 板書する。	○　$ML=\frac{1}{2}AB$ からです。
○　次に，３つの中線が１点で交わることの証明をしてみましょう。図１，２を見せる。 ○　ＧとＨが一致したら，３本の中線は１点で交わることが言えます。わかるかな。つまり，ＧとＨが一致するということは，図２で中線ＮＣもＧを通るということですね。図１から，ＡＬもＢＭもＧを通っているんだから結局，ＡＬ，ＢＭ，ＣＮもＧを通る。つまり，３本の中線は１点Ｇで交わるということが言えます。 ○　さきに証明したことから，ＧはＡＬを２：１に分ける点ですね。ＧとＨが一致することを言うためには，図２について何が言えたらいいのでしょう。	図２ 
○　ＧもＨもＡＬ上の点ですね。	○　ＨがＡＬを２：１に分けることが言えたらいいと思います。
○　それでは証明してみましょう。	○　証明しなくてもわかっています。
○　どう言うこと。	○　図１の証明と同じ方法でいいと

教　師　の　発　問　と　活　動	生徒の活動と反応
○　そうですね。それでは，３本の中線が１点で交わることの証明をノートにまとめてみましょう。	いうことです。

5　授業後の反省と今後の課題

本時ではまず，生徒の興味の喚起，次に図形の性質の予測，そして最後にその確かめという過程をふませることをねらった。予想通り，操作的な活動は，意欲的に取り組ませることができ，その結果，証明の必要性も日頃の授業よりは，感じさせることができたと思う。授業後の感想にも，楽しかった，いつものような証明だけより実際にやってみたのでよくわかったという声が多かった。

しかし，操作的な活動をしたあとで，２つの証明をするにはもう少し時間が欲しかった。結局，次時で，重心はそれぞれの中点を２：１に分ける点であることを確認させることになってしまった。また，ひとまず，３本の中線が１点で交わることの証明まで終えることができたのも，力のある生徒に助けられたからだと思っている。

論証指導には，生徒に証明を考えさせる事柄と，今後，その事柄を使うために，教師が証明してみせて正しいことを納得させていくものとがある。したがって，指導する場合は，その事柄が，生徒に証明させるものであるかどうかを見極め，その場合は，十分時間をかけて証明させてみるべきであろう。ところが，本時では，生徒の発言を待てずに，教師のほうがしゃべりすぎたように思う。このような指導の場合，時間がかかりすぎ，終わりのほうで急ぐかたちに陥りやすい。それだけに，１時間の授業のなかで，どこに時間をさくか十分研究をし，その時間を確保するために，教材を精選して提示していくことが大切であることを改めて感じさせられた。今後は，以上のような反省を生かして，生徒の興味を喚起し，生き生きと活動できる教材教具を取り入れたい。

（橋本　京子）

数学実践記録（3年）

1 式の計算

配当時間：17時間

目標	式を扱いやすい形に変える方法として，多項式の積を展開したり，因数分解したりすることを理解させ，式について見通しをもって能率的に扱うことができるようにする。 そのために， ア．多項式の積について，その展開のしかたを明らかにし，それを用いることができるようにする。 イ．乗法公式を用いて，一次式の積を展開することができるようにする。 ウ．多項式を因数分解することの意味を明らかにし，共通因数をとり出したり乗法公式を用いたりして因数分解ができるようにする。 エ．式を文字で置き換えて，手ぎわよく扱うことができるようにする。 オ．問題解決に式の展開や因数分解が用いられるようにする。

章	節	移行措置 2	移行措置 3	移行措置 4	指導内容	用語・記号	時数 2	時数 3	時数 4
1 式の計算	§1. 多項式の乗法				⊙文字の式の必要性と，式の計算の範囲を広げなければならないこと ◎$(a+b)(c+d)$ を展開すること ○２項式×３項式を展開すること	展開する	3	3	3
	§2. 乗法の公式				◎$(x+a)(x+b)$ の公式と，これを用いる式の展開 ◎平方公式とこれを用いる式の展開 ◎和と差の積の公式とこれを用いる式の展開 ○やや複雑な式について，式を文字で置き換えて展開すること		4	4	4
	§3. 因数分解				◎因数，因数分解の意味 ◎共通因数をとり出して因数分解すること ◎和と差の積の公式，平方公式を利用して因数分解すること ◎$(x+a)(x+b)$ の公式を利用して因数分解すること ○やや複雑な式について，式を文字で置き換えて因数分解すること	因数，因数分解する	6	6	6
	§4. 式の計算の利用				◎問題解決に因数分解を利用すること ◎問題解決に式の展開を利用すること ○似たことを考えて新しいことがらを発見すること		2	2	2
	問　題						2	2	2
							17	17	17

2 平方根

配当時間：14時間

目標	数の平方根について理解させ，数の概念の理解をいっそう深めるとともに，数を用いてものごとをいっそう広く考察処理することができるようにする。 そのために， ア．数の平方根の意味を理解し，電卓，平方根表を使ってその近似値を求めることができるようにする。 イ．数の平方根の中には，有理数でないものがあることを明らかにするとともに，数を数直線上に表したり，小数になおしたりして，有理数や無理数についての理解を深める。 ウ．数の平方根をふくむ簡単な式の計算や変形ができるようにする。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 平方根	§1. 平方根				⊙数は逆の計算ができるように順次拡張されてきたことと，ある数を2乗する計算の逆 ◎平方根の意味と根号の使い方 ◎正の数 a の平方根は2つあること ◎平方根の大小	平方根，$\sqrt{\ }$， 根号，$\pm\sqrt{a}$	3	3	3
	§2. 平方根の近似値				◎$\sqrt{5}$ の近似値を求めること ◎電卓のルートキーの使用 ◎平方根表の使い方		2	2	2
	§3. 有理数と無理数				○$\sqrt{2}$ は有理数でないこと ○有理数と無理数の意味 ○有理数を表す小数と無理数を表す小数のちがい	有理数，無理数 (循環小数)	2	2	2
	問題						1	1	1
2 根号をふくんだ式の計算	§1. 根号をふくんだ式の乗法・除法				◎平方根の積と商の変形 ◎$\sqrt{\ }$ の外にある数をその中に入れること ◎$\sqrt{\ }$ の内にある数をその外に出すこと ◎平方根表にない範囲の数の平方根の近似値を求めること ○簡単な場合の分母の有理化	分母を有理化する	3	3	3
	§2. 根号をふくんだ式の変形				◎平方根の和と差を簡単にすること ◎平方根をふくんだ式のかっこをはずすこと		2	2	2
	問題						1	1	1
							14	14	14

3　二次方程式

配当時間：15時間

目標

二次方程式について理解させ，これを用いて実際の問題を形式的，能率的に処理できるようにする。
そのために，
ア．二次方程式とその解の意味を理解させる。
イ．$x^2+px+q=0$ の形の二次方程式を変形して解かせる。
ウ．$ax^2+bx+c=0$ の形の二次方程式の解の公式を導き，これを用いた解き方に習熟させる。
エ．二次方程式を因数分解を用いて解かせる。
オ．二次方程式を用いて，簡単な問題が解けるようにする。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 二次方程式	§1. 二次方程式とその解き方				⊙さらに進んで方程式の利用を考えると，2次の方程式の現れる場合のあること ◎二次方程式とその解の意味 ◎$ax^2=b$ の解き方 ◎$(x+m)^2=n$ の解き方 ◎$x^2+px+q=0$ の変形と解き方	二次方程式， 二次方程式の解， 二次方程式を解く	4	4	4
	§2. 二次方程式の解の公式				◎$ax^2+bx+c=0$ の解の公式 ◎二次方程式の解の公式を用いる解き方		4	4	4

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 二次方程式	§3. 二次方程式と因数分解				◎$(x+a)(x+b)=0$ の意味とその解 ◎二次方程式の因数分解による解き方		2	2	2
	§4. 二次方程式の利用				◎二次方程式を用いて問題を解くこと ○方程式の解を問題について吟味すること		3	3	3
	問題						2	2	2
							15	15	15

4 関数

配当時間：14時間

目標

いろいろな関数について，その特徴を調べる能力をのばし，問題解決に利用できるようにする。また，いろいろな事象を関数的にとらえられる能力と態度を養う。

そのために，

ア．関数関係を具体的事象に見いだし，その特徴を調べる。

イ．2乗に比例する関数などについて，そのグラフの特徴や値の変化の割合について明らかにする。

ウ．関数関係にある2つの量のとる値の対応のようすを集合をもとにして調べ，関数の意味について理解を深める。

章	節	移行措置 2	3	4	指導内容	用語・記号	時数 2	3	4
1 いろいろな関数	§1. 関数 $y=ax^2$				⊙自然現象や社会事象の中には，一次関数で表されないものがあること ◎$y=ax^2$ で表される関数関係を，具体的事象に見いだし，その特徴を数表によって明らかにすること	y は x の2乗に比例する	3	3	3
	§2. 関数 $y=ax^2$ のグラフ				◎$y=x^2$ のグラフとその形，値の変化のようす ◎$y=ax^2$ のグラフとその形 ○$y=ax^2$ のグラフと，a の値の関係 ○x の変域から y の変域を求めること	放物線，放物線の軸，放物線の頂点	5	5	5
	§3. 関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合				◎$y=ax^2$ の値の変化の割合について理解させ，一次関数とのちがいを知らせること ○平均の速さを求めること		3	3	3
	§4. いろいろな比例				○x，x^2，x^3，$\frac{1}{x}$ に比例するという見方		1	1	1
		×	×	×	○$y=\frac{a}{x^2}$ の特徴と，そのグラフ	y は x の2乗に反比例する			
	§5. 集合と関数	×	×	×	○関数は，集合の要素間の対応としてとらえ定義することもできる				
		×	×	×	○定義域，値域の意味と定義域から値域を求めること	定義域，値域			
		×	×	×	○数以外の集合でも関数が考えられること				
	問題						2	2	2
							14	14	14

5 円の性質

配当時間：23時間

目標	円と円に関係する図形についての性質を理解させ，あわせて図形を論理的に考察する能力をのばす。 そのために， ア．円と直線の位置関係を調べ，円の弦，接線の性質を理解させる。 イ．２つの円の位置関係を調べ，２円の共通弦や接点の性質，共通接線などを理解させる。 ウ．円周角の定理とその逆を導き，理解させる。 エ．円周角の定理とその逆を用いることができるようにするとともに，円の接線と弦のつくる角についての定理を導き，それを使うことができるようにする。

章	節	移行措置			指導内容	用語・記号	時数		
		2	3	4			2	3	4
1 円	§1. 円と直線				⊙すじみちを立てた推論によって円についての角の性質が拡張されて定理が得られたこと ◎円と直線の位置関係 ◎円の弦，接線の性質，条件にあう円の作図 ○接線の長さ ○三角形の外接円，内接円の作図と，辺の垂直二等分線，角の二等分線の性質	接する，接線，接点 接線の長さ 外接円，内接円	6	6	6
	§2. ２つの円				○２円の位置関係 ○中心線と接点，共通弦の関係 ○２円の半径と中心間の距離の関係と，２円の位置関係 ○２円に接する円の作図 ○２円の共通接線の意味	接する，接点 中心線 外接，内接 共通接線	3	3	3
	問題						1	1	1
2 円周角	§1. 円周角				◎円周角の意味と，円周角の定理 ○円周角と弧についての定理 ◎円周角の定理の逆とその証明 ○定線分をみる角が60°である点の集合 ○円外の点から，この円に接線をひく作図	同周角 弓形	6	6	6
	§2. 円周角の定理を使って				◎円に内接する四角形の性質 ◎四角形が円に内接する条件 ◎円の接線と弦のつくる角についての定理 ○円についての定理の利用 ○仮定を変えて考える	円に内接する	5	5	5
	問題						2	2	2
							23	23	23

6 図形の計量

配当時間：23時間

目標	図形の計量的な性質を理解させ，それを活用することができるようにする。 そのために， ア．三平方の定理について理解させ，これを図形の計量などに用いられるようにする。 イ．相似比と面積，相似比と体積の関係を調べ，それを図形の計量に利用できるようにする。また，縮図をかいて，高さ，距離などを求める方法を理解させる。

章	節	移行措置			指　導　内　容	用語・記号	時　数		
		2	3	4			2	3	4
1 三平方の定理	§1. 三平方の定理				⊙図形の計量には，直角三角形の3辺の長さの関係をまとめたものや，相似な図形の性質がよく利用されること ◎三平方の定理とその証明 ○$a^2+b^2=c^2$ の関係にある線分のうちの2つを知って，残りの1つを求める作図 ◎三平方の定理の逆とその証明	AB^2	5	5	5
	§2. 三平方の定理の利用				○平面図形への利用 ○座標平面上での，2点間の距離 ○空間図形への利用		6	6	6
	問　題						2	2	2
2 相似な図形の計量	§1. 相似な図形の長さ				○相似な図形の性質と線分の長さ	相似比	2	2	2
	§2. 相似な図形の面積				⊙相似比と面積の関係とその利用		2	2	2
	§3. 相似な立体の表面積・体積				⊙拡大・縮小された立体も平面図形の相似と同じように考えられること ⊙相似比と表面積・体積の関係とその利用		3	3	3
	§4. 縮図の利用				○縮図を書いて，高さや距離などを求めること		1	1	1
	問　題						2	2	2
							23	23	23

7　確率と標本調査　　配当時間：11時間

目標

確率の概念を知らせ，偶然事象の生起についての考察ができるようにする。また，標本から母集団のもつ傾向を推測するという考えを知らせる。

そのために，

ア．先験的に確率の考えられる事象の実験を通して確率の意味を明らかにし，経験的確率もふくめて確率の考え方を知らせる。

イ．確率の計算のじかたを理解させ，簡単な場合について，確率を求めることができるようにする。

ウ．標本調査の必要性と意味について理解させる。

章	節	移行措置			指　導　内　容	用語・記号	時　数		
		2	3	4			2	3	4
1 確率	§1. 確率の意味				⊙偶然に左右されていろいろな結果が起こることがらについて予想がたいせつであること ◎先験的に確率の考えられる事象の実験と確率の定義 ○経験的な確率についての実験とその意味	確率	3	3	3
	§2. 確率の求め方				◎確率の計算のしかた ○確率 p の値の範囲，$p=1$，$p=0$ の意味 ◎簡単な場合についての確率を求めること 玉のとり出し，硬貨投げ，さいころ投げ ○あることがらの起こらない(余事象の)確率	樹形図	5	5	5

章	節	移行措置			指　導　内　容	用語・記号	時　数		
		2	3	4			2	3	4
	問　題						1	1	1
2 標本調査	§1. 標本調査				◎標本調査の必要性とその意味 ◎標本調査の方法	全数調査 標本調査 標本，母集団	1	1	1
		×	×	×	○標本平均の分布と母集団の平均				
		×	×	×	○比率を推定すること				
	問　題						1	1	1
					★基本のたしかめ				
	国勢調査と標本調査				☆国勢調査とそこでの標本調査の利用				
							11	11	11

平方根の概念を理解させる指導

美馬郡穴吹中学校　3年A組（男子12名，女子17名）

1 題　　材　平方根

2 学級の実態

本学級の生徒は，数学を苦手とする少数の者を除くと，授業態度は私語をすることもなく真剣であり，問題に対する取り組みも積極的である。また，小集団学習も活発であり，お互いに納得いくまで話し合うことができ，まとまりもある。しかし，地道に努力する態度に欠け，反復練習が不十分なために，単純な計算まちがいをしたり，応用問題を苦手とする者が多い。特に，思考力を必要とする問題に関しては，ねばり強く考えるという態度に欠ける面がある。

3 本時の指導計画

(1) 本時の目標

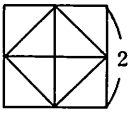
$x^2=2$となる正の数xの近似値について考えさせることを通して，$\sqrt{2}$の存在とその意味について理解する。

(2) 授業の視点

第3学年においては，二次方程式を解いたり，三平方の定理を利用することから，平方に対する逆の演算として，正の数の平方根にまで数を拡張して考える必要が生じてくる。これまで，有理数の範囲では，量や大きさをせまい範囲でしか表現できなかったものが，数の世界を実数の世界まで広げることで，正確に表現が可能になる場合が多くでてくることになる。そして，このことによって思考の過程を簡潔，明確に表したり，発展的に考察を進めることがより可能となってくる。この単元は「数を拡張」させることの意義を十分理解し，問題解決にあたって，広く活用していこうとする態度を育てるのに適しており，今後の数学学習の重要な位置をしめている。したがって，授業においては，生徒の興味・関心をよびおこすことによって，生き生きと学習する場をつくる必要がある。そのために，平方根の導入において，一方的な説明によって平方根を定義し，無限と連続の問題にかかわる不思議な数である平方根が，生徒にとって実在感のないものにならないような配慮をすることが大切である。そこで，本授業では，操作的活動を行いながら，平方根というものを実感させるために，面積が2の正方形を通して，xの1辺の長さが$\sqrt{2}$の実際の長さであること，つまり，実在するものであることを理解させ，さらに実測を通して約1.4であること，一定の大きさをもつ数であることを生徒自らがつかんでいく授業を心掛けていきたい。

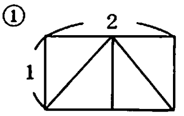
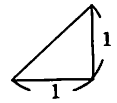
題　　材　平方根（$\frac{1}{3}$）

本時の目標　$x^2=2$ となる正の数 x の近似値について考えさせることを通して，$\sqrt{2}$の存在とその意味について理解する。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　学習課題について考える。 1辺の長さが2cmの正方形の各辺の中点を順々に結ぶと正方形ができる。この正方形の面積は何cm²か。この正方形の1辺の長さを求めてみよう。  ○　問題の意味を理解する。 ○　2cm²の正方形の1辺の長さを実測して，およその長さを求める。	○　正方形の面積より，1辺の長さに目を向けさせる。 ○　問題の意味をつかませ，図をかいて求めさせる。
2　2cm²の正方形の1辺の長さを x cmとするとき，x の範囲はどのようになるか考える。 ○　$1.4^2=1.96$，$1.5^2=2.25$ より $1.4<x<1.5$ になることを知る。	○　2乗して2に近い数を求めさせる。 ○　2より小さい数，大きい数を求め，不等号を使って表させる。
3　もっと範囲を小さくして，x の値を調べる。 ○　$1.41<x<1.42$ $1.414<x<1.415$ $1.4142<x<1.4143$ ○　x は今までの数では表せないことを推測する。	○　数をより細かくとって考えさせることにより，x の正確な値は求められないことに気づかせる。 ○　x は無限に続く小数であることを知らせる。 $x=1.414213562373095\cdots\cdots$ 小数の最後の位がどこまでになるか興味をもたせる。
4　2乗して2になる正の数を$\sqrt{2}$と書き「ルート2」と読むことを知る。	○　根号$\sqrt{\ }$の使い方，読み方についてつかませる。

4　指導の実際と考察

(1)　指導過程の記録

指　導　の　発　問　と　活　動	生　徒　の　活　動　と　反　応
1　学習課題について考える。	
○　1辺の長さが2cmの正方形をかきなさい。 次に，各辺の中点を順々に結びなさい。 どんな図になりましたか。	― 正方形をかく ― ○　正方形です。
○　この正方形の面積はいくらですか。	○　2cm²です。
○　理由を説明してください。	①  ②  $1\times2=2$　　$\frac{1}{2}\times1\times1\times4=2$
○　この正方形の1辺の長さをxとして式を作りなさい。	○　$x^2=2$です。
○　xの値はいくらになりますか。	○　1.4 または 1.5
○　なぜ，そうなりますか。	○　測りました。
○　どちらが式にあてはまりますか。	○　どちらもあてはまりません。
○　それでは，xの値はどうなりますか。	― 答えなし ―
○　$1.4^2=1.96$，$1.5^2=2.25$をヒントに考えてみなさい。	○　xは，1.4と1.5の間の数だと思います。
2　xの範囲をもっと小さくして調べる。	
○　$1.4<x<1.5$とわかりましたが，もう少し詳しい値を調べてみたいと思います。次は小数第2位の数がいくつか考えてみます。xは1.4に近いですか，1.5に近いですか。	○　1.4に近いです。2が1.96に近いからです。
○　電卓を利用して1.4○$<x<$1.4△の○と△の中に入る数を見つけなさい。	○　$1.41^2=1.9881$，$1.42^2=2.0164$ だから，$1.9881<2<2.0164$。 ゆえに，$1.41<x<1.42$。

指導の発問と活動	生徒の活動と反応
○ 同じようにして，1.41○＜x＜1.41△の○と△の中の数を見つけなさい。	○ 1.414＜x＜1.415です。
○ 3分間与えますので，できるだけ詳しい値を求めなさい。	─ 電卓を使い値を求める。─
○ 発表してください。	○ 1.414213＜x＜1.414214
○ 先生が調べたところx≒1.41421356……となりました。この数を2乗してみなさい。	○ 2になりません。
3 平方根について考える。 ○ どこまで続けると2になると思いますか。	─ 答えなし ─
○ これはどこまで計算しても永遠に2になりません。xは正方形の1辺の長さなので，数で表せないのは不思議ですね。でも，これ以外にも測りきれない数がたくさんあります。1つだけこういう数を知っているはずですが，どうですか。	○ 円周率です。
○ 円周の長さはどこまでいっても正確に表せません。そこで，πという記号を用いて円周率を表すことに決めたのです。そこで，2乗して2になる数については$\sqrt{2}$と表します。	

5 授業後の反省と今後の課題

○ すんなりと授業にはいっていけるということと，問題に対する意識づけをはかるために，導入で正方形をかかせて考えさせたのだが，ありふれた図形だったため，物足りなさを残し，生徒の興味・関心を十分に喚起することができなかった。導入の教材としては，生徒の実態を十分に考慮にいれ，思考力を必要とし変化に富んだ興味・関心をそそる教材を工夫する必要がある。

○ 区間縮小法で，$x^2=2$を満たすxの値を求めていくのに電卓を使わせたが，生徒は興味を持って取り組んだ。しかし，普段あまり電卓操作をすることに慣れていないのか，いきなり区間縮小法でxの値をしぼりこんでいくことは難しかったみたいである。電卓を利用するなら事前に練習をさせておく必要がある。

（阿部　雅彦）

有理数と無理数の指導

徳島市加茂名中学校　　3年6組（男子18名，女子21名）

1　題　　材　有理数と無理数

2　学級の実態

本学級の生徒39名は，どちらかと言えば明るく活発な方であるが，その反面，落ち着きに欠けるところがある。授業中にも，意欲・集中力に欠け，消極的な面が見られる。数学に関して言えば，興味をもっている生徒とそうでない生徒とが極端であり，そのまま，成績にもあらわれている。また，塾に通っている者が70％近くいて，授業より先行して学んでいるため，あまり，積極的に授業に参加していないのが現実である。基礎的な学力に欠ける者も数名いるが，式の計算等の型にはまった問題には，意欲的に取り組むようになってきている。思考力・理解力を要する応用問題には，苦手意識を持っている者が多く，根気強く，ねばり強い問題解決をしようとする姿勢は見られず，最初からあきらめてしまっているような傾向がある。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　$\sqrt{2}$が整数でも分数でもない新しい数（無理数）であることを知る。

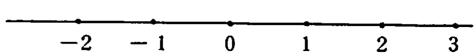
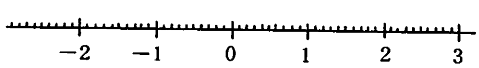
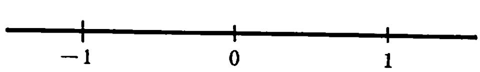
②　有理数と無理数の区別を理解する。

(2)　授業の視点

一般に平方根の指導は，平方根の定義・大小関係・四測計算・数の分類といった表面的なパターンに陥りやすく，また，数の概念としても，今までと違って抽象的であるので，生徒は，とかくやっかいなものとしてとらえているようである。

数が，量の大きさを表すということを生徒は体験的に理解している。そして，その最も簡単な場合が“個数”であり，これは整数（自然数）で表される。また，長さや重さなどの量を表すには，整数だけでは不十分で，小数や分数を用いることによって表されることも知っている。ところが実際には，整数や小数・分数では表すことの出来ない量の大きさがある。例えば，面積が2であるような正方形の1辺の長さはいくらになるかという場合である。実際，長さが決まっていながらも，今まで学習してきた有理数（整数・小数・分数）では，正確に表示することができない。そこで有理数以外の数（無理数）が必要となってくる。ここでは，$\sqrt{2}$が整数でも，分数でもないことから，無理数を導入する。そして，整数・有理数（整数・分数），実数（有理数・無理数）の各点の数直線上でのならび方について調べさせ，無理数の位置付けについて考えてみる。

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1　数の分類について考える。 $\begin{cases}\text{整　数}\begin{cases}\text{正の整数（自然数）}\\ 0 \\ \text{負の整数}\end{cases}\\ \text{分　数}\end{cases}$	○　生徒との問答形式を通して，数の分類図を考えさせる。
2　$\sqrt{2}$が上のどの分類に入るかを考える。 ・$\sqrt{2} \fallingdotseq 1.41421356\cdots\cdots$より整数でない。 ・分数（既約分数）を２乗しても２になることはないので，分数でない。 ・有理数・無理数を含めて，数の分類図を完成する。	○　有理数・無理数の定義を知らせる。 ○　「$\sqrt{2}$は無理数である」ことを背理法を利用して証明すればいいのだが，ここでは，“整数でも，分数でも表せないから…”ぐらいにとどめておく。 ○　既約分数は，２乗しても分類であることを知らせる。
3　無理数の位置付けを考える。 整数・有理数・実数（有理数と無理数）のそれぞれを数直線上に表して，数の位相構造を知る。 自然数・整数  有理数  実数 	○　４～５名のグループで話し合わせる。 ○　各グループに，数直線を書いたカード３枚を配布する。 ○　グループごとに，整数・有理数・実数の数直線上の並び方の違いについて，発表させる。 ○　まとめをする。 整数…ポツン・ポツンと等間隔に並んでいる。 有理数…ビッシリ詰せっているが，すき間があいている。 実数……つながっている。

4　指導の実践と考察

(1)　今までに学んできた“数”といわれるもので知っている数をすべて挙げる。

整数・分数・小数・自然数・負の整数などが生徒から出てきた。

その他，偶数・奇数・倍数・約数・仮分数・帯分数・素数も出てきた。

(2)　数の分類の時，小数をどう取り扱うかで考えたが，ここでは，有限な小数・循環する小数は，すべて分数で表すことができるので，既習の小数（πを除く）はすべて分数の中に含まれているとして指導した。そして，無理数を定義したのち，無限小数（循環しない）を無理数として指導した。

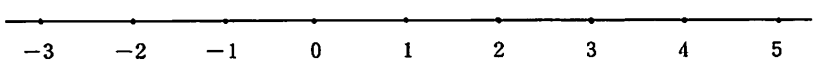
(3)　「$\sqrt{2}$は無理数である」ことの説明を以前に，背理法で証明してきたのであるが，生徒は一向にすっきりしない様子であり，何かだまされたような感じをうけるようなので，ここでは詳しい説明は省略した。

(4)　数の概念をイメージとしてとらえさせるために，数直線上に表して，その違いについて，直感的にとらえさせる。

(5)　各グループ（４～５名）に数直線を画いたカード３枚を配布し，整数・有理数・実数を数直線上に点（線）としてかかせる。時間１０分ぐらい。

生徒の図について，

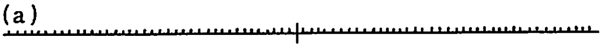
①　整数については，すべてのグループともに一致していた。



ポツンポツンと規則正しく並んでいる。

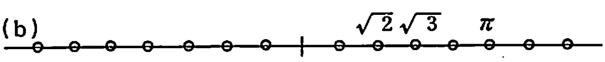
②　有理数は，大きく２つにわかれた。

(a)



ビッシリ詰まっているが，すき間があいている。

(b)



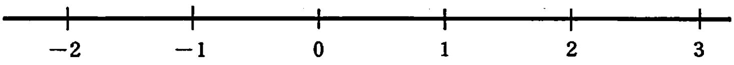
連続的になっているが，所々に無理数のはいるスペースが空いている。

(a)，(b)どちらがいいのかを話し合わせたが，難しいようであった。

“$\sqrt{2}$＋有理数は，無理数である”ことから，(a)の方がいいことを指導した。

（例，$\sqrt{2}+1=1.41421356\cdots\cdots+1=2.41421356\cdots\cdots$）

③　実数（有理数と無理数）については，ほとんどのグループが一致していた。



連続的につながっていて，すき間がない。

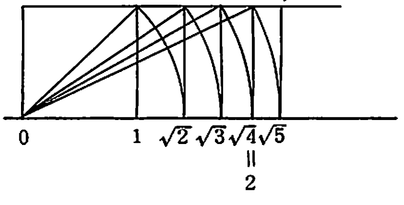
(6)　数の分類についての理解と，それぞれの数を数直線上に表すことにより，数をイメージとして定着させる。（まとめ）

5　授業後の反省と今後の課題

数学の授業が，かなり教師の一方的な講義形式のものになりやすいが，無理数・無限等については，生徒各人が，それぞれの経験，イメージを持っているようで，生徒の方から，様々な意見や感想がでてきて，やり方次第では，楽しく授業できる分野であると思う。その反面，具体的にとらえることが困難であるので，生徒にきっちりと理解させることは難しい。

今回の授業，特に，数直線上に画かせることは，内容としては難しくレベルが高くなりすぎた気がする。個人では，やっかいなのでグループで考えさせたのだが，それでも初めのうちは考え込んでしまったようである。

無理数の指導は，生徒にとっては，とりつきにくいもののようであるので，できるだけ具体的な図や教具を使って指導していった方がよいと思う。そして，三平方の定理を指導した後，無理数を数直線上に目盛ることの指導をやった方がいいと思う。例えば，



という図から$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$………を数直線に目盛る。

また，「ゼノンのパラドックス」とか「1＝0.999……」のような無限・数の不思議さにふれることにより，生徒に，より数というものを考えさせたい。

（鎌田　明宏）

完全平方式を使って二次方程式の解き方を理解させる指導

名西郡石井中学校　　3年5組（男子21名，女子23名）

1　題　　材　　二次方程式とその解き方

2　学級の実態

1年の正の数・負の数の基礎的な計算に多くのつまずきがみられる生徒2名を含み，理解の遅い生徒が数名いる。これらの生徒にとっては，3年生の学習内容については理解が難しいのが現状である。全体的には授業中はおとなしくて，やや活気に欠けるが，今は各自が目標に向かって学習しており，質問をしてくる生徒もみられるようになってきた。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

$x^2+px+q=0$ を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解くことを理解する。

(2)　授業の視点

中学1年で一元一次方程式，2年で連立方程式を学習し，それらを通じて方程式やその解の意味，方程式の解き方について学習しているのだが，なかなか定着していない。問題の中にかっこや分数が加わると正答率は低くなっている。この現状をふまえて，二次方程式の指導に取りかかった。$x^2=9$ については，平方根の考えをよく思い出してすぐに解ける生徒もいたが，負の解を忘れている生徒もかなりいた。二次方程式においては，解くとは解をすべて求めることにほかならないことをしっかりとおさえることが大切である。

本時で扱う $x^2+px+q=0$ の形を $(x+m)^2=n$ の形に変形することについてだが，生徒がすぐにその方法を思いつくであろうかということである。生徒の考えは，多様であるから，いろいろな方法を考えると思われる。この考えを大切にして授業を進めていきたい。どの方法によって $(x+m)^2=n$ と変形してもよいのだが，後の解の公式を導く指導においては，本時の学習が土台となる。したがって，最も合理的な方法として，$x^2+8x+7=0$ で，左辺の数の項を右辺に移項して，x^2+8x にどのような数の項を補うと，$(x+m)^2=n$ の形になるかを考えさせて，方程式を解くことを視点と考えた。つまり，$(x+m)^2$ を展開した式を手がかりにして，x の係数の半分の2乗である 4^2 を両辺にたせばよいことに気づかせたい。したがって，式の計算における乗法の公式の復習をしながら学習しなければならない。一学期の最初に学習しているが，生徒は単元が進んで行くと，なかなか振り返って学習をしないため定着していない。しかし，二次方程式を解くに当たっては，これらのことを基礎的・基本的事項として，しっかりおさえておかないと解けないことも知らせたい。本時では，x の係数を偶数にしぼって考えさせ，はっきりと理解できるようにした。次に，これを前時の学習に従って順序よく解けるようにする。そして練習

によって自分のものとさせたい。実際には完全平方式を頻繁には使用しないのだが，本時の学習が発展して解の公式を導く基本的な考えになるのできちんと理解させておきたい。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 $(x+3)^2-25=0$ を解く。	○ $(x+3)^2=25$ として，前時の学習の復習をする。
2 $x^2+8x+7=0$ を解く。 (1) 今まで習った解き方では解けないのでどのようにすればよいかを考える。	○ 前時で学習したことを使って解くには，$(x+m)^2=n$ とすればよいことに気づかせる。
(2) $(x+4)^2=9$ として解く手順を考える。	○ 両辺に x の係数の半分の2乗をたして $(x+4)^2=9$ とすることを理解させる。
3 □にあてはまる数を考える。 (1) $x^2+2x+\square=(x+\square)^2$ (2) $x^2-10x+\square=(x-\square)^2$ (3) $x^2+6x+\square=(x+\square)^2$	○ x^2+px から $(x+m)^2$ の形にするのに，何を加えるかを練習させる。 ○ x の係数が負のときは絶対値の半分の2乗を両辺に加えると考えさせる。
4 次の方程式を解く。 (1) $x^2+2x=4$ (2) $x^2-6x+7=0$ (3) $x^2+4x-5=0$ (4) $x^2+10x+17=0$ (5) $x^2-8x+10=0$	○ $x=-1\pm\sqrt{5}$ のように二つの解をまとめて表すことをはっきりとつかませる。

4 指導の実際と考察

(1) $(x+3)^2-25=0$ においては，前時の復習なのですぐに $(x+3)^2=25$ とすることができた。次の計算では，29名の生徒は $x+3$ をXとおきかえないで解くことができた。

(2) $x^2+8x+7=0$ を与えて，どのようにして解けばよいかを考えさせたがヒントなしでは，答が返ってこない。そこで，前時で習ったことが使えるようにするにはどうすればよいかを考えさせると $(x+m)^2=n$ の形に変形することが必要であることが分かった。その方法の中から本時の目標とする解き方を示した。

(3) $(x+m)^2$ を展開した式から，$(x+m)^2$ を求めるのは，グループで学習し，時間をかけて考えさせた。そうするとほとんどの生徒ができてきた。x の係数が偶数であるために考えやすいようであった。しかし，x の係数が負のときについては，戸惑いのみられる生徒がいたが，教

え合いながらしていた。

(4)　$-1\pm\sqrt{5}$ の意味，つまり $-1+\sqrt{5}$ と $-1-\sqrt{5}$ をまとめて表す書き方について触れた。前時で $x=\pm\sqrt{2}$ を扱っていたので分かりやすかったようだった。

(2), (3)についての指導記録を紹介してみたいと思う。

（指導記録）

T：$x^2+8x+7=0$　この二次方程式を解くにはどのようにすればよろしいか。

T：では，前の時間に学習したことを使って解いていくにはどうすればよろしいか。

S：かっこの2乗にしていけばいいと思います。

T　よいことに気がつきました。前の時間のように $(x+m)^2=n$ となるようにするにはどうすればよいかを考えてみましょう。

S　9をたせばできます。

T　どこにたすのですか。

S　7の後に加えると $(x+4)^2$ となると思います。

T　左辺だけに9をたしたのですね。つまり，$x^2+8x+7+9=0$ として考えたのですね。これについてはどうですか。

S　9は右辺にもたさないといけないと思います。

T　その通りです。等式の性質より両辺に9を加えるのですね。そうすると，左辺は，$(x+4)^2$ となります。

板書

$$x^2+8x+7=0$$
$$x^2+8x+7+9=0+9$$
$$(x+4)^2=9$$

T　ここまでくると前の時間と同じ形ですね。左辺がかっこの2乗になるように工夫することができましたね。このような形の式を完全平方式と呼びます。このつづきはノートに解いていきましょう。

T　できた人は手を挙げてください。ではAさん，黒板でやってください。

T　できましたね。完全平方式に直すと解くことができました。今考えた方法と違う人はいませんか。

S　考え方は同じですが，先に数の項の7を右辺に移項してからしました。

T　$x^2+8x=-7$ となるのですね。このときは両辺にどのような数をたしましたか。

S　16をたしました。

T　では，いっしょに解き方の順序をまとめてみましょう。

板書

$$x^2+8x+7=0$$
$$x^2+8x=-7$$
$$x^2+8x+16=-7+16$$
$$(x+4)^2=9$$
$$x+4=\pm 3$$
$$x+4=3 \text{ から } x=-1,\quad x+4=-3 \text{ から } x=-7$$
$$\text{よって}\quad x=-1,\ -7$$

T　先ほどしたのと同じ考えですが，先に数の項を移項したところが違いますね。この方法だと $(a+b)^2$の展開の公式がすぐに使えますね。つまり，x^2+8xに何を加えて，$(x+m)^2$にすればよいかを考えるといいのです。そこでこれからは，今まとめたようなやり方で解いていくことにします。では，かっこの２乗の形に変形する練習をしてみましょう。

（練習問題提示）

T　左辺にはどのような数が入りますか。

S　いつもxの係数の半分の２乗になっています。

T　xの係数が正のときはそうですね。負のときもあるので，xの係数の絶対値の半分の２乗を両辺に加えて$(x+m)^2$を作ると考えればいいのです。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　どの学級も$(x+3)^2=25$についてはほとんどの生徒が解けるのだが，まだ$x+3=X$に置き換えて解いていた生徒もみられた。本時の学習がより理解できるようにするためには，Xに置き換えなくても解けるようにするためにもっと練習の時間が必要であった。また，負の解について忘れている生徒がいた。これは二次方程式の最も基礎的なことであるので，平方根を求める考えをしっかりと定着させたい。

(2)　$x^2+8x+7=0$については，他の学級でも数の項を移項しないで$(x+m)^2=n$の形に変形している生徒がみられた。生徒にとっては，そのままの形での方が考えやすいようであった。最初から数の項を移項して考えるのは難しいようである。

ある学級では，なかなか気がつかないため$(x+4)^2=9$を展開して指導をした。そのとき，$(x+4)^2=9$を一番下に置いて順次上へ書いていき，$x^2+8x+7=0$が一番上にくるように展開すると，完全平方式に変形して解くことができるのが分かった。展開するのが逆にはなるが，工夫してみるのもおもしろい。

(3)　$x=-1\pm\sqrt{5}$のように二つの解をまとめて表すことを指導した。次時に確認テストをしたとき，問題(4)の類題は解に無理数が入ってくる場合であり，１２名の生徒が解けなかった。これについては計算も複雑であり理解できていないものもあったが，根号の中の数を外に出すことができていないものが多かった。このことから，二次方程式を解くに当たっては，３年生での式の計算や平方根などの今までに学習した内容をしっかりと定着させておくことが重要であることを再確認した。

(4)　本時の指導は，xの係数を偶数にのみ制限したため，比較的理解しやすかったと思う。次時にはこれを奇数に発展させて，さらには解の公式へとつなげていく。したがって，平方完成については高度な技法が要求されるのだが，確実に理解させておくことが必要である。しかし生徒にとっては計算の習熟度を問われるため，あまり関心を示さない。そこで，問題を解くことに慣れさせて，無理なく解の公式へと発展させていけるようにすることが必要であると感じた。

（毛利由紀代）

因数分解による二次方程式の解法を理解させる指導

板野郡上板中学校　　3年3組（男子23名，女子18名）

1　題　　材　　二次方程式と因数分解

2　学級の実態

基礎力が不十分なため50分間の授業に集中できない生徒が4名，やる気はあるが理解が遅い生徒が3名いる。女子は全員が数学に対して意欲的であり，また理解力が優れていて，学年では常にずば抜けた成績をあげているが，それに対して男子は全般に学習に対して消極的である。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

因数分解ができれば簡単に二次方程式が解けることを理解する。

(2)　授業の視点

本時間までに，$ax^2=b$，$(x+m)^2=n$，$x^2+px+q=0$ の形の二次方程式の練習をしたあと解の公式を使うと，わずらわしい式変形をしないで係数を公式に代入するだけで解を求められるということに驚きを示しながら，喜んで使おうとする姿が見られた。しかし，係数を代入することはできても，平方根の計算や正・負の数の計算，あるいは分数計算が不十分なため，正確な解を求めることができない生徒もいた。また，解の公式を使えば必ず解けることがわかっていても，最初から分数になり，根号がつくことに少なからずも抵抗を示していることに気がついた。そこで，因数分解ができれば，それを利用すれば公式より簡単に解けることを知らせるチャンスだと考えた。

そこで，課題を与え，既習事項を復習することをねらうとともに，一次方程式ならば簡単に解くことができることと，（二次式）=（一次式）×（一次式）であることから，因数分解の利用に気づかせようと思った。一般に，因数分解自体が生徒にとってそう簡単なものでないといわれるが，この節までに，乗法の公式→因数分解→根号をふくんだ式の計算と続けざまに乗法の公式を利用しての計算練習をしてきているために，案外因数分解ということに対してはすんなりと入っていけるように思われた。また，この解法は，解の公式のような一般性はないが，式の形から因数分解が利用できるかどうかを判断するためには，多くの条件を総合的にこなす必要があり，思考力を養う上でも有用な節であると考えた。二次方程式を見るとすぐ解の公式にたよるのでなく，まず因数分解を利用して二次方程式を解く方向へと進む力をつけさせたいと思う。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　$x^2-10x+21=0$ を自由に解いてみる。 ○　既習の方法で解く。（各自） ○　解のたしかめをする。（各自）	○　解法は指示せず自由に解かせ，既習事項の復習をねらうと同時に，本時学習の動機づけをはかる。
2　既習の解法で黒板に解いてみる。	○　$(x+m)^2=n$を利用した場合と解の公式を利用した場合を比べさせて，どちらが簡単かを考えさせる。 ○　もっと簡単に解く方法はないだろうか考えさせる。
3　解法をふりかえり，他の方法がないかを考える。 ○　左辺に目を向ける。 ○　左辺が因数分解できることに気づく。 ○　$(x-3)(x-7)=0$を導く。	○　一次方程式が簡単に解けることを想起させる。 ○　（二次式）＝（一次式）×（一次式）であることに気づかせる。 ○　因数分解の利用を見つけさせる。
4　$(x-3)(x-7)=0$のxの値を求める。 ○　$x-3$，$x-7$の少なくとも一方が0であることに気づく。 ○　$x-3=0$または$x-7=0$であることを理解する。	○　2数a，bがあって，$ab=0$ならば，$a=0$または$b=0$であることを確認させ，これと同じ関係であることに気づかせる。
5　練習問題を解く。 (1)　$(x-2)(x+5)=0$ (2)　$x^2+5x+4=0$ (3)　$x^2+x-6=0$ (4)　$x^2-x=12$	○　二次方程式は，因数分解によって一次方程式の解法に帰着することを十分に理解させる。
6　因数分解による二次方程式の解法についてまとめる。	

4　指導の実際と考察

(1)　$x^2-10x+21=0$ を解法を指示せずに自由に解かせてみると

- $(x+m)^2=0$ を使った者　………………　6人（たしかめをして全員正解）
- 解の公式を使った者　………………………　26人（たしかめをして全員正解）
- 正答を出すことができなかった者　………　9人

であった。正答を出すことができなかった9人のうち，4人はまったく手がついていず，他の5人は解の公式で解いたけれど，解のたしかめをするとまちがえていた生徒である。

(2)　(1)で正答を出した者の中から，二通りの方法で前の黒板に並べて解かせてみて，比べさせた。

- $(x+m)^2=0$ の方法の方が簡単　………　2人（自分はこの方法で解いている）
- 解の公式の方が簡単　………………………　39人

(3)　(2)で，なぜ簡単かをたずねてみた。

A　君　　$(x+m)^2=0$ のやり方を忘れていた。

Bさん　　平方の形に変形するのがややこしい。

Cさん　　平方の形に変形するときに，計算まちがいをしやすいと思う。

Dさん　　解の公式を使うと，数が大きくなることもあるけれど，考えなくてもすぐに計算に入ればよいからやさしい。

E　君　　解の公式の方が少ない行数でできる。

F　君　　解の公式の方が，速くて正確にできそうな気がする。

G　君　　平方の形を使うと，置きかえたり，もとにもどしたりするときにまちがえそうな気がする。

H　君　　解の公式の方が，あまり頭を使わなくても，代入するだけで機械的にすぐできる。

他の生徒もだいたい似たような意見が多く，解の公式が簡単だと答えた主な理由は，機械的にできるということであったが，それでも，数が大きくなることや根号が初めからついていることは，あまり歓迎をしていなかった。意見を出しあい，それを聞く中で，生徒たちは $(x+m)^2=0$ よりもその後で習った解の公式の方が簡単であるのならば，さらにその後で習う方法は，もっと簡単なのではないかと思ったようである。

(4)　一次方程式を想起させて，二次式を一次式の形にできないだろうかと問いかけると，わりと早く因数分解で（二次式）＝（一次式）×（一次式）とつくれることに気づいた生徒がいた。

(5)　$ab=0$ ならば $a=0$，$b=0$ は，理解するのに時間はかからなかった。

(6)　練習問題を4問解かせると，全問正解は32人で，他の9人は4問のうちどれかをまちがえていた。まちがいは次のようであった。

①　因数分解はできているが，一次方程式が解けない。…………　1人

例　$x^2+5x+4=0$

$(x+1)(x+4)=0$

$x=-1,\ -4$

② 因数分解の符号ミス。…………………………………………… 2人

例　$x^2+5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

$x=1,\ 4$

③ 因数分解がまったくできない。……………………………… 3人

④ $x^2-x=12$のように，$x^2+ax+b=0$の形になっていないときに解けない。

……………… 3人

①③の4名は4問全部が解けておらず，②④の5名は3問は正解だった。

(7) 一次方程式の解法を確認すること，左辺＝0の形を作ることを確認することがまず必要だと思われた。

いろいろな形の二次方程式が解けるためには，類似問題をもう少し練習する必要を感じた。

(8) 因数分解を利用して解くと，簡単であるから解の公式よりもよいと答えた生徒が多かった。しかし，そう答えられない3名の生徒も，その喜びを味わうことができるように復習をしていかなければいけないし，今後，そのような生徒が出ないためには，一次方程式や正の数・負の数の一年生の段階からのていねいな指導の必要性を感じた。

（小山　純子）

因数分解を使って二次方程式を解く指導

小松島市小松島中学校　　3年3組(男子20名，女子22名)

1　題　　材　　二次方程式と因数分解

2　学級の実態

正しい論理をもとに，すじ道を立てて考えることの好きな生徒が多い。しかし，基本的な事柄一元一次方程式の解法が身についていないため，方程式に関心を示さない生徒もいる。こういう生徒も方程式を解く決まった手法だけを教えると，過程はどうあれともかく解くことはできる。そういう事で，因数分解を使って方程式を解くことは全員ができる力をもっている。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① $ab=0$ のとき，$a=0$ または $b=0$ であることを理解させる。

② $(x+a)(x+b)=0$ について，解き方と解のもつ意味について理解させる。

(2)　授業の視点

二次方程式の授業に入ってから本時で6時間目である。これまでに，

① 二次方程式の存在，解の意味の理解

② 二次方程式の解法　$ax^2=b$，$(x+a)^2=b$，$x^2+px+q=0$

と，類型的に指導したが，x^2+px の形から平方の形にする段階でつまずく生徒が見られた。生徒の能力に応じた補充問題を与えたり，机間巡視や個別指導によってつまずく生徒もだいぶ少なくなってきた。

このあと，解の公式による指導を試みた。$3x^2+5x+1=0$ の解法は興味深く $(\frac{5}{3}\times\frac{1}{2})^2$ を両辺に加える平方完成もグループ学習で無事通過した。これと並行して，$ax^2+bx+c=0$ から解の公式を導き，$a=3$，$b=5$，$c=1$ を公式に代入して解を確認した段階では驚嘆の声さえ聞かれた。ほぼ全員が公式を用いて解こうと意気込んで問題練習に取り組んだが，計算ミスが目立ち，グループ内で確認し合う場面が続出した。特に b や c がマイナスのときは気をつけなければということを主体的につかんでくれたようである。このことから，その後の因数分解による解法の指導場面でも無理なく因数分解できる式を与えて自信を持たせたい。

その後の応用問題や三平方の応用でも因数分解による解法が大半になるので，より定着を図るくふうを試みたい。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　二次方程式の意味について前時までに指導したことを簡単に復習する。 ○　次の方程式を解け。 ①　$x^2-36=0$ ②　$x^2+6x-7=0$ ③　$x^2-10x+25=0$ ④　$4x^2+x-3=0$	○　解法の確認。 ○　一般に解は二つある。 ○　①〜③ができていれば次に進む。 ○　進んだ生徒には，④は解から反対に因数分解ができることに気づかせる。
2　$ab=0$ のとき，$a=0$，または $b=0$ であることを学習し，二次方程式の因数分解による解法を理解する。 ○　1の②の $x^2+6x-7=0$ の式は $(x-1)(x+7)=0$ とかけることを確認する。 ○　解は $x=1$，$x=-7$ になることを確認して因数分解の次にどのような操作をすれば良いかを話し合う。	○　因数分解の苦手な生徒には，グループの協力による学習を指示する。
3　練習問題をする。 ○　次の二次方程式を解く。 ①　$x^2+5x+4=0$ ②　$x^2-2x-8=0$ ③　$x^2+3x=0$ ○　1の①と③を解く。	○　ふつうの形 $(\quad)(\quad)=0$ となる形の二次方程式の解法に慣れさせる。 ○　①は $x=\pm6$ と表記することを知らせる。 ○　③は $x=5$ であり $(\quad)^2=0$ のときは解が一つになることを知らせる。
4　1の④について調べる。 ○　④を解の公式で解いて，$x=\frac{3}{4}$，-1 となるから $(4x-3)(x+1)=0$ と因数分解できることを確かめる。	○　生徒に余裕があるときにとり上げる。進んだ生徒には解の公式から発展的な思考のための教材として投げかけてみる程度にとどめたい。
5　本時のまとめ $(x+a)(x+b)=0$ ならば，$x+a=0$ または $x+b=0$ だから，$x=a$，$x=b$ となる。	○　論理的な用語だけに生徒の反応を再確認したい。
6　次時の予告をする。	

4　指導の実際と考察

(1)　$ab=0$であるならば$a=0$または$b=0$であることを，次のように指導した。

○　$ab=0$という形で式が与えられた場合，a，bの値について考えてみよう。

二つの数a，bについてその積が0であるかないかを考えるとき，

①　$a=0$　　$b=0$

②　$a=0$　　$b\neq 0$

③　$a\neq 0$　　$b=0$

④　$a\neq 0$　　$b\neq 0$

の場合があるが，

①　$ab=0$

②　$ab=0$

②　$ab=0$

④　$ab\neq 0$

となるから$ab=0$の場合は④を除いた①〜③の三つの場合が考えられる。

○　$ab=0$ならばa，bのうち少なくとも一つは0であることがわかる。

①②から$a=0$のとき。

①③から$b=0$のとき。

となるので，まとめて

$\boxed{a=0 \text{ または } b=0 \text{ であれば，} ab=0 \text{ である。}}$

$a=0$または$b=0$というが，ここで「または」の意味をよく指導しなければならない。これを日常語で使う場合と数学用語で使う場合とでは次のような差があることをおさえておかなくてはならない。

$$\text{日常語}\left\{\begin{array}{ll} a=0 & b\neq 0 \\ \\ a\neq 0 & b=0 \end{array}\right. \qquad \text{数学用語}\left\{\begin{array}{ll} a=0 & b\neq 0 \\ a\neq 0 & b=0 \\ a=0 & b=0 \end{array}\right.$$

(2)　(1)の指導の後$(x-1)(x+7)=0$の解を求めるのに，すでに解が$x=1$，$x=-7$ということを知っているのでこれを代入して，$x=1$のとき，$x=-7$のとき，確かに左辺は0となることが容易に確認される。しかし，「これ以外に左辺が0になることはないのか」という疑問が残る。グループで話し合いをさせたところこれ以外にはないという結論に達した。これ以外では，(1)の④の場合に該当し，$ab\neq 0$であることから1，−7以外に解はないということが容易に理解できたのである。

しかしここに新たな疑問が生じた。$ab=0$ から $a=0$ または $b=0$ となるから $(x-1)(x+7)=0$ からは $(x-1)=0$ または $(x+7)=0$ となり，これから導かれる解も $x=1$ または $x=-7$ となってしまい，「$x=1$ と $x=-7$ のうち一体どちらが本当の解なのか」という生徒がでてきてしまったのである。これは前述のような指導をしてきた以上当然なのかも知れない。$x^2=36$ から $x=6$，$x=-6$ という二つの解が同時に存在することは直感的に理解できるが，因数分解を利用して方程式を解く場合，このような疑問をもつ生徒は多いのではなかろうか。次のように生徒に指導した。

① 方程式は一般に二つの解をもつ。

② 因数分解は単に方程式を解く手段として用いただけだから両者とも解として認められる。

ということをおさえた上で，方程式の解とは与えられた方程式を満足するものはすべて解とするものだと指導した。すなわち，$ab=0$ から $a=0$ または $b=0$ であろうと推測するのではなく $a=0$ でも $b=0$ でもこの式は成り立つ，ということで理解させた。

次に二次方程式を今まで指導してきた過程で留意してきた点を述べる。

① 二次方程式の解の意味は，一次方程式と同じように理解させる。

② 二次方程式の解は一般に二つあるが $ax^2+bx+c=0$ において $b^2-4ac>0$ のときだけである。$b^2-4ac=0$ のときは一つである。これを指導すると $b^2-4ac<0$ のときは中学校では取り扱わないが高校ではさらに数が拡張されていくだろうことにもふれておきたい。

③ 中学校で指導する二次方程式は実数解をもつ場合に限っているから

 ○ 平方根を求める考え方

 ○ 平方完成による解法

 ○ 因数分解による解法

が考えられる。計算力を充実させ，どんな方法も自由自在に駆使できるように指導する。しかしこの後の教材との関連から，平方完成に力を入れたあまり，解の公式や因数分解による解法に気乗りしない生徒をつくらないようにする。

④ 二次方程式を利用して文章題を解くときには，変域などの条件による解の吟味が必要であることを，特に指導するようにする。

（川内　時男）

二次方程式を利用して問題が解けるようにする指導

徳島市八万中学校　　3年4組（男子21名，女子23名）

1　題　　材　　二次方程式の利用

2　学級の実態

授業は落ちついて，まじめにうけることができるが，全体に取り組みがやや消極的であり，質問・発表などは少ない。他のクラスに比べると，数学を得意とする生徒は多いが，一方，基本的な事項の理解が十分でなく，数学の学習に無気力な面を見せる生徒も数名いる。しかし，これらの生徒も理解が十分とはいえないが，一生懸命にノートをとるなど前向きな面がでてきており，よい方向に進んでいる。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

二次方程式を利用して問題が解けるようにする。

(2)　授業の視点

二次方程式の単元にかぎらず，文章題は多くの生徒にとって，難しく苦手なものである。文章題を見ただけで，問題も読まずあきらめてしまう生徒も少なくない。これは，十分に問題を読みとれなかったり，理解できなかったりしたためであり，また，いきなり答えを求めてやろうとして，何が何だかわからなくなってしまうなどの原因によるからであろう。問題の意味を十分に理解し，ていねいにひとつひとつ手順を追って考えれば，文章題といえども，それほど難しいものではないということを生徒に知らせたい。

そこで，この授業では，実際に封筒と画用紙でモデルをつくり，これを使って問題を説明し意味が理解しやすいようにと配慮した。問題の内容については，

①　〔問1〕で具体的な数値を与えて面積を求めさせる。

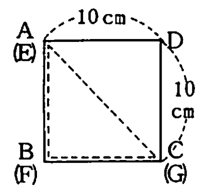
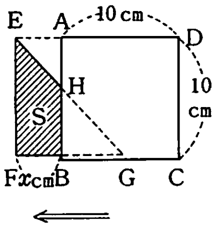
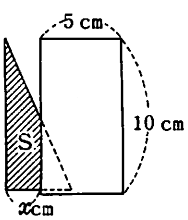
②　面積の求め方を発表させることによって，これを生徒に理解させる。

③　〔問1〕の求め方と同じ手順で，面積を文字を使って表し，二次方程式をつくる。

④　〔問2〕を解く。

このように，具体的な数値を与えたものから考えていくと理解しやすく，文字を使って表すのも抵抗がなくなると考える。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
図１  図１のように，１辺１０cmの正方形ＡＢＣＤの封筒に，直角二等辺三角形ＥＦＧの画用紙がはいっている。 図２のように，画用紙を引き出していく。 図２  〔問１〕 $x=3$ (cm)のとき，面積Ｓを求めよ。 〔問２〕 面積Ｓが４２cm²のとき，引き出した長さx (cm)を求めよ。	○ 実際にモデルを使い，問題の意味をつかませる。
１ 〔問１〕について考える。 ○ どのようにして面積を求めるか考え発表する。 (1) 台形ＥＦＢＨとして求める。 (2) △ＥＦＧ－△ＨＢＧとして求める。 (3) 長方形ＥＦＢＡ－△ＡＥＨとして求める。 ○ 自分の考えた方法で面積を求める。	○ ＨＢの長さがわかれば，面積が求められることを知らせる。 ○ ＨＢの長さは，三角形の相似を利用すれば求められることを理解させる。
２ 〔問２〕について考える。 ○ 〔問１〕での考え方を使って，面積Ｓをxを用いて表す。 ○ 方程式をたてて解を求める。 $-\frac{1}{2}x^2+10x=42$ $x=6,\ 14$	○ まず，ＨＢの長さをxを用いて表させる。 ○ どの方法でも，整理すると同じになることを確認させる。
○ 方程式を解いた解が，問題にあっているかどうか確かめる。 $0 \leqq x \leqq 10$であることより　$x=6$ (cm)	○ 解の吟味が大切であることを知らせる。
３ 練習問題を解く。  〔問１〕 $x=2$ (cm)のとき，面積Ｓを求めよ。 〔問２〕 面積Ｓが２４cm²のとき，引き出した長さx (cm)を求めよ。	○ 上の問題が理解できているかどうか確認する。

4　指導の実際と考察

(1) 封筒と画用紙でつくったモデルを生徒に見せ，モデルの説明をはじめると，予想どおり授業にのってきた。そこで，問題用紙を配布し，モデルを使って問題を説明した。注意が集中していたので，問題の意味は十分に理解できていたようだ。しかし，このようにモデルを見せただけで喜び，授業にのってくるというのは，日頃の授業で工夫がみられないことをものがたっており，あらためて反省させられた。工夫とまで言えないような，ほんの少しの手間をかけるだけでも，生徒にとっては大きくちがうのである。このことを，もう一度，自分に言いきかせた。

(2) 〔問１〕の面積の求め方について，生徒の考えた方法は，こちらが予想していた３通りの方法ぐらいであった。他のクラスで授業をしたときも，やはり，この３通りの方法がでてきた。

(3) 〔問１〕の面積を求めだしたのだが，一部の生徒（４～５人）しかできていないので，ヒントとして，三つのどの方法でも，ＨＢの長さがわかれば面積が求められることを説明した。すると，ＨＢの長さについては，半数近くの生徒が求めることができたが，中には，なんとなく７cmになるという生徒も多く，十分に理解はできていないようなので，ＨＢの長さを求めるには，三角形の相似（△ＨＢＧ∽△ＥＦＧ）を利用すればよいことを知らせた。その結果，ほとんどの生徒がＨＢの長さや面積を求めることができた。

(4) ＨＢの長さを求めるのに，三角形の相似を利用すればよいということが，生徒にとっては，予想していた以上に気づきにくいものであった。結局，教師がほとんどＨＢの長さを求めたような形になってしまった。気づきやすいように問題をつくったつもりだが，このような問題をあまり解いたことがないため難しかったようだ。生徒の実態がつかめていないことを思い知らされた。

(5) ＨＢの長さを求めなくても（ＨＢの長さが関係しているのではあるが）面積を求めることはできるのだが，授業では，ＨＢの長さを求めないと面積が求められないかのように扱ってしまったのは，どうであっただろうか。このあたりの進め方を，もっと考える必要があったように思われる。

(6) 〔問２〕で面積Ｓをxを用いて表すのは，〔問１〕で面積を求める方法について理解しているので，思ったよりスムーズに表すことができていた。そこで，面積を求める三つの方法のそれぞれについて，どのように表すことができたか，発表させた。

① 台形ＥＦＢＨとして　　$\frac{1}{2}x\{10+(10-x)\}$

② △ＥＦＧ－△ＨＢＧとして　　$50-\frac{1}{2}(10-x)^2$

③ 長方形ＥＦＢＡ－△ＡＥＨとして　　$10x-\frac{1}{2}x^2$

上のどの方法でも，計算して整理すれば，すべて同じになることを確認させ二次方程式をつくった。

(7) 授業では，面積Ｓをxを用いて表すようにと進めていったので，大部分の生徒が，

xについての二次方程式　　$-\frac{1}{2}x^2+10x=42$

をつくっていたのだが，２名の生徒が，②△ＥＦＧ－△ＨＢＧとして求める方法で，HB＝y(cm)とおき，

yについての二次方程式　　$50-\frac{1}{2}y^2=42$

をつくっていた。これは，たいへんすばらしい方法で，二次方程式が非常に簡単な形になり解きやすくなっている。面積Ｓをxを用いて表し，方程式をつくるように進めていったのは，どうであったのか考えさせられた。

数学があまり得意でない生徒には，手順を追ってひとつひとつ進めていく方がわかりやすいと考え，このような授業をしたのだが，その反面，工夫する余地がなくなり自由な考え方を妨げてしまったのかもしれない。このことを，どのように考慮し進めていくか，今後の課題である。

(8) 先のyについての二次方程式での解き方のように，この授業の中では予想していなかったような考え方がでてきた場合，どのようにとりあげたらよいのだろうか。でてきた内容によってもちがってくるし，時間との関係などもあり難しい問題である。この授業では，yについての二次方程式で解いている２名には，すばらしい方法であり，その方法で解くように言っておいた。そして，全体には〔問２〕を解いたあと「こんな工夫した方法もあるんですよ」という具合に簡単にとりあげたのだが，どうであっただろうか。

(9) xについての二次方程式を解くのだが，この二次方程式は分数がでてきて生徒にとっては難しい。しかし，この形の問題は前時までに十分やっており，二次方程式の解き方についても手順を示し，まとめをしていたのでそれほど難しいものではなかったようだ。ただ，この二次方程式は因数分解が利用できるのであるが，これに気づかない生徒が多くいた。これらの生徒は，解の公式を使って解いていたのだが，何も言わずそのまま解かせた。そして，ある程度の生徒が解けたところに，因数分解が利用できることを知らせておいた。

(10) 練習問題は，〔問１〕〔問２〕と同じ要領で進めていけばよく，多くの生徒ができていた。生徒は難しい問題のようにとらえていたので，解けた時はうれしそうであった。これが自信につながり，文章題など恐れず，どんどん取り組んでほしいものである。ただ，〔問１〕の面積を求めるのに，三つの方法についてそれぞれ説明したり，時間をかけすぎたためあわただしくなり，十分なまとめができなかったのが残念だった。

(11) この授業の内容は，生徒にとって難しいものであったようだ。そのため，教師の側からだいぶヒントを与えてしまい，結局のところ，自分で考えて解くというより教師に言われたとおりにやってできたという感じだったように思われる。この授業の反省にたち，他のクラスでは面積を求める三つの方法のひとつひとつには深入りせず，ＨＢの長さを求めるところに時間をかけてみた。グループで考えさせると，あちこちで「７cmだ」という声があがってきた。机間巡視をしながら，なぜ７cmになるのか説明を求めると，△ＨＢＧ∽△ＥＦＧだけでなく，△ＨＢＧ∽△ＨＡＦなどもでてきたり，教師からでなく生徒からひきだすことができた。グループの一部の生徒だけがわかっているということがないように協力し教えあうことによって，ほとんどの生徒が理解することができ，練習問題もできていた。

教師中心型でなく，生徒に気づかせ，喜び・自信をもたせるような授業の形態・構成・進め方などについて研究していかなければならないことを痛感させられた。

（松谷　良彦）

具体的な事象の中から $y=ax^2$ で表される関係を見出させる指導

阿波郡市場中学校　3年5組（男子20名，女子16名）

1　題　　　材　関数 $y=\mathrm{a}x^2$

2　学級の実態

学級の雰囲気は明るく，3年生にしては，発言，質問が多い。全体的には，数学に対して興味を持っている者も多い。その反面，基本的な計算問題でつまずく者，数学は難しい，わからないとあきらめてしまっている者も数名いる。計算問題は解けるが，関数となると苦手意識を持っている者が多い。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

具体的な事象の中から，$y=ax^2$で表される関数関係にあるものを見い出し，表，グラフ，式に表すことによって，その特徴を知る。

(2)　授業の視点

関数については，1年生では正比例・反比例について，2年生では一次関数について学習してきている。生徒の中には，関数といえば，難しい，わからないという意識がある。テストにおいても，関数領域になると，正答率がぐっと低下する。数学が得意であるという生徒も，「関数とは何か。」と聞かれると，わからない者が多い。関数とは，生徒にとってはイメージがつかみにくいものである。

関数は，自然や社会事象の中からともなって変わる2つの量の関係に目を向け，表やグラフや式にすることによって，法則性を見い出すことである。つまり，具体的な事象とは切り離せないものである。そこで，実験という具体的な操作を通して関数の概念を把握させたいと考えた。具体的な事象の中から $y=ax^2$ の関数を見い出すということで，落体の実験を行うことにした。この実験により，生徒の関数に対する抵抗を少しでも取り去り，関数は思ったほど難しくない，少しでもわかったと感じさせることができると考えたからである。また，とらえにくい関数の概念もより正しく把握させることができると考えたからである。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 本時の学習課題を確認する。 「物体の落下のようすを調べる。」	○ 身近にある物を落下させて，興味を持たせる。
2 実験方法を知る。 ① 記録タイマーのしくみと使い方 ② テープ処理のしかた ③ データのまとめかた	○ 教師が1回実験を行うことで，実験方法を理解させる。 ○ テープに打たれた点の間隔が広いほど速さが速いことを理解させる。
3 実験をする。 ① 各班で2回ずつ2本のテープをつくる。 ② テープを0.1秒ごと（点が6つ目ごと）に切り，色画用紙に貼る。 （時間と速さ，時間と落下距離の2種類のグラフをつくる。） ③ グラフからわかることをプリントにまとめる。 ④ 時間と落下距離，速さの関係を表にまとめる。	○ 班で分担を決め，協力させる。
4 グラフからわかることを話し合う。	○ 切り離したテープの長さが速さを表していることを理解させる。 ○ 時間と速さのグラフと，時間と落下距離とのグラフを比べさせながら特徴をつかませる。
5 表をもとに，時間と落下距離の関係を式に表す。	○ 誤差の少ない班の表を板書し，それをもとに式をつくらせる。 ○ yはxに比例する式と比べて式をつくらせる。
6 本時のまとめをする。	

4 指導の実際と考察

（授業記録）

T　これから，物を落としたときの落ちていくようすを調べていきます。（実際に消しゴムを落としてみる。）消しゴムを落としてみると，速さはどうなっていきますか。

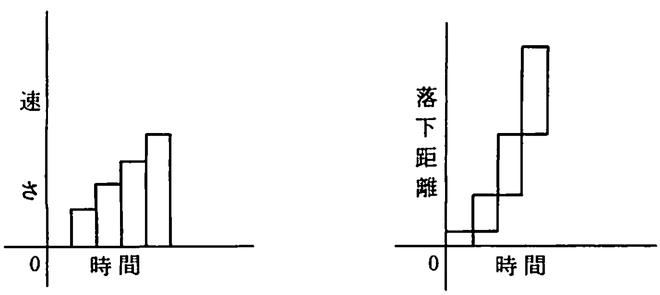
S　速すぎてわかりません。

S　だんだん速くなります。

T　記録タイマーを使って，本当にそうなるのか実験してみましょう。（教師が実験をしながら記録タイマーのしくみと使い方を説明する。）テープに打たれた点の間隔はだんだん広くなっていますね。広くなっているということは，速さはどうなっていくのですか。

S　速くなっていきます。

T　では，落ちるようすを詳しく調べるために表，グラフを作ってみましょう。（テープの処理のしかた，表，グラフの作り方を説明する。）それでは，班に分かれて実験をしていきましょう。



時　間（秒）x	0	0.1	0.2	0.3	0.4	…
落下距離（cm）y						
速　さ						

T　グラフをみていえることを発表してもらいます。まず，時間と速さのグラフを見て何かわかりますか。

S　グラフは直線になります。

S　だんだん速くなることがわかります。

S　一定の割合で速くなっていることがわかります。

T　急に速くなったり遅くなったりするのではなく，一定の割合で速くなっていることがわかりましたね。この直線のグラフは，今までに習ったものですね。それでは，時間と落下距離のグラフを見て何がわかりますか。

S　グラフは曲線になります。

S　だんだん速くなることがわかります。

T　このような曲線のグラフ，このような関係にあるものをこれから勉強していきます。それでは，次に，3班がつくった表をもとに考えていきます。この表から何がわかりますか。

S　速さは同じ数ずつ増しています。落下距離は増える量がだんだん多くなっています。

T　時間が2倍，3倍…となると，落下距離はどうなっていますか。

S　2^2倍，3^2倍……になっています。

T　このとき，落下距離は時間の2乗に比例するといいます。時間をx，落下距離をyとして言い変えてみると，yはxの2乗に比例するといえます。ところで，yはxに比例するというと，式はどうなりますか。

S　$y=ax$です。

T　それでは，yはxの2乗に比例するというと，式はどうなりますか。

S　$y=ax^2$です。

T　$x=0.1$のとき，$y=4.6$だからaはいくらになりますか。

S　$a=460$です。

T　だから式は$y=460x^2$ですね。みんなの行った実験は誤差がありますが，正確な実験では$a=490$となります。

これからは，これまでとはちがった関数，2乗に比例する関数を勉強していきます。

5　授業後の反省と今後の課題

落体の実験を行うことによって，数学が苦手な生徒にも，得意な生徒にも，関数に対する興味を持たせることができたと思う。関数に対する抵抗を少しでも取り去ることができたのではないかと思う。

しかし，実験というものは必ず誤差を伴うものであり，関係を式に表す段階でかなり抵抗があったようだ。式に表すことを急がず，もっと表やグラフから特徴をつかませるべきだと思った。

（山野井貴子）

具体的事象の中から $y=ax^2$ で表される関係を見出させる指導

徳島市城東中学校　３年７組（男子２０名，女子２２名）

１　題　　材　　関数　$y=ax^2$

２　学級の実態

小学校低学年程度の簡単な四則計算でつまづく者が４名。数学に対してわりあい興味を持っている生徒が多いが，積極的に発言はしない。クラスの約８０％の生徒は塾に通っており，すでに学校の進度より先のことを学習している。教室での学習に新鮮さを感じない生徒が多い。

３　本時の指導計画

(1)　本時の目標

自然現象や社会現象の中には，一次関数で表すことができない関係があることを知り，２乗に比例する関数関係の存在を理解する。

(2)　授業の視点

小学校での正比例，反比例を中心とした関数指導に続いて，中学校第１学年では，数を有理数全体に広げ，正比例，反比例の変化の特徴を調べてきた。また，第２学年では，一次関数について事象との関連や式，グラフの特徴について学習を進めてきた。ところが，これまでの関数の学習の中で，「関数はどうも難しい。」「わかりにくい。」と感じている生徒が，クラスの半数以上もいる。わかりにくい，難しいと感じている生徒を大別してみると，１つは，正比例，反比例や，一次関数の式，グラフ，変化の様子などの基礎が充分理解できていない者，もう１つは，式，グラフなどを結びつけた応用問題になるとできない者に分かれる。応用問題の場合も，基礎が確実に身についていれば，問題を数多くこなすことによってある程度できるようになると思うので，３年生で関数の学習をするのを機会に，もう一度１，２年生で学習した内容を整理，確認していきたい。それと同時に，今まで学習してきた関数と比較しながら変化の割合が一定でない関数関係として，２乗に比例する関数を学習していきたい。

ところで，関数とはとりつきにくい難しいものだと思いこんでいる生徒，数学に興味，関心のない生徒にも，できるだけ授業に興味をもたせ，「これなら何とか理解できそうだ。」という自信をもたせるためにも，導入段階では特に，具体的で身近な事象を取り扱いたいと思う。授業では落体の運動を取りあげてみた。当初実験活動も取り入れる計画を立てたが，操作が難しく，時間的にも困難であるので，実験結果だけを用いることにした。この実験結果から，時間と落ちていく距離の間に関数関係があり，その変化の割合が一定でないことに気づかせることが大事な視点のように思われる。今までに学習した関数の式では表せないことに気づかせたうえで，新しくどのような関係かを，正比例の場合と比較させながら考えさせていきたいと思う。

(3) 本時の展開

<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1　正比例，反比例，一次関数について復習する。</td><td>○　一般式，グラフ，変化のようすなどを想起させる。</td></tr>
<tr><td>2　ガリレオの話を紹介しながら，落体の運動について概要を知る。</td><td>○　ガリレオがおこなった落体の実験を紹介しながら，落体の運動に興味をもたせる。</td></tr>
<tr><td>3　学習課題について考える。
ボールを落とす実験で，落下する時間をx分，その間に落下する距離をy mとすると，次の表のようになる。yをxの式で表せ。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>5</td><td>20</td><td>45</td><td>80</td><td>125</td></tr>
</table>
○　xが1つずつ増えるときのyの増え方を調べる。
○　xとyの関係式………$y=5x^2$</td><td>○　これまでに学習した関数関係では表せないことを確認させる。
○　x^2の値とyの間にどんな関係があるか考えさせる。
○　yはつねにx^2の値の5倍であることに気づかせる。
○　正比例や一次関数の場合と比べながら考えさせる。</td></tr>
<tr><td>4　yはxの2乗に比例する関係であることを知る。
$y=5x$……yはxに比例している。
$y=5x^2$……yはx^2に比例している。</td><td>○　正比例　$y=ax$と比べながら考えさせる。</td></tr>
<tr><td>5　次のxとyの間の関係を式で表して，yがxの2乗に比例するものをえらぶ。
(1)　半径x cmの円の面積がy cm²である。
(2)　1辺がx cmの正方形の周の長さがy cmである。
(3)　1辺がx cmの立方体の表面積がy cm²である。</td><td>○　図を書き，考えさせ，x，yの関係を導かせる。</td></tr>
<tr><td>6　yがxの2乗に比例する関係の式についてまとめる。</td><td></td></tr>
</table>

4　指導の実際と考察

(1) 教科書にある落体の実験結果は，落下する時間を0.1秒ごとに調べた表であるが，少数では下位の生徒にとって非常に抵抗があるので，思い切って1秒ごとに調べた表にした。実際には不可能な実験値ではあるが，整数値であるので変化のようすがわかりやすかったようだ。

(2) 「落体の運動」の実験を実際に授業の中に取り入れることは，時間的に不可能だったので，ガリレオが落体の運動を発見した経過や鉄の球と羽毛とでも真空状態では落ちるスピードが同じであることなどを詳しく話した。それによって少しでも興味をひくようにと考えたが，やはり話だけではとらえにくかったようである。

(3) 数表のxとyの間にx^2の値を書き込ませることによって，x^2とyの間にどのような関係があるかを考察させてみた。yの値がいつもx^2の値の5倍であることが，表から明らかになり，yがxの2乗に比例していることが理解しやすかったのではないかと思う。

x	0	1	2	3	4	5
x^2						
y	0	5	20	45	80	125

(4) xの値が1ずつ増えるときのyの値の増え方を調べ，正比例や一次関数の場合と比べることによって，変化の割合が一定でないことから，今まで学習した関数関係では表せない新しい関係であることに気づかせた。

○　$y = 2x + 3$

1　1　1　1　1

x	0	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11	13

2　2　2　2　2

○　落体の実験

1　1　1　1　1

x	0	1	2	3	4	5
y	0	5	20	45	80	125

5　15　25　35　45

正比例や一次関数と，yがxの２乗に比例する関数との大きな違いが，変化の割合が一定でない点であるということが，よく理解できた。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　ガリレオの一生，落体の実験の話を聞かせたり，教室で落しピンと鉄球を同時に落とす実験，あるいは，消しゴムとティッシュペーパーを同時に落とす実験をおこなった。最初，生徒はこれから何が始まるのだろうとけげんな顔をしていたが，教師が予想していた以上に興味を示した。いきなり数表や$y=ax^2$の関係式をあたえるのではなく，導入の段階で実験や実測を取り入れることで，特に下位の生徒や，数学に関心のうすい生徒の関数に対する抵抗感を多少とも少なくすることができたように思う。

(2)　「落体の運動」は，理科では第３学年の２学期末にでてくる内容である。したがって生徒たちにとっては，数学で初めて知るわけであり，かなり丁寧に話してやらなければ理解しにくいようだ。しかし，「落体の運動」を学習すること自体が目的ではなく，あくまでも，関数を学習するための手段であるので，どこまでふれるかが問題である。

(3)　正比例，反比例や一次関数では，身近な事象が豊富にあり，授業の中に実験活動を取り入れやすかったが，yがxの２乗に比例する関数の場合は，身近で具体的な事象が非常に少ない。図形の計量や落体の運動などがあるが，どちらもいまひとつ授業で扱いにくい気がする。今回は「落体の運動」を取り上げたが，生徒の興味をひきやすく，事象を連続量としてとらえやすい反面，実験に時間と手間がかかり，授業の中で実験活動が難しいという欠点がある。そのため，実験結果だけを用いたが，やはり何かの形で，生徒たちに実験させたらもっとおもしろい授業展開ができたと思う。

(4)　その意味でも，生徒が興味をもって実験活動をしながら，２乗に比例する関数関係に気づくような教材の開発が今後の課題である。

（木津　実穂）

関数 $y=ax^2$ を導入する指導

海部郡日和佐中学校　3年C組（男子15名，女子14名）

1　題　　材　関数 $y=ax^2$

2　学級の実態

数学に興味を持っている生徒は残念ながらその数は少ない。授業のなかで挙手をし発表をする生徒は約20％くらいしかいない。全体的にノート等は美しく書いているが，工夫というかアイデアはあまり感じられない。目の前にある学習内容をなんとかこなしていくものの，意味がよく分かっていないとか，分からなくてもそのままにしておくとか，答えが出れば意味が分からなくても平気といったふうに，疑問を持ちながら，意味を大切にしながら考えを深めていこうとする態度が弱い。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

関数の意味について復習し，正比例，反比例，一次関数以外の関数関係があることを知り，$y=ax^2$ で表される場合があることを知る。

(2)　授業の視点

関数の指導をしていく時には，どうしても「関数とはなにか」を明確に理解させたいという思いがまずある。中学生として，「y は x の関数である」ということの意味は最低きちんと理解させたい。このことを理解させた上で $y=ax^2$ の定義を学習させたい。3年時の関数の指導の導入の段階で特に下記の内容を大切にしたい。

○　「y は x の関数である」ということの意味を正確に理解させ使えるようにさせる。

○　関数を表現する代表的な方法として，表，式，グラフがあるということを理解させる。

○　関数の種類分け，各関数の定義は式の形ですることを理解させる。

よく『教科書で教える』のか『教科書を教える』のかという議論があるが，私はまず教科書をきちんと教えるべきであると考える。教科書はそれほど完成度の高い教材であると考える。決してないがしろには出来ない。だからこそ教科書であるはずだ。生徒が教科書の内容をしっかり理解せず，なんとなく学習が進められていくのは問題がある。ところで，3年時の関数の導入の課題として教科書には次の（問）が載っている。

円の面積は，その半径の長さの関数である。半径 x cmの円の面積を y cm²とするとき，x，y の関係を式にあらわせ。

そしてそのすぐ後に，y は x の2乗に比例する関数の定義として，

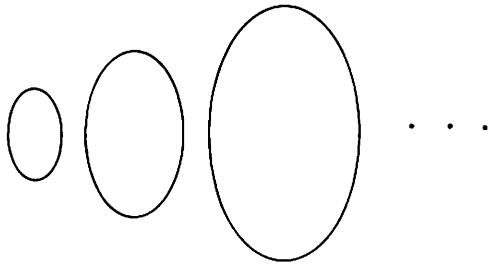
y が x の関数で，その間の関係が，$y=ax^2$（a は定数）で表されるとき，

y は x の２乗に比例するといい，a を比例定数という。

と書かれている。この（問）と定義の中に〜は〜の関数であるという表現が２カ所出てくるが，果たして何人の生徒がその内容を正確に理解出来るのであろうか。私はこのことにこだわりたい。例えば，（問）では『円の面積は，その半径の関数である。』ことの意味を理解しなくても，関係式は出来るであろう。果たして，それでいいのだろうか。否である。やはり教科書の一字一句を正確に理解させたい。そうすることが「関数」を正確に理解することにつながっていくと信じている。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 学習課題について考える。 円の面積は，その半径の長さの関数である。半径 x cm の円の面積を y cm² とするとき，x，y の関係を式にあらわせ。 ○ 1行目の意味を考える。式は考えない。 2 y が x の関数であるという意味を確認する。 3 水槽に水を入れる事象について考える。 ○ 変わる量を見つける。 ○ 変わらない量を見つける。 ○ ともなって変わる量を見つける。 時間が変われば水の体積が変わることに気付く。 （x 分）　（y リットル） ○ 〜は〜の関数であるという言い方を理解する。 y は x の関数である 水の体積は時間の関数である。 ○ この関数を表す方法を知る。 時間と水の体積の関係を表，式，グラフに表す。 4 最初の（問）について考える。	○ （問）は読むだけ。1行目の意味について考えていくことを強く意識づける。 ○ y が x の関数である ↓ y が変われば x が変わる y が決まれば x が決まる 〜が変われば〜が変わるの方を中心に指導する。 「カワレバカワル」を何度も言う。 ○ それぞれの量を何個かずつ見つけさせる。ともなって変わる量はひとつだけ取り出し考える何が変われば何が変わるのかをはっきりさせる。ここでも「カワレバカワル」を何度も言う。 ○ 時間と水の体積の関係を表す方法にどんなものがあるのか，しっかりと考えさせる。 表　式　グラフ　その他 ○ （問）について，図を書いて考

学習内容と学習活動	指導上の留意点
 ○ 変わる量，変わらない量，ともなって変わる量をそれぞれ見つける。 ○ 見つけ出した関数関係を表と式に表す。 5 yはxの2乗に比例する関数の定義をする。	えさせる。特に，何が変われば何が変わるのかを，しっかりと考えさせる。 ○ 三組のともなって変わる量（関数関係）について考え，それを表と式に表す。その中のひとつに正比例でも反比例でも一次関数でもない関数のあることに気付かせる。関数の名前（種類）は式の形で決まることを確認。

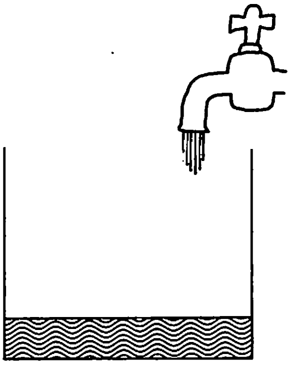
4 指導の実際と考察

(1) 「円の面積は，その半径の長さの関数である。」ことを，「半径の長さが変われば，その円の面積が変わる」ことであると理解出来る生徒はいなかった。とにかく「～は～の関数である。」ことを理解させたい。「～は～の関数である。」ことの意味は「～が変われば～が変わる」と「～が決まれば～が決まる」という二つあるが，生徒の混乱をさけるために，「～が変われば～が変わる」の方を中心に指導した。「～が決まれば～が決まる」についても説明はするが，「カワレバカワル」という言い回しを生徒に強く印象づけた。

(2)

水槽に水を入れる

2ℓ/分



〔変わる量〕
- 水槽の中の水の体積
- 時間
- 水の重さ
- 水のない部分の体積
- 水の深さ

〔変わらない量〕
- 1分間に入る水の量
- 水槽の高さ
- 水槽だけの重さ
- 水槽の底面積
- 蛇口の切り口の面積

〔ともなって変わる量〕
- 時間が変われば水の体積が変わる。

（x分） ↓ （yリットル）

yはxの関数

水の体積は時間の関数

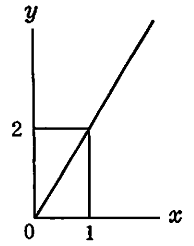
○ 表

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

○ 式

$y=2x$

○ グラフ



$y=ax$　（ y は x に比例する ）

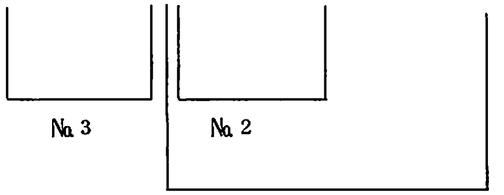
$y=\dfrac{a}{x}$　（ y は x に反比例する ）

$y=ax+b$　（ y は x の一次関数である ）

内容的には第１学年・第２学年で扱う学習内容ではあるが，関数の意味，関数の表し方等の復習には丁度よい。

(3)　（問）について。変わる量は何かという問いに対して４つの量が出てきた。

〔変わる量〕　・面　積　　・半　径　　・円　周　　・直　径



〔ともなって変わる量〕　　No.1

No.1～No.3の三組について考える。それぞれ何が変われば何が変わるのかを確認し，その関係を表と式に表す。

（No.1）

半径が変われば直径が変わる。

（ x cm ）　（ y cm ）

表

x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

式　$y=2x$

（No.2）

半径が変われば円周が変わる。

（ x cm ）　（ y cm ）

表

x	1	2	3	4	5
y	2π	4π	6π	8π	10π

式　$y=2\pi x$

（No.3）

半径が変われば面積が変わる。

（ x cm ）　（ y cm² ）

表

x	1	2	3	4	5
y	π	4π	9π	16π	25π

式　$y=\pi x^2$

↓

面積は半径の関数である

関数は式の形で定義されることを確認

$y=ax$　（ y は x に比例する ）

$y=\dfrac{a}{x}$　（ y は x に反比例する ）

$y=ax+\mathrm{b}$　（ y は x の一次関数である ）

$y=ax^2$　（ y は x の２乗に比例する ）

No.1とNo.2は正比例，No.3は x の２乗に比例する関数であることを確認する。

5　授業後の反省と今後の課題

(1)　3年の関数指導の導入として，関数の学習の構造を復習する必要がある。いきなり，「円の面積はその半径の長さの関数である。」と言われても生徒は何のことか意味が解らないのである。そういう疑問を残した状態で，関数$y=ax^2$の学習を進みても，式ができても，問題が解けても，不安定な感覚は残ってしまうであろう。最初の（問）を理解させるためにも，

- 「yはxの関数である」ということの意味
- 関数を表現する代表的な方法
- 各関数の定義は式の形ですること

これらのことを，きちんとおさえる必要があるように思う。こういう第1学年，第2学年の復習をやれば最初の（問）も理解しやすくなると考える。また，半径と面積以外の関数関係も発見できると思う。そして，それらの関数関係を式に表すことで，新しい関数，正比例でも反比例でも一次関数でもない関数，関数$y=ax^2$の定義が自然にできたように思う。

(2)　関数の意味，関数の学習の構造（ともなって変わる量がある ──→ 関数関係を見付ける ──→ 関数関係を表・式・グラフに表す）を理解させることの難しさ，数学で学習した事柄を理科等の他教科の学習に生かせるような数学の学力（理科には関数関係が沢山出てくるが，関数関係に気がつかない，表・式・グラフに表せない生徒が多いという現実がある）がまだまだ身についていない生徒が多いことなど課題は多い。計算問題を指導するときにもドリル不足を感じているが，関数の指導においても（ともなって変わる量を見付ける，関数関係を見付ける ──→ その関数関係を表・式・グラフで表す）というドリルの数をある程度は確保する必要があると考える。

(3)　関数の指導では，3年間を通して常に「関数とは何か」「〜は〜の関数である」ということを生徒に意識させ，学習させる必要がある。そうすることが，関数指導の空洞化（関数の意味が理解できなくても，関数の問題は解ける）を解消することになると考える。

（谷崎　栄之）

関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合を考察させる指導

三好郡三加茂中学校　3年2組（男子20名，女子19名）

1　題　　材　$y=ax^2$ の変化の割合

2　学級の実態

本校は1学年4学級全校生徒500名弱の中規模校である。3年生は明るく活発であり，数学科においてはよく勉強し，計算問題などは得意とするが，関数となると苦手な生徒が多い。全体的に理解力はあるが，家庭学習が不十分で繰り返し理解の定着を図る必要がある。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

$y=ax^2$ の値の変化の割合は一定でないことを，具体的な数値を示して説明できるようにさせる。

(2)　授業の視点

初めに，2次関数のグラフを $a>0$，$a<0$ の場合に分け，x の値が増加するときの y の値の増加の様子をはっきりさせておく。1次関数の場合には $a>0$ のときは x の値が増加すれば y の値も常に増加し，変化の割合は常に一定。$a<0$ のときは x の値が増加すれば y の値は常に減少し，変化の割合は常に一定。このことをしっかり理解させたうえで，$y=ax^2$ の場合にはどうなるかを考える。1つの例として $y=x^2$ で，x の値が1つずつ増加するときの y の値を調べ，y の増加量を求めてみると1，3，5，7……と段々大きくなってゆき，変化の割合は常に一定でないことを確認させる。グラフにおいても同様に確認させ，理解の定着を図る。

(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　$y=ax^2$ のグラフで $a>0$，$a<0$ の場合のときの y の値の増減を調べる。	○　1次関数の学習を想起させ，$y=ax^2$ のグラフは曲線であること，a の符号，x の範囲での場合分けが必要であることを押える。
2　1次関数のグラフの y の値の増減，変化の割合について考える。	○　実際にグラフを書いて調べさせる。

学習内容と学習活動	指導上の留意点
3　1次関数の場合，変化の割合が一定で，その値は x の係数 a に等しいことを想起させる。	○　実際に計算をさせる。 $y=ax+b$ の a の部分と等しいことを確認させる。
4　$y=ax^2$ の関数では変化の割合は，どのようになるか調べる。	○　表にまとめて計算してみる。 変化の割合 $= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ で求まることを確認させる。
5　練習問題をする。	

4　指導の実際と考察

(1)　指導過程の記録

<table>
<tr><th>教師の発問と活動</th><th>生徒の活動と反応</th></tr>
<tr><td>1　$y=ax^2$ のグラフで $a>0$ のときの y の値はどうなるか。</td><td>○　グラフを書いて調べると良い。
場合分けして表にまとめる。
<table><tr><td>x</td><td>－</td><td>0</td><td>＋</td></tr><tr><td>y</td><td>減少</td><td>0</td><td>増加</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>$y=ax^2$ のグラフで $a<0$ のときの y の値はどうなるか。</td><td><table><tr><td>x</td><td>－</td><td>0</td><td>＋</td></tr><tr><td>y</td><td>増加</td><td>0</td><td>減少</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2　$y=-3x+1$ ………(1)
$y=3x-1$ …………(2)
2つの関数について増減を調べよう。</td><td>○　(1)の場合の x の値が増加するとき，y の値は常に減少する。
(2)の場合 x の値が増加するとき，y の値は常に増加する。</td></tr>
<tr><td>3　(1)，(2)の変化の割合を，x が1から3まで増加したときについて求めよう。</td><td>○　計算する。
(1)は－3
(2)は3　となる。</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>教師の発問と活動</th><th>生徒の活動と反応</th></tr>
<tr><td>1次関数の場合，変化の割合についてはどんなことが成り立っていたのか？</td><td>○ 変化の割合は一定で $y = ax + b$ の a に等しくなる。</td></tr>
<tr><td>4 $y = x^2$ について x の値が1ずつ増加するときの y の値の増加の様子を調べよう。

$y = x^2$ では変化の割合についてどんなことが言えるか？</td><td>○ 表にまとめると
x ｜ 0 1 2 3 4 5
y ｜ 0 1 4 9 16 25
x の値が0から1ずつ増加すると y の増加量は1，3，5，7となっている。
変化の割合は一定でない。</td></tr>
</table>

(2) 授業後の反省と今後の課題

生徒は1次関数との比較により，容易に変化の割合が一定でないことに気が付いたようであるが，1次関数の復習にかなり時間を取られた。多くの生徒に学力の定着ができていない面，十分反省させられた。今後，落体の運動における平均の速さなど，具体的な事象の中に変化の割合の考えを発展させてゆきたい。

（内田　清文）

関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合を考察させる指導

勝浦郡福原中学校　　3年1組（男子11名，女子10名）

1　題　　材　　関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合

2　学級の実態

本校は，1学年1学級で全校生徒57名の小規模校であり，本3学年は1年生の時から担任している。入学当初より明るく活発でよく発表もする。数学科においては，1年生の正の数・負の数や文字の式でつまずきがみられた者も何名かいたが，計算ノートをくり返しする中で，除々に力をつけてきている。生徒はおもに代数よりも視覚で判断できる図形分野の方を好んでいる様である。全体的に理解力はあるが，復習が充分できていない面があり，何度もくり返さないと理解が定着しないところがある。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

$y=ax^2$ の値の変化の割合を一次関数の変化の割合と対比して理解する。

(2)　授業の視点

関数についてはこれまでに1年生の変化と対応で正比例・反比例について，2年生では一次関数について学んできている。関数に対して拒絶反応を示す者が多く，式と表とグラフの関係がまだ充分に理解できず利用できないようである。

変化の割合については，2年生の一次関数ででてくるが，一次関数の場合には，定義域にかかわらずつねに一定であり，グラフの傾き a と同じである。これに対して，関数 $y=ax^2$ の場合には，グラフは曲線（放物線）であり，定義域が変われば，変化の割合も異なり一定でない。また，このことは，変化の割合がグラフ上の2点を通る直線の傾きと等しいことからも理解できることを指導したい。

(3) 本時の展開

<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1　一次関数 $y=ax+b$ の変化の割合はいつも一定であり，x の係数 a に等しいことを知る。</td><td>○　直線であるから，変化の割合は一定であることを確認させる。</td></tr>
<tr><td>2　$y=ax^2$ では変化の割合はどのようになるか表をつくって考える。
○　関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 ずつ増加するときの変化の割合をしらべる。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5 ………</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td><td>25 ………</td></tr>
<tr><td>y の増加量</td><td>1</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>………</td></tr>
</table>
$$変化の割合=\frac{y の増加量}{x の増加量}\Rightarrow 一定でない$$</td><td>○　2次関数 $y=ax^2$ の変化の割合が一定でないことを理解させる。</td></tr>
<tr><td>○　$y=x^2$ のグラフを書いて表と比べる。</td><td>○　変化の割合は，2点を結ぶ線分の傾きに等しいことを理解させる。</td></tr>
<tr><td>3　例題　関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求める。
<table>
<tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>y</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td></tr>
</table>
$$変化の割合=\frac{9-1}{3-1}=\frac{8}{2}=4$$</td><td>○　表を利用し，変化の割合を求める計算のしかたを理解させる。</td></tr>
<tr><td>4　問　題
○　関数 $y=x^2$ で，x の値が 3 から 5 まで増加するときの変化の割合を求める。
○　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x が次のように増加するときの変化の割合を求める。
①　4 から 6 まで
②　－2 から 0 まで
③　－4 から 4 まで</td><td>○　計算で求める場合，ミスに注意する。②は，簡単なグラフで負の数になることを確認させる。</td></tr>
</table>

4　指導の実際と考察

(1)　指導過程の記録

<table>
<tr><th>教師の発問と活動</th><th>生徒の活動と反応</th><th>反応への評価</th></tr>
<tr>
<td>1①　2年生の一次関数のところで習った変化の割合を覚えていますか。
②　変化の割合はどうやって求めていましたか。
③　一次関数 $y=2x-1$ で x が1から4まで増加したときの変化の割合を求めなさい。
④　グラフをかいて変化の割合をみてみよう。
（だいたいかけたところで方眼黒板にグラフをかく。）
⑤　グラフ上で適当な2点をとり，x の増加量，y の増加量を求め，変化の割合を考えよう。どうなりますか。

一次関数 $y=ax+b$ では，変化の割合はつねに一定であり，傾き a に等しいことをおさえる。</td>
<td>①・傾きと同じ値でした。
・x が1ふえたときに y がふえる値でした。
②・$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ です。
③・$x=1$ のとき $y=1$ で，$x=4$ のとき $y=7$ だから変化の割合は $\dfrac{6}{3}=2$ です。
④　グラフ用紙にグラフをかく。
⑤　どんな2点をとっても約分をすれば2になります。</td>
<td>○　大部分が首をかしげ忘れてしまっている様である。
○　求め方を知っていたのは2～3名であった。
○　グラフは，だいたいかけていた様である。
○　やっと少しずつ思い出してきた様である。</td>
</tr>
<tr>
<td>2　一次関数と比べて，関数 $y=ax^2$ では，変化の割合はどうなるのかを考えていきます。
①　例として，$y=x^2$ について x が1ずつ増加するときの変化の割合を表をつくって考えよう。
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4 ……</td></tr>
<tr><td>y</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16 ……</td></tr>
<tr><td>y の増加量</td><td colspan="5">1　3　5　7</td></tr>
</table>
②　この表から x の増加量は1だから y の増加量がそのまま変化の割合となりますね。これからどんなことに気がつきますか。</td>
<td>①　ノートに表をかく。

②・（変化の割合が）全部ちがいます。
・だんだん増えていってます。
・2ずつ増えていっています。</td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>教師の発問と活動</th><th>生徒の活動と反応</th><th>反応への評価</th></tr>
<tr><td>③ 一次関数はつねに一定だったけれども，関数 $y=ax^2$ ではちがうようだね。
では，関数 $y=x^2$ のグラフをかいて変化の割合をみてみよう。
（グラフがかけたところで方眼黒板にグラフをかく。）
④ グラフからどんな点に気がつきますか。</td><td>③ グラフをかく。
（かいたグラフから表で求めた点をもとに変化の割合を考えている。）
④・xが１増えたときのyの増える値が点によってかわってくる。
・$x>0$のときは変化の割合はプラスだけれど，$x<0$のときはマイナスになる。
・点と点との間は曲線だけれど変化の割合は２点から考えるから，２点間を直線で結んだ傾きにあたる。</td><td></td></tr>
<tr><td>3 これまではxの増加量が１のときについて考えましたが，今度は１より大きい場合で考えよう。
① $y=x^2$ でxが１から３まで増加するときの変化の割合を求めよう。

関数$y=ax^2$における変化の割合は，一定ではなく，２点を結ぶ直線の傾きに等しいことをおさえる。</td><td>①・$x=1$のとき$y=1$となり$x=3$のとき$y=9$だから，$\frac{8}{2}=4$となります。
・グラフからもxが２ふえてyは８ふえるから$\frac{8}{2}=4$です。</td><td></td></tr>
<tr><td>4 次の問題をしなさい。
(1) 関数$y=x^2$で，xの値が３から５まで増加するときの変化の割合を求めよ。
(2) 関数$y=\frac{1}{2}x^2$について，xが次のように増加するときの変化の割合を求めよ。
① ４から６まで
② -2から０まで
③ -4から４まで</td><td colspan="2">(1)については，計算した後，グラフで確認ができ，ほぼ正解していた。

(2)②については，計算でyの増加量が負の数になることに気づかず，１とした誤答が見られたが，上に開いた簡単なグラフをかくことでミスに気がついたようである。</td></tr>
</table>

(2) 考　　察

① 授業後の反省

○ 関数 $y=ax^2$ の変化の割合を一次関数 $y=ax+b$ における変化の割合と比較しながら授業を行ったが，一次関数では変化の割合は一定であり傾き a と等しいため，変化の割合＝傾きというように機械的にとり扱いすぎた感がある。したがって本授業では，復習であるにもかかわらず一次関数の変化の割合に時間がかかった。けれども逆に，関数 $y=ax^2$ の変化の割合を考えていくうえで役立ったようである。

○ 関数 $y=ax^2$ のグラフ上の2点を結ぶ直線が x 軸と平行になる時，変化の割合は0となる。これはちょうど2年生の二次一次方程式のグラフで特殊なものとして学んだ $y=k$ のグラフにあたり，一次関数で傾き $a=0$ のとき，ちょうどこの形となる。このことは次時に少しふれておきたい。

② 今後の課題

関数において基本ともいえるのが，式と表とグラフの相互の関係である。たとえば，グラフは式にあてはまる x と y の組のすべての点の集合であり，グラフをかくためには表をつくる。また逆にグラフ上の点はすべてその式を成り立たせる。こういった基本的なことがまだ充分理解できていないように思われる。それは，直線のグラフをかく場合2点を求めてグラフをかいたり，傾きと切片を使ってグラフをかいたり，そのかく方法に指導が偏りすぎたからだとも思われる。今後，具体的な例を考えさせたりするなかで，充分に関数への理解を深めさせていきたい。

（森岡　俊哉）

関数 $y=ax^2$ の変化の割合について考察させる指導

那賀郡平谷中学校　　3年　21名（男子10名，女子11名）

1　題　　材　　関数 $y=ax^2$ の値の変化の割合

2　学級の実態

全体に基本的な計算力は身についており，この授業で必要な $y=ax^2$ の式に x の値を代入して，y の値を求めることは，ほとんどの者ができるものと予想される。また，本時の目標の②の a（p＋q）を導くのに必要な因数分解（共通因数をとり出す，和と差の積の公式）についてもほぼ全員に定着していると思われる。変化の割合については，半数くらいの者は変化の割合の式（$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$）を忘れていた。前時には，一次関数の変化の割合を求めることにより復習をした。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　関数 $y=ax^2$ の変化の割合を，$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ を使って計算によって求めることができる。

②　関数 $y=ax^2$ で x が p から q まで変化するときの変化の割合は，a（p+q）であることを理解する。

(2)　授業の視点

関数の変化の割合については，2年時に一次関数の変化の割合を求めることによって学習した。一次関数の場合は，変化の割合＝傾き（一定）となることを学んだ。

関数 $y=ax^2$ については，まず $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ の式を使って求めることができるようにし，そして x が p から q まで変化するとき，変化の割合は a（p+q）であることも理解させたい。いくつかの例題を変化の割合＝ $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ の式を使って解くことにより変化の割合の式の使い方を定着させる。例題の中にはかなり複雑な計算になるものもあり一次関数のとき（変化の割合=傾き）のようにもっと簡単に求める方法はないものか，いくつかの例題の結果から帰納的に考えさせ，$y=ax^2$ で x が p から q まで変化するときの変化の割合は，a（p+q）であることを推測させたい。

そして，推測させた事柄が一般的にも成り立つことを示すのに a，p，q の文字を使って証明ができるようにさせたい。

(3) 本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点
1 前時の復習をする。 ○ 変化の割合＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ ○ 一次関数の場合……変化の割合＝傾き	○ ワークシートに変化の割合の式を書きこませる。
2 $y=ax^2$ について x が 1 ずつ増えるときの変化の割合の様子を調べる。 ○ 変化の割合は，一定でなく変化することを知る。	○ 表に y の値，変化の割合を書き入れさせる。 ○ 一次関数の場合と比較させる。
3 具体的な例題について $y=ax^2$ の変化の割合を求める。 ○ 変化の割合＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ の式を使って求める。	○ $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ の式を定着させる。
4 3で求めた結果から $y=ax^2$ で x が p から q まで変化するときの変化の割合＝$a(p+q)$であることを推測する。	○ $\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$ の式以外で変化の割合を求める方法を結果から考えさせる。 ○ 推測しただけで一般的には言えていないことを知らせる。
5 $y=ax^2$ で x が p から q まで変化するときの変化の割合を求める。 ○ 変化の割合＝$\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}$ $=\dfrac{a(q^2-p^2)}{q-p}$ $=\dfrac{a(q-p)(q+p)}{q-p}$ $=a(p+q)$	○ 一般的に言うためには文字を使って説明すればよいことを知らせる。
6 5の結果を使って変化の割合を求める練習をする。	

4　指導の実際と考察

○　最初に前時に学習した変化の割合の復習をした。

○　次に一次関数の変化の割合について復習した。

T：それでは，$y=x^2$についてプリント表を完成させよ。

x	0	1	2	3	4	5	…
y							
xの増加量							
yの増加量							
変化の割合							

○　机間巡視をしたが，中にはxの増加量やyの増加量のまちがっている生徒も何人かいた。

○　生徒を指名して，黒板の表に記入させた。

T：表の結果から$y=ax^2$の変化の割合について，一次関数と比べてどうだろうか。

S：変化の割合は変化している。

T：$y=x^2$の変化の割合は，一定ではないということがわかった。それでは，最初に復習した変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$を使って例題を解いてみよう。

1	$y=x^2$でxが2から4まで変化するときの変化の割合を求めよ。
2	$y=3x^2$でxが-1から4まで変化するときの変化の割合を求めよ。
3	$y=\frac{1}{2}x^2$でxが2から6まで変化するときの変化の割合を求めよ。
4	$y=-2x^2$でxが4から5まで変化するときの変化の割合を求めよ。

○　机間巡視を行った。大半の者は変化の割合を求めることができた。

T：例題のできた人はその結果から変化の割合を簡単に求める方法を考えてみよう。

○　それぞれ席の近くの者たちで，少しうるさかったが活発に話し合いが行われた。

○　例題の答え合わせをした。1問だけていねいにやり方を示した。

○　約10分くらいの話し合いの結果，教え合うなどして，半分くらいの生徒が簡単な方法に気づいた。

○　一人の生徒に指名して，例題2を例にとって発表させた。

S：-1と4をたして比例定数の3をかけると9になります。

○　全ての例題についてxの変化する最初と最後の値の和に比例定数をかければ変化の割合になることを確認させる。

T：しかし，これは推定の段階であって，まだはっきりとは言えていない。証明が必要だ。その証明はどんな場合についても言えるようにするために文字を使って証明してみよう。それでは，プリントの問題を解いてみよう。

★　$y=ax^2$でxがpからqまで変化するときの変化の割合を求めよ。
　　変化の割合＝

T：a，p，qという文字を使っているが，数字のときと同じように計算していこう。

○ 指導しながら机間巡視をした。

○ ほとんどの生徒は，$\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}$ まではできていたが，そこからの変形については次のようであった。

① $\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}$ の形から変形できない生徒

② $\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=aq-ap$ 等のまちがった変形をした生徒

③ 推定したことがら（xの変化する最初と最後の値の和に比例定数をかければ変化の割合になる）から $\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}=a(p+q)$ と途中の変形がわかっていないまま結果だけ示した生徒

○ 3年生の1学期に学習したことを使えばできることをヒントとして教えた。

○ ほとんど全員が近くの席の者と活発に話し合いをするが，因数分解をすればよいことに気づいた生徒は一人であった。

T：それでは，解いていこう。まずxの値がp→qと変化するときyの値はどう変化するだろうか。

S：yの値はap^2からaq^2に変化します。

T：そしたら，変化の割合はどうなるか。

S：$\dfrac{aq^2-ap^2}{q-p}$です。

T：はいそうです。ほとんどの人がここまではできていた。しかしこの形ではxの変化する最初と最後の値の和に比例定数をかけた形にはなっていない。そこでこの形からまだ変形する必要がある。それでは，できた人に発表してもらおう。

S：
$$\begin{aligned}\frac{aq^2-ap^2}{q-p} &= \frac{a(q^2-p^2)}{q-p}\\ &= \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}\\ &= a(q+p)\end{aligned}$$

○ 上の変形のしかたをていねいに説明した。

○ 証明したことがらをプリントにまとめさせた。

$y=ax^2$でxがpからqまで変化するとき 変化の割合＝$a(q+p)$

○ 上で言えたことを使って例題を解かせた。

○ 席の近くの者どうしで答え合わせをさせた。

○ 最後に変化の割合の求め方は2通りの求め方があることを確認させた。

5　授業後の反省と今後の課題

授業を終え授業記録をとってみると，いかに自分の授業が日頃考えている理想的な授業とは程遠く，反省させられる点が多いかがよく分かる。

研究授業などで授業をしてみて，授業後の研究会で自分の授業は教師中心型の授業だとよく言われる。自分でも振り返ってみるとやはりそういうことが言えると思う。生徒主体の授業をしようと日頃の授業からこころがけているが，気がつくとレールをしいてしまっている。そういうことも考えながら今回の授業に取り組んでみた。また，本時の授業では，関数$y=ax^2$について変化の割合を$\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$で求めることができるようにして，特に一般的に$y=ax^2$で$x$がpからqまで変化するときの変化の割合$=a(p+q)$となることをいくつかの例題の結果から推定させ，証明させた。

授業の結果，変化の割合$=\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$で求めることは，計算間違いをしている生徒もいたが，要領が分かればほとんど全員ができた。いくつかの例題の結果から推定するのは半数くらいの生徒ができたようだった。次に推定したことを証明するのは結局，因数分解を使って，

$$\frac{aq^2-ap^2}{q-p}$$

$$=\frac{a(q^2-p^2)}{q-p}$$

$$=\frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}$$

$$=a(q+p)$$

の変形ができた生徒は，１人しかいなかった。

残りの生徒は，

① $\frac{aq^2-ap^2}{q-p}$の形までは書けていたが，そこから前に進まない生徒が約半数くらい。

② $\frac{aq^2-ap^2}{q-p}=aq-ap$ 等の間違った変形をしている生徒が４～５人くらい。

③ $\frac{aq^2-ap^2}{q-p}=a(q+p)$と途中の変形のしかたが分からないまま書いている生徒が２～３人。

これは当然aq^2-ap^2を因数分解せよという問題ならもっと多くの生徒ができたのであろうが，aq^2-ap^2という形をそれ以上変形することができなかったということは，やはり応用力・思考力が弱く，計算は計算，関数は関数，図形は図形というようなこりかたまった考え方しかできないということがよく分かった。これはやはり日頃，応用力・思考力をのばすような授業ができていないからだと思う。また，この授業も教師中心の授業になってしまったことが大きな反省点である。ということで今後の課題はやはり，まず生徒中心，生徒主体の授業の実践ということだ。日頃の授業から心がけていきたい。

（徳永　啓牟）

円に関する性質を理解させ，図形を論理的に考察させる指導

海部郡海部中学校　　3年B組（男子15名，女子12名）

1　題　　材　　円と直線

2　学級の実態

本校は，海部郡でも高知県境に近く，海部川の川口に位置する。農業・漁業が中心の町で，生徒も伸び伸びと育っている。1学年が2学級で，1学級も25人前後と小規模な学校である。ここ海部の地でも塾の数が多く，学年によっては6割近くの者が塾通いをしている。3年生は，計算は得意だが，図形領域は苦手だという生徒が多く，発言も非常に少なくなってくる。

前時では，円の弦の性質についての学習をし，本時はこの単元の2時間目にあたる。コンパスを使っての授業も3年になってから2回目になる。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　円の弦の性質から外接円の作図方法を知る。

②　外接円の作図をすることから，外接円の中心のもつ性質について知る。

(2)　授業の視点

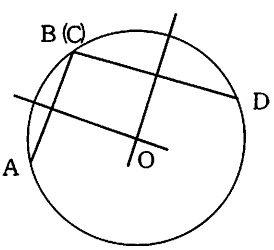
生徒の関心をひきつけるために，割れた皿（円形）を用意し，この皿のもとの大きさ（半径）はどうやって求めればよいのかを最初の問題提起とした。

①　円を決定するには半径が分かればよいが，この授業では円の中心（外接円の中心）も必要となってくる。そこで，前時の「円の弦の性質」を復習させることにより，円の弦と中心の位置関係を確認させる。

②　①では，円は唯1つに決まることなく無数に書けることから，もう1つの弦を考えさせる。2つの弦の垂直二等分線の交点が円の中心なのであるが，その2つの弦（線分AB，線分CD）の位置がでたらめでは，4点A，B，C，Dを通る円は書けない。では，どのような位置であれば線分AB，CDが同じ円の弦になるのかを考えさせる。

以上のことより，三角形の外接円の作図方法を考えさせ，その作図から，外心の持つ性質について考えさせる。

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1　問題を提起する。 この皿（円形）の大きさ（半径）はどうやって求めればよいか。 	○　現物の割れた皿からだいたいの大きさと中心を予測させる。 三角形の外接円の導入とする。
2　2点A，Bを通る円を作図する。 （円の弦の性質を復習する）	○　垂直二等分線の作図方法を確認させる。 ○　無数に書けることを知らせる。
3　2つの線分AB，CDが弦となるような円を作図する。 （4点A，B，C，Dを通る円を作図する。）	○　線分AB，CDは自由に書かせる。
4　線分AB，CDが同じ円の弦になるためには，線分AB，CDはどのような位置になければならないのかを考える。中心をOとするとOA=OCとなることを発見する。	○　作図できたとして，中心Oから点A，B，C，Dへの距離を考えさせる。
5　線分AB，CDは一方が一致していればよいことを知り作図する。  	○　この作図から三角形の3つの頂点を通る円の作図方法を気づかせたい。 ○　円は3点で決まることを知らせる。
6　△ABCを適当に書き，定木，コンパスを使って，この3つの頂点を通る円を作図する。 この円を△ABCの外接円ということを知る。	○　3つの辺の垂直二等分線は，1点で交わることを確認させ，この円は唯一つかけることを知らせる。 ○　どんな三角形でも外接円が書けることを確認させる。
7　6の三角形を3つのグループに分けて，三角形と外接円の中心の位置関係について整理する。 8　最初の問題（問題提起）を解決する。 9　本時の学習内容を整理する。	○　直角三角形の外接円の中心は斜辺の中点であることに注意させる。 ○　皿を紙上に写し，平面で考えさせる。

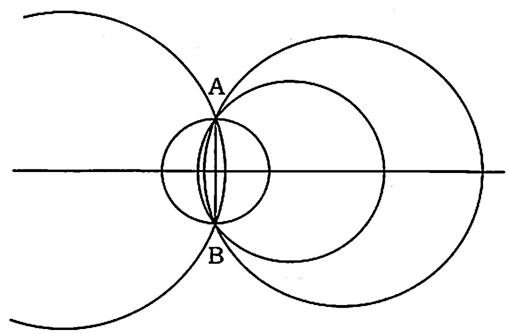
4　指導の実際と考察

(1)　問題提起について

紙の上の問題でなく，本物の割れた皿を提示したので，生徒は関心を示し，本時に何をするのかということがはっきりしたようである。正しい大きさは分からなくても，だいたいの大きさについてはかなりの生徒が推測できた。

円を決定する物は何かという発問に対し，半径という答はすぐに出たが，中心（外心）については少し時間がかかった。

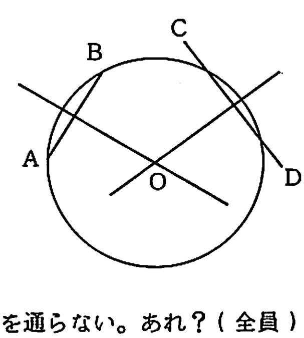
(2)　2点A，Bを通る円の作図について



問題提起をした後，円の基本性質にもどり，2点を通る円の作図をさせた。線分の垂直二等分線の作図方法を確認させながら机間巡視したが，円を1つだけ書いて，できたとする生徒が予想以上に多かった。そこで，「1つしかないのかな」という発問に対して，「2つ書ける」というふうに，なかなか「無数に書ける」という答は出てこなかった。

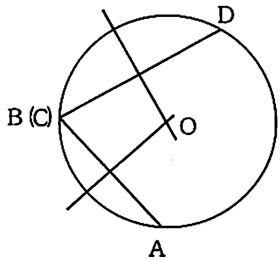
(3)　2つの線分AB，CDが弦となるような円の作図について

2点A，Bを通る円は無数にあるので「唯1つに円を書くには？」ということで，もう1つの線分CDを考えさせることにした。

教　　師	生　　徒
①　円の中心はどこにあるのかな？	①　2つの線分AB，CDの垂直二等分線上にあります。
②　その作図をしてみよう。（生徒は，線分AB，CDの垂直二等分線を作図し，その交点をOとして，半径OAで円をかいた。）	②　 点C，Dを通らない。あれ？（全員）
③　何故，点C，Dを通らないのかな？ もし，4点A，B，C，Dが同じ円周上にあるとすれば，点Oと4点との関係は？	③　OA＝OB，OC＝ODなので， OB＝OC よって， 点BとCは一致していればよい。

④　では，点Bと点Cを同じ点として作図してみよう。

以上のことから，円を決定するには3点でよいことを知らせる。



⑤　この作図のどこかに三角形が隠れていませんか。

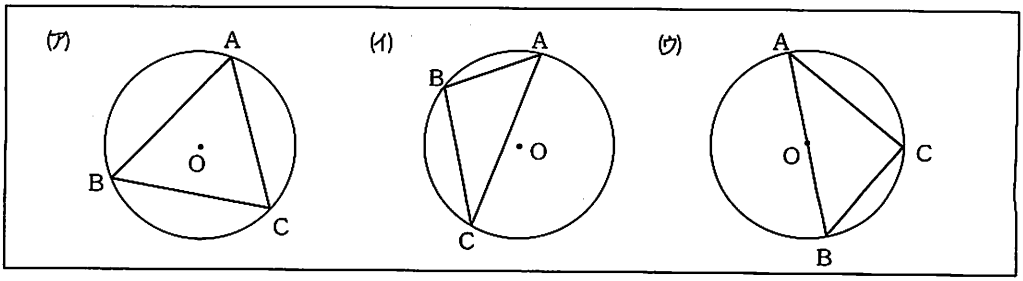
⑤　点A，Dを結べば，△ABDができます。

⑥　どんな三角形でも，その3つの頂点を通る円があるのでしょうか。

⑥　？

⑦　ノートに三角形を適当に書き，3つの頂点A，B，Cを通る円を作図してみよう。

⑦　2辺の垂直二等分線の交点をOとして，半径OAで円を作図する。



⑧　三角形と円の中心との位置関係について，3つの場合に分けてみよう。

⑧　(ア)　中心が三角形の中にある。

(イ)　中心が三角形の外にある。

(ウ)　中心が三角形の辺上にある。（2名）

⑨　(ウ)はどんな三角形でしょう。

⑨　（2人とも分度器で，∠C＝90°を測った。）直角三角形です。

⑩　点Oは辺ABの何でしょう。

⑩　斜辺ABの中点です。

ここで，この円を三角形の外接円といい，点Oを外接円の中心ということを知らせ，三角形と外接円の中心についてまとめさせた。

(ア)　鋭角三角形　　(イ)　鈍角三角形　　(ウ)　直角三角形

三角形の中　　三角形の外　　斜辺の中点

ここまでで，45分以上経過していたので，外接円の作図練習と，3辺の垂直二等分線が1点で交わることの確認が十分にできないままに，最初の問題提起へともどった。

(4) 最初の問題提起にもどって

この皿の大きさを知るには？　　　　　紙の上に割れた皿の形を写し，その円周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃをとり，△ＡＢＣの外接円を作図します。

△ＡＢＣの外接円の作図の段階で気づいた者も数人あり，最後はあっさりと答が出た。

５　授業後の反省と今後の課題

(1) 円の弦の性質から出発し，２つの線分ＡＢ，ＣＤが弦となるような円を作図させたのであるが，これは教師側が，任意の４点を通る円の作図ができない事を意図的に導いたものであり，このことから，円は３点で決まるということを理解させようとしたものである。更に，３点を通る円の作図から，三角形の外接円の作図方法を生徒に発見させようとしたものであったが，本時の場合は時間的に無理があったと思う。

(2) 三角形の外接円の作図方法は，ほとんどの生徒が納得して作図できたのであるが，それは２辺の垂直二等分線の交点で中心を求めたもので，３辺の垂直二等分線の交点としては求めていない。生徒側は，他の１辺の垂直二等分線のことまでは気がつかず，教師も時間の関係で，口頭で知らせるだけで終わっている。もちろん，ＯＡ＝ＯＢ＝ＯＣの証明もできていない。

(3) 他の学年でもそうであるが，作図を伴う授業では，全員がそろうのを待っているとなかなか前へ進まず，予定の半分程度で授業が終わることも少なくない。そこで，早くできた者が教師の補助として，他の生徒の指導に当たることができる雰囲気を育てることが日頃から大切であると思う。

(4) 本時の授業記録をＶＴＲに撮ったのであるが，生徒側から教師を見る角度で撮ると，色々な所で反省できる点がある。

（大田　美英）

円周角の定理を実測すること により推定させる指導

那賀郡平谷中学校　　３年（男子１２名，女子１５名）

1　題　　材　　円周角の定理

2　学級の実態

本学級は２７名と少人数である。実態は学習面については，生徒はやや自主性，積極性に欠け教師の指示したことには素直に従うが，自分からすすんで問題を解決したり考えたりしようとする姿勢があまり見られず，授業中も全体におとなしく発表などに関しても消極的である。全体的に単純な計算問題や公式にあてはめるものは解けるが，関数分野，図形分野については苦手意識を持っている者が多く，基本的な事柄など復習し確認させながら授業を行ってきたというのが現状である。前時までは，作図を中心に授業をすすめてきたが，単純な問題は解けたが，やや難しい思考力を必要とする問題になるとすぐあきらめてしまう者が多かった。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 円周角の意味を理解し，実測することにより円周角の定理を推定する。

② 円周角と中心の位置関係を類別する。

(2)　授業の視点

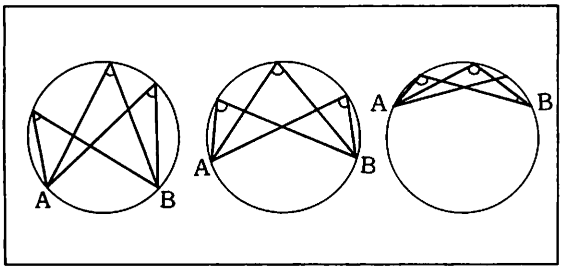
円の性質の中でも最も重要なものの一つであると思われる円周角の定理（「一つの弧に対する円周角は中心角の半分の大きさである」「同じ弧に対する円周角の大きさは等しい」）の導入の授業である。

① 導入であるのでクラスの誰もが取り組みやすい授業にしたい。そこで実際に角度を測定するという作業的な学習を取り入れ，多くの具体的な事柄から一般的な定理を帰納的に推定させるようにしたい。すなわち何種類かの円にそれぞれ円周角，中心角を書き込ませ，分度器を使い実測した結果より，生徒自ら円周角の定理を見つけ出せるように指導してみたい。

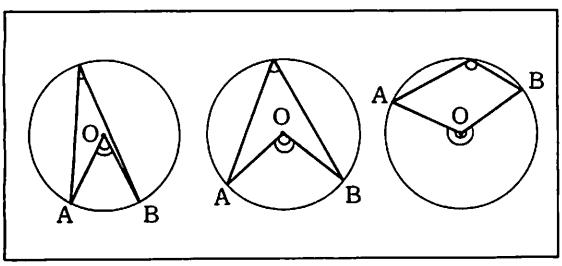
② 円周角の定理を推定し，まとめた事柄は具体的な３～４の例について言えただけであって，すべての円についてはまだ証明できていないことを知らせておき，次の時間につなげるものとして定理の証明の意欲を高めるように留意して指導したい。証明には三つの場合分けが必要であるが，三つの類別の理由の説明は次の時間の証明する際に行うものとし，本時はただ類別するのみに終わっておく。

(3) 本時の展開

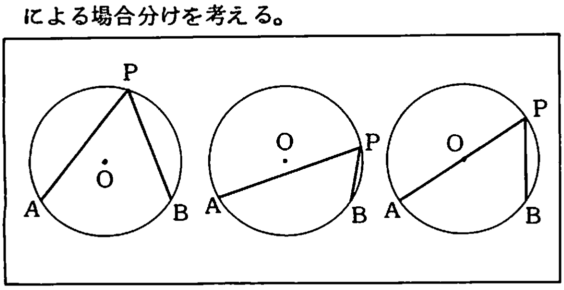
<table>
<tr><th>学習内容と学習活動</th><th>指導上の留意点</th></tr>
<tr><td>1 円周角の意味を理解する。</td><td>○ 一つの弧に対する円周角は無数にあることを知らせる。</td></tr>
<tr><td>2 角度を実際に測定することにより，「同じ弧に対する円周角はすべて等しい」ことを見つける。



○ プリントの円に円周角を書き込み実測する。
○ ＯＨＰで円周角が等しいことを確認する。</td><td>○ 分度器を使って実測させる。
○ 調べた結果から円周角が等しくなることを推定させる。
○ ＯＨＰを使って円周角を動かしても大きさが変わらないことを目で見せ確認させる。
○ まだ証明はできていないことを知らせておく。</td></tr>
<tr><td>3 角度を実際に測定することにより，「一つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分である」ことを見つける。



○ プリントに円周角，中心角を書き込み実測する。</td><td>○ 中心角の意味を思い出させる。
○ 分度器を使って実測させる。
○ 調べた結果から円周角の定理を推定させる。
○ まだ証明はできていないことを知らせ，証明する意欲を高めるようにする。</td></tr>
<tr><td>4 円周角の定理の証明のための円周角と中心との位置による場合分けを考える。


</td><td>○ 同じ弧に対する円周角が等しいことは，円周角が中心角の半分になることを証明すればおのずと言えることをおさえておく。
○ 三つの類別の方法があることを理解させ，次の時間の定理の証明への問題意識を持たせておく。</td></tr>
</table>

4　指導の実際と考察

T　この時間は円周角について学習していこう。それではまず円周角の意味を勉強しよう。（黒板に円，そして弧ＡＢを書きそれをさして）これは何というか。

S　弧です。

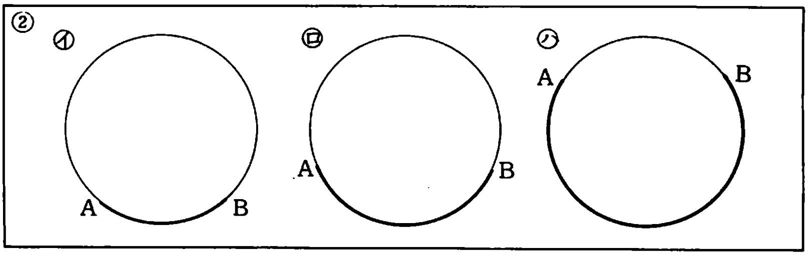
T　そうですね。これは復習です。次に弧ＡＢを除いた円周上に点Ｐをとり，ＰとＡ，ＰとＢを結ぶ。このとき∠ＡＰＢを弧ＡＢに対する円周角という。（黒板の円で説明。生徒にはプリントを配布し，プリントの円に書き込ませた。）

それでは質問。弧ＡＢに対する円周角は一つしかないのだろうか。

S　たくさんあると思います。

T　そうですね。Ｐのとり方は無数にあるので円周角も無数にあることがわかりますね。

次にプリントの②についてですが，



プリント②には三つの円が書かれており，太く書いてある部分が弧ＡＢである。始めに㋑について弧ＡＢに対する円周角を三つ書く。そして円周角の大きさを分度器で測定してみよう。㋑のできた人は㋺，㋩についても円周角を書き込み，角度を測定してみよう。そしてその結果からどんなことが言えるのか考えてみよう。わかった人はプリントの余白に書いてみよう。

☆　机間巡視をして生徒の動きの様子を見てみた。本時の最初に学んだ円周角を書き込み，分度器で角度を測定するという単純な作業であったので全員が動くことができたようであった。机間巡視をしているうちに測定する角度に誤差の出てくる生徒が多くいることに気づいた。プリントは３０°，６０°，１３０°となるように作ったつもりであったが，プリントの円が少しいびつだったのか，生徒が円周角を書き込む際にずれたのか，予想した結果とは少々違ったものとなった。また作業が早く済み，結果から定理を推定できた者もあれば，円周角を書き込んでいる者もいた。

だいたいの者が結果を出すまで約１０分くらいであった。

T　それでは結果を発表してもらおう。まず㋑の円の円周角は何度になったか。

S　だいたいすべて３０°くらいになりました。

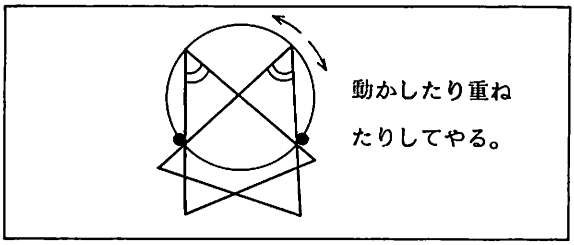
☆　㈺，㈧についても，誤差はあるがほぼ等しくなったという答が帰って来た。

T　それでは，この三つの円についての結果からどのようなことが言えるだろうか。わかる人手をあげなさい。○○君。

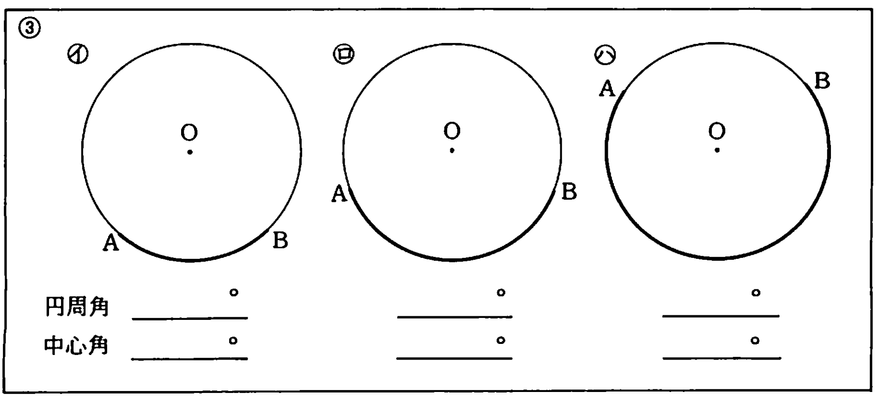
S　弧ＡＢに対する円周角は等しくなる。

T　そうですね。そういうことが言えそうですね。それではＯＨＰで円周角が等しくなることを確認しておこう。

☆　ＯＨＰを使って，円周角を動かしても大きさは変わらないことを目で見せて確認させた。



T　次にプリントの③についてですが，プリントの前に（黒板に円を書き中心角を書き込み，中心角をさして，これは何という角だろうか。



S　中心角です。

T　そうですね。それではプリント③の㋑，㋺，㋩それぞれの円にまず中心角と円周角を書き込んでみよう。そして②でやったのと同じように分度器で角度を測定し，プリントに記入し，その結果から，どのようなことが言えるか考えてみよう。

☆　机間巡視で生徒の動きの様子を見てみた。㋩については生徒の何人かは，中心角は１８０°よりも小さくなるものだと考えてしまっているのか，中心角をまちがってとっていた。また②の場合と同様に角度に誤差の出たものがいた。

T　㋩の中心角をとりまちがえないように注意しよう。

☆　多くの生徒が結果を出すまで１０分くらいかかった。㋑，㋺，㋩それぞれ円周角，中心角を生徒に発表させた。やはり誤差の出た者もいたようだった。

T　結果からどんなことが言えるだろうか。

S　だいたい円周角が中心角の半分になる。

T　そうですね。そういうことが言えそうですね。誤差が出た人もいたようですが，本当はちょうど円周角は中心角の半分になるはずだ。それでは②と③で推定したことをもう一度確認してみよう。

☆　「同じ弧に対する円周角の大きさは等しい」「一つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の大きさの半分である」この二つのことを黒板の図をさして説明した。

T　しかし，この二つのことは少しの例について言えただけであって，すべての円について言えたわけではない。そこで証明が必要である。そして証明をするのだが，③で推定したことが証明できれば②のことはおのずと言えるのだが，なぜかわかるだろうか。

S　一つの弧に対する中心角は一つだから，円周角が中心角の半分になることが言えれば，円周角は等しくなるから。

T　そうですね。

☆　以下，次時間の証明のための円周角と中心との位置による場合分けを行った。

5　授業後の反省と今後の課題

授業を終え，授業記録を見ると反省すべき点が多い。その一つは実際に分度器で角度を測定させたのだが，誤差が出た生徒が多くいたことだった。授業では誤差は出たが，だいたい等しいとか，ほぼ半分になるといった感じで定理の推定までつなげていったが，やや強引だったかも知れない。誤差が出にくいように最初から円周角，中心角を書いて与えてやった方がよかったのかも知れないが，円周角，中心角を自分で書くという作業的学習を取り入れ，すべての生徒が動けるようにするという意味ではよかったのではないだろうか。

また，授業記録には省略して書かなかったのだが，本時の目標の二つ目である「円周角と中心の位置関係を類別する」のところで，本時では証明はせずに場合分けのみで終わり，どういう理由で3種類に分ける必要があるのかということには，触れなかった。それは，類別の理由を説明しようとすると，どうしても実際に証明してみる必要があると思われる。もちろん証明する時間をとるのは無理と考えたからである。やはり類別するのは次の時間に証明と共にすればよかったのではないだろうか。

今回の授業では角度の誤差が出たが，それに対して「だいたい……」などという曖昧な言葉で処理したが，やや疑問が残っている。こういう予期せぬ結果となった場合はどう処理すればよいのか今後勉強したいと思う。

最後に，今回の授業に限ったことでないが，やはり学級の生徒全員が参加できる生徒中心型の授業をいつもやりたいと考えている。しかし日頃の自分の授業を省みると，やや教師中心型の授業になっているように思われる。またどうしても普段の授業だと教材研究がおろそかになることがある。今後の課題として，生徒全員が興味を持って取り組めるような生徒中心の授業ができるように努力したいと思う。またそうすることによって，どうしてもレベルを学級の中の数学の弱い者に合わすようになり，数学の強い者にとっては少々退屈なものになりがちだが，強い者にとっては，さらに学力を伸ばせるような配慮も必要であろう。この授業で自分の悪い点など反省すべき部分は多数あることがわかったと同時に，今後の課題を改めて考えることができた良い機会であったと思う。

（徳永　啓牟）

円周角の定理を理解させる効果的指導

徳島市徳島中学校　　3年4組（男子22名，女子21名）

1　題　　材　　円 周 角

2　学級の実態

本校は，徳島市中心部に位置し，商業地区と住宅地区の混在した地域にある。塾も乱立し，その中で学級の過半数の生徒が学習塾に通っている。性格は明るく，学習中の発言・質問も活発であるが，その内容自体は単純なものが多い。４月当初の調査によれば，数学が苦手な生徒が７０％近くもいた。その大半の生徒の抵抗となっているのが，関数，図形の学習であった。

本時の学習に入る前に，円の基本的性質及び図形の既習内容（本単元の学習に必要なもの）の復習をしたが，ほとんどの生徒が理解できていた。ただ，三角形の外角と内角の関係や一つの円において，弦と中心角が比例関係でないということについては，予想外に，忘れてしまっているもの，きちんと理解していないものが多いのに驚いた。円の各部分の名称も，「弓形」に少々抵抗を示していたが，円の作図は，全員がスムーズに行えた。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　既習の図形の性質を使って，円周角の定理「一つの弧に対する円周角は，同じ弧に対する中心角の$\frac{1}{2}$である。」ことを確かめることができる。

(2)　授業の視点

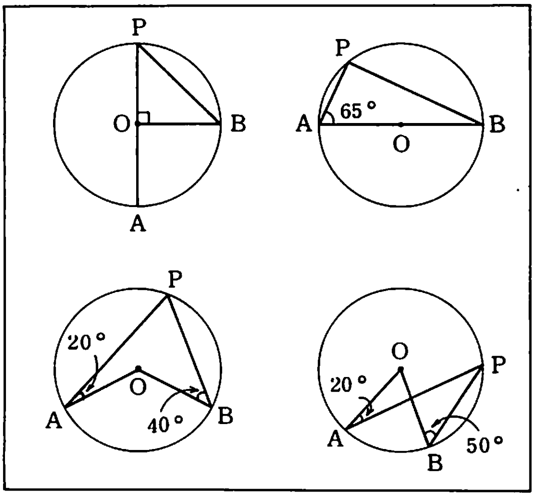
円は，昔から生活の中でよくとり入れられ，人々に親しまれてきた。その基本性質として，回転性，相似性，対称性をともに具えた，整った図形である。その円のもつ図形の魅力，美しさを，より多くの生徒が感ずることを期待し，さらには図形学習への興味，関心を喚起させたい。

①　課題解決のために，過去の知識の中から，現在の課題を解く手がかりとなる記憶を再生し，それに生かす能力を養う。

②　ＴＶフォトプレーヤー，円周角・中心角の説明器等の教具を使うことにより，その学習への興味を誘発し，さらには，それによって，学習指導の効果を高め，効率化をはかる。

③　本時の達成度目標に対して自己評価することにより，成就感をもつことから，次時への学習の意欲づけをしたり，つまづきを意識化することによりフィードバックする習慣をつけさせ，そのことが，ひとりひとりを生かし，伸ばすことにつなぎたい。

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1 前時の復習をする。	○ 同じ弧に対する中心角，円周角の位置関係を確認させる。
2 次の図で，$\overset{\frown}{AB}$に対応する中心角，円周角をさがしだし，中心角，円周角の大きさを求めることにより，円周角の定理「$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$」を予想する。  	○ 既習の図形の性質を利用して計算させ，円周角の定理を気づかせる。
3 どんな場合でも，円周角の定理「$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$」が成り立つことを確かめる。 ○ 円の中心Oが円周角の辺上にある場合 ○ 円の中心Oが円周角の内部にある場合 ○ 円の中心Oが円周角の外部にある場合	○ 既習の図形の性質を利用できるように補助線を引かせ，印づけによる視覚的証明，さらに，式による証明により，立てた予想を確かめさす。
4 円周角の定理をまとめる。	○ 円周角の定理をまとめさせ，次時の予告をする。

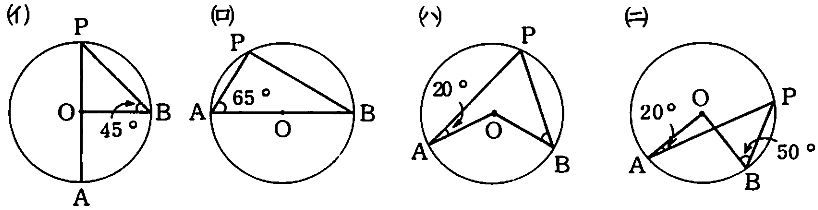
4 指導の実際と考察

(1) 実践記録

T 前の時間までに，円周角とは何か，また，同じ弧に対する中心角と円周角の位置関係について学習してきましたね。ＴＶフォトで復習してみましょう。

S （ＴＶフォトを見ながら，既習内容を確認する。自作の既習内容をカード化した個人用自作カードをみている生徒もいる。）

T　それでは，ワークシートの１の図で，$\overset{\frown}{AB}$に対応する中心角と円周角はどれですか。



S₁ (イ)では，ABに対する中心角は，∠AOB，ABに対する円周角は∠APBです。

S₂ (ロ)，(ハ)，(ニ)でも，(イ)と同じように，$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角は∠AOBで，円周角は∠APBです。

T　では，今日は，一つの弧$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角と円周角の角の大きさに眼を向けて，その大きさを求めてみましょう。分度器を使わずに求められるかな。すぐ求められない人は，個人用自作カードを利用して過去のどの内容を生かしたらよいかをさがしてみるといいですね。

T　(イ)は求められましたか。

S　∠AOBは90°で，∠OPBは45°です。理由は，円において，△OPBは，いつもOPとOBは，一つの円の半径だから等しいので，二等辺三角形だから，

∠OPB＝∠OBP＝45°

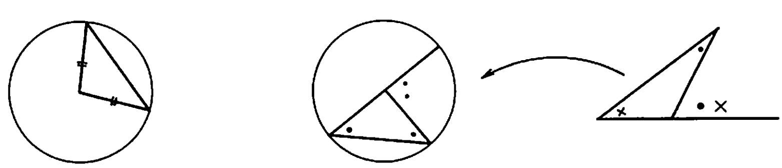
となります。

また，∠AOBは，△OPBの外角にあたりますから，三角形の外角は，隣にない二つの内角の和に等しいということを利用して，

∠AOB＝∠OPB＋∠OBP＝45°＋45°＝90°

となります。

T　二等辺三角形の性質と，三角形の外角と内角の関係を利用したのですね。(ロ)，(ハ)はどうですか。（TVフォトの既習内容を映しながら）



S₁ (ロ)も，今まで習ってきた円の性質などが使えるように，まず，POを結びました。

T　補助線を引いたのですね。

S₁ すると，△AOPと△BOPは，それぞれ二等辺三角形だから，△AOPにおいて，

∠APO＝∠PAO＝65°

また，∠AOPは，180°－65°×２＝50°で，△OBPの外角にあたるから，∠OPBは25°になります。だから，

∠APB＝∠APO＋∠OPB＝65°＋25°＝90°

となり，一方AOBは一直線だから，∠AOBは180°です。

S_2 (ハ)も同様にＰＯという補助線を引きます。(ロ)と同じように考えると，∠ＯＡＰ＝∠ＯＰＡ，∠ＯＢＰ＝∠ＯＰＢより，

∠ＡＰＢ＝∠ＯＰＡ＋∠ＯＰＢ＝２０°＋４０°＝６０°

となって，∠ＡＯＢは，３６０°－（∠ＡＯＰ＋∠ＢＯＰ）だから，１２０°になりました。

Ｔ　(ハ)を別の方法で求めた人はいませんか。

S_3 $\overset{\frown}{AB}$の中心角∠ＡＯＢの求め方が少し違います。補助線をＰＯの延長の直径ＰＣとして引いてみました。すると，(イ)の形が左右に二つくっついた形になったので，三角形の外角と内角の関係を使って解きました。つまり，

∠ＡＯＢ＝２∠ＯＰＡ＋２∠ＯＰＢ＝４０°＋８０°＝１２０°

になり，答えは同じになりました。

Ｔ　なるほどね。既に習った形に分解して解いてみたのですね。

Ｔ　さあ，最後の(ニ)は求められましたか。

Ｓ　(ニ)も，補助線ＯＰを引くと，二等辺三角形△ＯＡＰと△ＯＢＰができますから，

∠ＡＰＢ＝∠ＯＰＢ－∠ＯＰＡ＝５０°－２０°＝３０°

となって，∠ＡＯＢの方は，

∠ＡＯＢ＝∠ＡＯＰ－∠ＢＯＰ

＝（１８０°－２０°×２）－（１８０°－５０°×２）

＝１４０°－８０°

＝６０°

になります。

Ｔ　そうだね。ところで，(ニ)も(ハ)のようにＯＰを延長した直径ＰＣを引くことによって求められないかしら。∠ＡＯＣ，∠ＢＯＣが，二等辺三角形△ＯＡＰ，△ＯＢＰの外角にあたることに眼を向けると求められそうですよ。

Ｔ　さあ，それぞれの∠ＡＯＢ，∠ＡＰＢを求めてもらいましたが，この$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角と中心角の角の大きさの間に何か関係ができそうですか。

S_1 (ハ)を求める時に気づいたのですが，同じ弧に対する中心角と円周角の大きさが，２：１になっています。

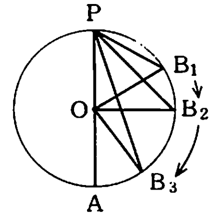
S_2 円周角が，中心角の半分（$\frac{1}{2}$）ということか。

S_3 言いかえたら，中心角が円周角の２倍ということになるね。でも，いつもそうなるのかな。絶対？

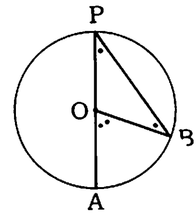
Ｔ　そうだね。特別な場合だけいえたのでは価値がありませんから，（中心角）＝２×（円周角）であることを，どんな場合にでも言えることを証明してみることにしましょう。

Ｔ　(イ)のタイプは，円周角の辺上に中心Ｏがくる一例ですが，∠ＯＢＰ＝４５° でなくてもいえるでしょうか。（と言いながら，円周角・中心角の説明器を次のように操作してみせる。）

S　いえると思います。点Bが，点A，P以外のどの円周上にあっても，△OPBは二等辺三角形だから，たとえば，∠OBPを・印で表すと，いつも∠AOBは2・となるから，いつもいえるよ。



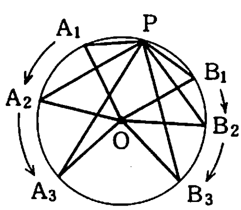
T　そうだね。マークを使って印づけしてみると，眼でみただけで中心角が円周角の2倍だということが，よくわかりますね。これを，印づけの証明と呼びましょう。それでは今の考え方を証明文に書き表してみましょう。（机間巡視）



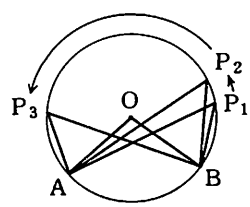
T　悩んでいる人，すらすら書けない人のために，助け舟を出しましょうか。（と言って，模造紙に書いた $\boxed{}$ ぬきの証明文を掲示する。）今日の学習では，どの人も印づけの証明とこの $\boxed{}$ ぬきの証明文を完成するところまでは，達成させようね。

S　(ロ)(ハ)は，前の時間に習った中心Oの位置が円周角の内部にくる場合で，(ニ)は，中心Oの位置が円周角の外部にくる場合ですね。

T　そうです。(ロ)(ハ)と(ニ)に区別できますね。（と言いながら，次のように円周角・中心角の説明器を操作してみせる。）



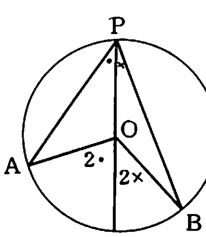
Pを固定して
両手で点AB
を移動させる。



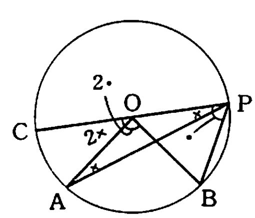
点A，Bを固定して
点Pを移動させる。

T　さあ，続いて証明して下さい。（ $\boxed{}$ ぬきの証明文のプリントも配布し，机間巡視を続ける。）

T　では，中心Oが円周角の内部にある場合と外部にある場合の印づけの証明をしてみて下さい。



補助線PCをひく
∠APB＝・＋×
∠AOB＝2・＋2×
　　　＝2（・＋×）



補助線PCをひく
∠APB＝・—×
∠AOB＝2・—2×
　　　＝2（・—×）

T　やはり，どんな場合でも，

S　円周角の2倍が，中心角になっています。

T　そうだね。言いかえると，一つの弧に対する円周角は，同じ弧に対する中心角の$\frac{1}{2}$になるということが言えますね。$\boxed{}$ぬきの証明文も完成できましたか。（机間巡視を続け，指名した生徒に，掲示した模造紙（$\boxed{}$ぬきの証明文を書いたもの）の証明文を完成させる。）

(2)　授業反省と考察

配布したワークシート，$\boxed{}$ぬきの証明のプリントより，次のようなことがわかった。

①　一つの弧$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角∠ＡＯＢ，円周角∠ＡＰＢがわかる生徒は，４３名中４０名であった。

②　図１の(イ)〜(ニ)において，∠ＡＯＢ，∠ＡＰＢの大きさが求められる生徒は，それぞれ，(イ)　３７名，(ロ)　３２名，(ハ)　２９名，(ニ)　２０名，であった。

③　中心角＝２円周角の証明については，下表のようになった。

	印づけの証明ができた生徒	$\boxed{}$ぬきの証明ができた生徒
中心Ｏが円周角の辺上にくる時	４０名	３７名
中心Ｏが円周角の内部にくる時	３６名	３３名
中心Ｏが円周角の外部にくる時	２５名	２７名

やはり予想通り，中心Ｏが円周角の外部にくる時の証明に一番抵抗を示していたが，その後個別指導で補った。

ＴＶフォトプレーヤー，円周角・中心角の説明器の教具の使用は，生徒の思考を促すのに効果的であった。また，既習内容をカード化した自作の個人用カードも，過去の知識を再生するのに役立ち，後には，入試勉強の資料としても役立たせてくれることを期待したい。

次に，授業後の生徒の感想を掲げておく。

○　ＴＶフォトプレーヤー等の教具を使った授業はおもしろい。自分でも製作したり，操作してみたい。

○　２年での図形学習の時は難しいと感じたが，円の授業はおもしろ味があって分かりやすい。２年のときより好きになった。

○　今までに習った図形の知識で，新しいことが発見できるのが興味深い。

5　授業後の反省と今後の課題

すべての生徒に，この授業ではここまで達成してほしいという達成目標を構えても，何人かの生徒には，達成させられない現状があることが，腹立たしい。単調になりがちな計算問題などと比べて，図形の学習は，教具等の工夫によっては，数学の苦手な生徒をもひきつけられる魅力ある授業ができやすいと感じるので，しっかり教材研究をしていかなければと思った。

ＴＶフォトプレーヤーの使用は，他単元でも工夫次第では，いろいろ活用できるので，おすすめしたい。何よりも効率化に役立つと感じる。

（坂東　笑子）

接線と弦のつくる角についての定理の理解を深めるための指導

阿波郡阿波中学校　（男子21名，女子18名）

1　題　　材　　接線と弦のつくる角についての定理

2　学級の実態

本学級の生徒は授業態度はまじめであるが，積極性に欠け，自から問題解決に取り組む姿勢が少なく，活発な授業展開ができない。そこで図形学習においては，生徒の発見やアイデアを重視し，生徒に発表させることを大切にして取り組んできたが，定理そのものは理解できるが，応用する力が十分には育っていない現状である。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

①　円に内接する四角形の角の関係から，接線と弦のつくる角についての性質を予想させる。

②　予想した性質をどのような図について確かめればよいかを考えさせる。

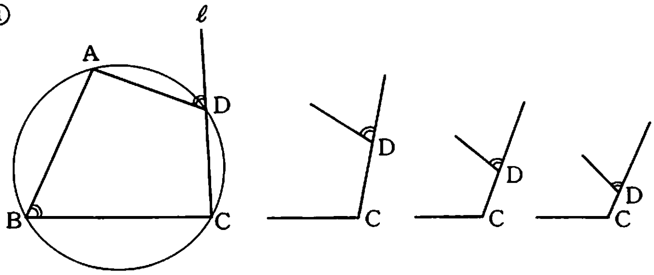
③　三つの場合に分けて定理を証明し，理解を深めさせる。

(2)　授業の視点

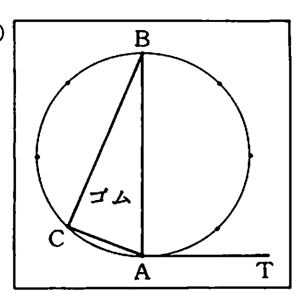
これまでに，接線の定数・性質，円周角の定理，円に内接する四角形の角の性質などを学習してきている。また，円周角の定理の説明では，場合分けをして証明しなければならないことを理解してきた。本時は，これらの学習をもとにして，円に内接する四角形の角の性質と関連づけて取り上げたい。円についての各種の性質が個々ばらばらの性質ではなく，相互に関連あるものとして考えさせたい。また，接線と弦のつくる角の性質をはじめから与えるのではなく，円に内接する四角形の一点を移動することにより発見させたい。発見することにより，生徒の学習意欲を盛り上げたい。

教具　ＯＨＰ

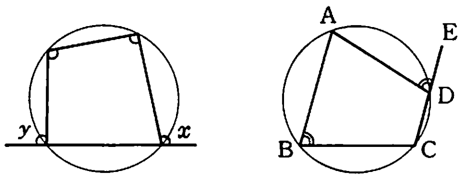
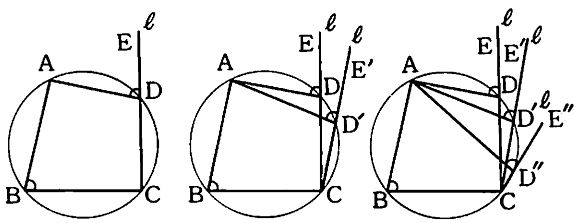
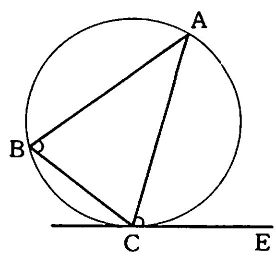
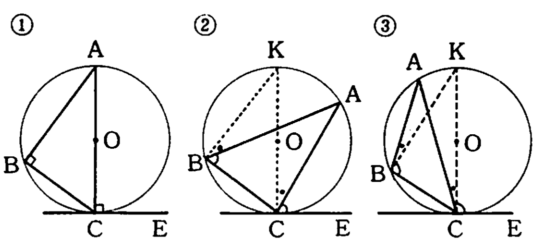
①



②

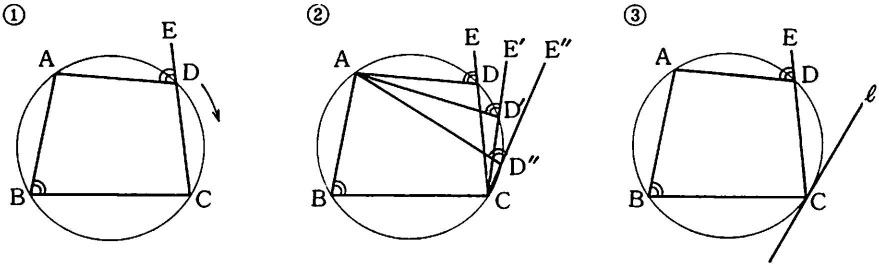


(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1 円に内接する四角形の角の性質について復習する。 	○ 円に内接する四角形の角の性質を確認させる。
2 円の接線と弦のつくる角の性質を推測する。 	○ OHP使用
○ 図で点DをＡＣ上に動かせ，点Cに近づけていくとき，等しい角はどの角とどの角であるか，また直線 ℓ はどのようになるかを考える。 ∠ＡＣＥ＝∠ＡＢＣ	○ 点Dを点Cに近づけておくとき，直線 ℓ は，点Cにおける接線に近づく。 ∠ＡＣＥ＝∠ＡＢＣ 
3 円の接線と弦のつくる角の性質を三つの場合について証明すればよいことを理解し，証明する。 	
○ ②の場合 ∠ＡＣＥ＝９０°－∠ＡＣＫ ∠ＡＢＣ＝９０°－∠ＡＢＫ ③の場合 ∠ＡＣＥ＝ ９０°＋∠ＡＣＫ ∠ＡＢＣ＝ ９０°＋∠ＡＢＫ	○ 教具を利用して，視覚的にとらえさせ，理解を深める。 ○ ②の場合は差，③の場合は和であることを理解させる。
4 定理としてまとめる。	○ 定理を文章化する。

4　指導の実際と考察

(1)　円に内接する四角形の性質から，円の接線と弦のつくる角の性質を導く。



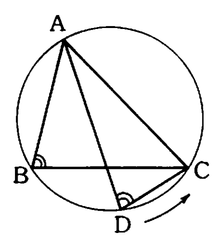
○　点Dを$\overset{\frown}{AC}$を点Cに近づけていく。ＯＨＰを利用し，シートを重ねていった。

“点Dが点Cに重なるとき，直線ＥＤＣはどうなるか„の発問に，“点Cにおける接線となる„と納得が十分でなかった感がする。最初から点Cにおける接線ℓをひいておき，直線ＥＤＣが直線ℓに近づくことを視覚的にとらえさせたのが良かったかと考える。

○　∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＥはすぐ納得できた様子である。

○　最初から定理を与えることを避けたために，接線と弦のつくるどの角とどの角が等しくなるかのあいまいになった。

○　円周角の定理から出発し，接線と弦のつくる角の性質を導く方法も考えられるが，どちらが理解しやすいであろうか。



○　発見することにより，学習意欲は高まるが，かえって複雑なものとした感もある。最初から与えるべきものだったろうか。

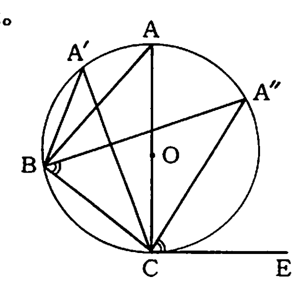
(2)　三つの場合に分けて証明すればよいことを理解する。

○　教具を利用して，点Aを移動させ，三つの場合を考えさせた。

∠ＡＣＥの大きさに注目して

直角，鋭角，鈍角，

円周角の定理の証明から，点Oの位置に注目する意見もあった。教師側が何度も教具の操作をして，理解をすすめさせた。



(3)　指導計画について

計画では証明まですすめる予定であったが，時間的に無理であり，３－②③の証明は次時に指導した。２時間計画が妥当である。

（竹内　裕喜）

三平方の定理を導入する指導

那賀郡相生中学校　3年B組（男子11名，女子11名）

1　題　　材　三平方の定理

2　学級の実態

本学級の生徒は明るく意欲的で，数学の授業に対しては真剣に取り組んでいる。基礎的な知識・技能はどうにか身につけているが，残念ながら数学が得意な生徒は少ない。また家庭での学習については，自主的な態度の形成が十分でなく定着度・応用力に問題を残している。三平方の定理については，事前調査によれば，全く知らない者が4名，定理の名前だけ知っている者は18名，そして定理の内容を知っている者はいなかった。学校での学習にすべて依存しているというのが実状であり，同じスタートラインに立っている。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 三平方の定理が，直角三角形について成り立つ定理であることを，いろいろな操作活動を行うことにより確かめることができる。

② 直角三角形の各辺を1辺としてできるいろいろな図形の面積の関係により，三平方の定理の成り立つことが直観的に理解できる。

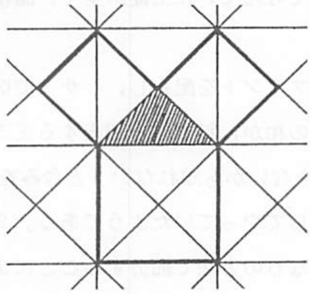
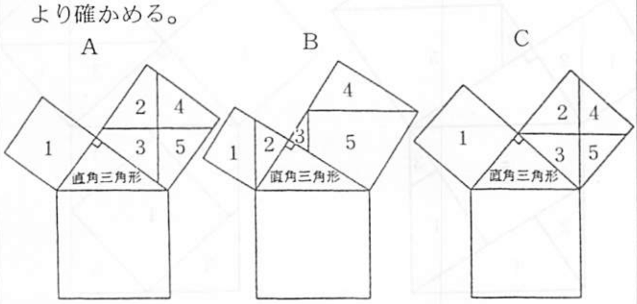
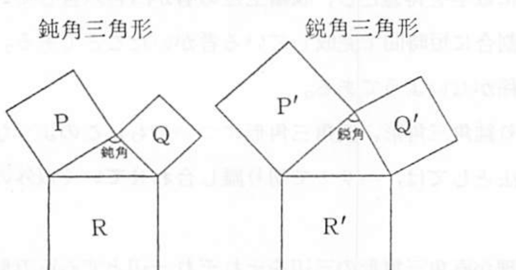
(2)　授業の視点

三平方の定理はピタゴラスの定理とも呼ばれ，古典的な定理であるともいえる。しかし学習する生徒にとっては全く新しい定理であり，いろいろな問題解決の場面で利用される重要な定理だといえる。指導者としても新鮮な気持ちで授業に取り組みたいと思う。

ところでこの三平方の定理を利用するには，図形の合同・相似・平方根・式の計算・二次方程式等が学習されていなければならず，いわば中学3年間の数学の集大成ともいえる。生徒にとっては，応用力を試される場であり，それだけに価値のある単元であるともいえる。

本時は，三平方の定理を導入する授業なので，特に興味を持たせて取り組ませるための工夫をしてみた。ハサミを用いて，ゲーム的要素を採り入れながら，具体的操作により2つの正方形の和が，1つの正方形の面積に等しいことを実証させる。そのことにより三平方の定理とはどのようなものかを直観的に身につけさせたいと思う。そして，$a^2+b^2=c^2$の式を与えられたものとしてではなく，より多くの生徒が自ら発見できるように指導してみたい。第二時には三平方の定理の証明となるわけであるが，生徒に証明への意欲づけができれば，申し分ないのだがと考えている。

(3) 本時の展開

学 習 内 容 と 学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
1　右図の斜線のある三角形の三辺をそれぞれ一辺とする正方形の間にどんな関係があるかを考える。 	○　特殊な例ではあるが，三平方の定理を予想させる問題として考えさせる。（ＯＨＰ）
2　一般の直角三角形について，直角をはさむ二辺をそれぞれ一辺とする正方形の和が斜辺を一辺とする正方形に等しいことを下図の三通りについて，１～５を切りぬくことにより確かめる。  	○　生徒自身に細分の仕方を考えさせる方法もあると思われるが，所要時間・生徒の能力から考えて，ゲーム的に扱うこととした。 先人の知恵を学ばせたい。（プリント・ハサミ）
3　直角三角形以外の三角形について，上のような関係があるのかどうかについて調べてみる。 鈍角三角形　　鋭角三角形  	○　Ｐ＋ＱとＲを比較する方法としては，直観や切り離しによる方法もあるが，計算によって考えられることに気付かせたい。（プリント） ○　計算することから，この場合は成り立たず，直角三角形の場合にのみ成り立つ定理であることを発見させたい。
4　上の３を確かめるのには，どんな方法があるのかを工夫し話し合う。	○　グループで話し合いができるようにする。
5　本時の結果をまとめ，これが三平方の定理と呼ばれるものであり，次時にはこの定理の証明をすることを確認する。	○　教科書などにより，証明のいくつかを考えておくように指示しておく。

4　指導の実際と考察

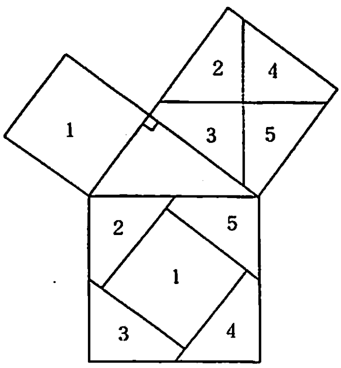
(1)　指導案の１の例について考えさせたところ，面積の関係について気付いた生徒は５・６名ぐらいであった。図形の形にとらわれて考えていた生徒が多く，面積の関係には気が付かなかったようである。

(2)　指導案の２にある図を印刷したプリントを配布し，ハサミで切ることによって，直角をはさむ二辺をそれぞれ一辺とする正方形の和が，斜辺を一辺とする正方形の和になることを確かめる。（１５分）この時に「必ずしもできないかも知れない」と含みを持たせて指示をしておいた。

全員の生徒が興味を持ち，集中してやっていたようである。３つすべて終了した者には，自分で適当な直角三角形をかき，自分なりの方法で細分することによって確かめるように指示した。

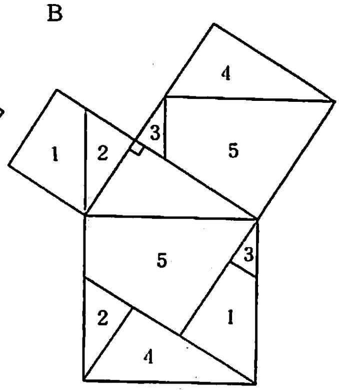
（　）内の％は完成率

A



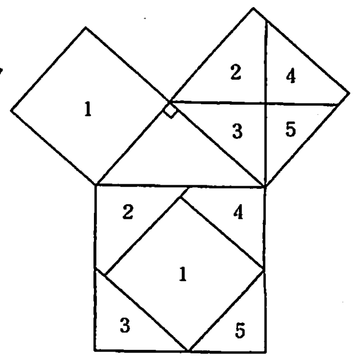
（９６％）

B



（６３％）

C



（７５％）

特に興味深かったことは，比較的に数学を得意とし，成績上位の者が四苦八苦しているのに反し，数学を不得意とする生徒の中に割合に短時間で完成している者がいたことである。このような操作的なものは学力にはあまり関係がないようである。

(3)　次に直角三角形以外の場合，つまり鈍角三角形，鋭角三角形についても，このようなことが成り立つかどうかを確かめる。その方法としては，ハサミで切り離し合わせていく以外の方法でも良いことを知らせておいた。

このことのねらいは，三平方の定理が直角三角形の三辺をそれぞれ一辺とする正方形の面積についての定理であることが直角三角形の三辺の間にある関係であるということに気付かせたかったからである。

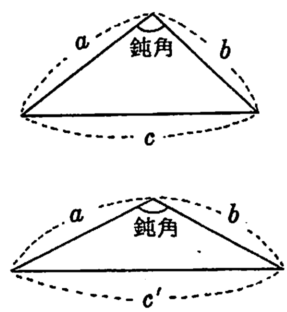
多くの生徒は自分で任意に線を入れ，小さく切って並べてみたり，直角三角形の場合に準じて線を入れて切っていた。というのは，先の直角三角形の場合がどんな切り方でも良いと考えられていたからのようである。

指導者としてはあまりそのようなことを期待していた訳ではないが，具体的操作にのみ気が向いている生徒が大半であった。その中で計算によって確かめていた生徒は７名（35％）であり，

予想より少なかった。

ある生徒が「例えば鈍角三角形について考えると，鈍角をつくる二辺を一定にしたとしても，他の辺は決まらないのであり，それぞれの辺を一辺とする正方形をつくっても，二つが一定なのに，残りの正方形の面積に等しくなるとは考えられない。直角三角形の場合は斜辺の大きさが決まるので等しくなるかも知れない。」との考えを示した。（図１）

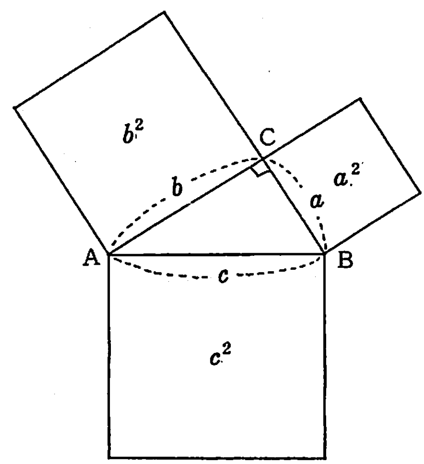
図１



(4) 上のことから，今考えている定理は直角三角形に関する定理であることがわかる。それをまとめるとどのようなことになるかを考えさせた。

三つの正方形の面積はそれぞれ a^2, b^2, c^2 と表すことができることから考えさせたが，８割程度の生徒が関係式を出していた。ハサミで切るという具体的操作から三平方の定理（式）と結びつかなかった生徒がいたようである。（図２）

図２



$$a^2 + b^2 = c^2$$

(5) 本時のまとめをし，三平方の定理（ピタゴラスの定理）の名称を知らせる。次時には正式の証明をするので，予習しておくように指示した。

5　授業の反省と今後の課題

(1) 授業後の生徒の感想には次のようなものがあった。

○　数学というのは未知の世界だなあと思った。

○　三平方の定理というものを習ってピタゴラスは偉大な人だと思った。

○　今日の数学はいつものような堅苦しさがなく，ジグソーパネルをしているような感じで楽しめた。

○　昔の人はどうしてこんなに頭がいいのかと感心しました。

○　図形には不思議な点がたくさんある。

(2) 導入として生徒に興味を持たせることには成功したと思うが，パズル的な内容に終始してしまった。より深く考えさせたり，多様な考えを引き出す展開を工夫すべきであったと考えている。今後は具体的操作そのものを考えさせる指導法を工夫したい。

(3) 本時の指導がこれからの三平方の定理の学習にどのような効果を持つか，以前の指導と比較し追跡的に考えてみたいと思っている。

(4) 「毎時間の授業を大切にしたい」という気持ちであっても，ややもすると教材研究を怠りがちとなる。いつまでも初心を忘れず授業に取り組む姿勢を持ちたいものだと思っている。

（瀬戸　正義）

三平方の定理を利用させる指導

板野郡板野中学校　　3年C組（男子17名，女子18名）

1　題　　材　　三平方の定理の利用

2　学級の実態

本校は吉野川下流の広大な平野に位置し，生徒数560名の中規模校で生徒の行動は全体に活発である。本校の3年生は男子87名，女子90名，合計177名であるが5クラス編成にしている。クラスの中にはユーモアに富む生徒が多く，明朗である。数学の成績は男子の方が良く，女子の中には数学を大変苦手にしている生徒もかなりいる。男子の中には数学に熱中する生徒もいるが，逆に四則計算が十分できない生徒もいて学力差が非常に大きい。したがって，どのあたりの生徒に焦点をあてて授業を展開するかが問題であり，悩みの種でもある。

図形教材では適切な補助線がなかなか引けず，筋道を立てて証明することができない生徒がたくさんいる。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 正三角形や直角二等辺三角形の面積を一辺の長さから求める。

② 三角定規の三つの辺の比を知り，図形の計量に役立てる。

③ すじ道を立てて考え，ものごとを合理的に処理する力を育成する。

(2)　授業の視点

三平方の定理の利用ができるためには，この定理のもつ意味を多面的にとらえさせる必要がある。

① 正三角形や二等辺三角形の性質の確認

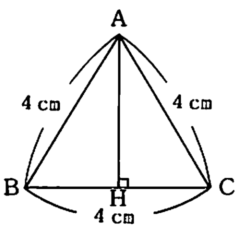
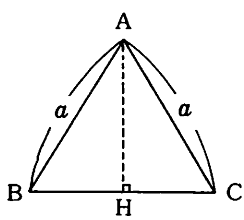
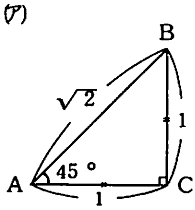
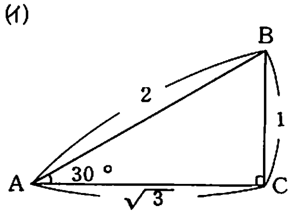
② 図形の計量では，垂線を引いて図形を分解することが解決への糸口であることを念頭におかす。

③ 三平方の定理を使いこなせるようにする。

④ 数の平方根に関する計算の確認

⑤ 45°の角をもつ直角三角形と，60°の角を持つ直角三角形の3辺の長さの比がそれぞれ一定になっていることの証明方法を考えさせる。証明するにはいろいろな方法があることを見つけ出させ，新しいものごとを理解し，創造しようとする能力や態度を養う。また，それらの特性を使いこなせるようにする。

(3) 本時の展開

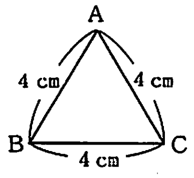
学習内容と学習活動	指導上の留意点
1　学習課題について考える。 $\boxed{\text{1辺が4cmの正三角形の面積を求める。}}$	○　面積を求めるには，高さがわかればいいことに気づかせる。
 ① AからBCに垂線AHを引く。 　HはBCの中点。 ② AHを求める。 　$AH^2 = 4^2 - 2^2$ 　$= 12$	○　高さを示す線を引かせる。 ○　二等辺三角形の頂点から底辺に引いた垂線は，底辺を二等分することを確認しておく。
AH＞0からAH＝$2\sqrt{3}$cm ③ △ABCの面積を求める。 　$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3}$ 　$= 4\sqrt{3}$cm²	○　平方根に関する計算ができているか確認する。 ○　$AH^2 = 12$から$AH = \pm 2\sqrt{3}$ 図形だからAH＞0となることも指導する。
2　1辺が$a$cmの正三角形の高さと面積を求める。  ① AHをaを使って表す 　$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ cm ② △ABCの面積を求める。 　$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 　$= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ cm²	○　文字を使った計算ができるようにする。
3　45°，60°の角をもつ直角三角形の3辺の比がそれぞれ一定になっていることを知る。 (ア)  (イ)  ㋐，㋑についての証明を考える。	○　(イ)の図形は正三角形を頂点から底辺に引いた垂線で二等分したものであることに気付かせる。 ○　他の方法での証明も考えさせる。
4　2辺が7cm，7cm，6cmの三角形の面積を求める。	○　略図を書かせて考えさせる。

4　指導の実際と考察

T　前時に学習した三平方の定理を使って三角形の面積を求めることを考えていきましょう。

下のようなプリントを配る。

三平方の定理の利用



問い　1辺が4 cmの正三角形の面積を求めたい。

(1)　この三角形の高さを求めなさい。

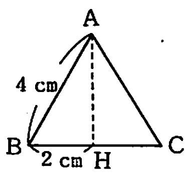
(2)　面積を求めなさい。

T　どのようにしたら正三角形の面積が求めれますか。

S　まず高さを求めたらよい。そのためには，AからBCに垂線AHを引きます。

T　では，お互いに相談しあってもよいから高さを求めて下さい。

S　高さを計算



○　例

$AH^2 = 4^2 - 2^2$

$= 12$

$AH = \sqrt{12}$

$= 2\sqrt{3}$

T　机間巡視

○　$AH = \pm 2\sqrt{3}$，$AH > 0$だから $AH = 2\sqrt{3}$とできているのは8名

○　根号を含んだ式の計算でつまずいている生徒が6名

T　HがBCの中点であることを証明できますか。確認して下さい。

S　直角三角形の合同条件を使えば，△ABH≡△ACHとなるからHはBCの中点です。

T　AHを計算するとき，$AH = \pm 2\sqrt{3}$としないですぐに$AH = 2\sqrt{3}$としている人がいます。図形だから，$AH > 0$なので$AH = 2\sqrt{3}$となるんですね。一般の計算，$x^2 = 10$では，$x = \pm\sqrt{10}$ですね。今後は±に十分気をつけていて下さい。

次に面積を求めて下さい。

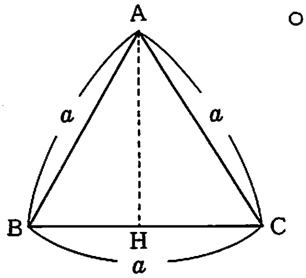
S　$\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$　（答）$4\sqrt{3}$cm²

T　高さが求まれば面積は簡単に出せますね。では，一般的に考えて一辺が$a$cmの正三角形の高さと面積を求めてみましょう。お互いに相談してもいいですよ。

S　各人が計算する。

T　机間巡視，誤答例をたくさんみつける。

誤答例



○　$AH^2 = a^2 - \frac{1}{2}a^2$

$AH > 0$から

$AH = \sqrt{a^2 - \frac{1}{2}a^2}$

$= \sqrt{\frac{a^2}{2}}$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}a$

○　$AH^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2$

$AH = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2}$

$= \sqrt{a^2} - \sqrt{\frac{1}{4}a^2}$

$= a - \frac{1}{2}a$

$= \frac{1}{2}a$

正　解

○　$AH^2 = a^2 - \frac{1}{4}a^2$

$= \frac{3}{4}a^2$

$AH = \pm\sqrt{\frac{3}{4}a^2}$

$= \pm\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$AH > 0$ より

$AH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ cm

T　一辺が a cmの正三角形の高さは $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ cmになりますね。

前問では１辺が４cmなので $a=4$ を代入すれば $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ となります。

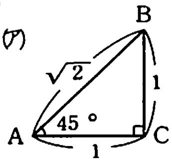
面積を求めるとどうなりますか。

S　$\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

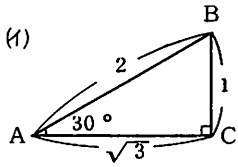
（答）$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ cm²

T　では教科書をあけて，Ｐ１２２の$\boxed{2}$をみて下さい。前問を参考にして，その理由を考えてみましょう。

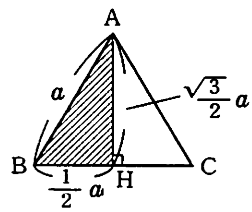
(ア)



(イ)



(ウ)



T　一辺 a cmの正三角形で考えた△ＡＢＨ（図ウ）をみると，辺の比は次のようになるでしょう。

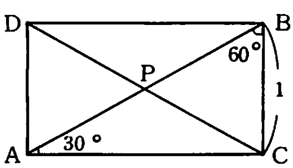
$BH : AH : AB = \frac{1}{2}a : \frac{\sqrt{3}}{2}a : a$

$= a : \sqrt{3}a : 2a$

$= 1 : \sqrt{3} : 2$

T　(イ)の場合，ほかに証明できる方法はないか考えてみましょう。

S　長方形を利用する方法がある。



対角線は中点で交わるから

ＰＣ＝ＰＢ　∴∠ＰＣＢ＝60°

だからＰＢ＝ＰＣ＝ＢＣ＝１

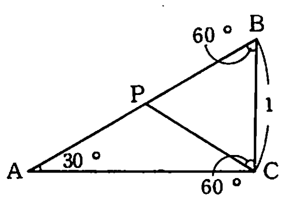
また∠ＢＡＣ＝∠ＰＣＡ＝30°

∴ＰＡ＝ＰＣ

だからＡＢ＝２となり

ＡＣ＝$\sqrt{3}$となる。

S　∠ＢＣＰ＝60°とする方法



∠ＰＣＰ＝∠ＰＢＣ＝60°

∴ＰＢ＝ＰＣ＝ＢＣ＝１

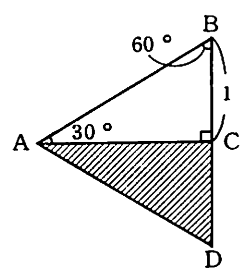
また，∠ＰＣＡ＝30°だから

ＰＡ＝ＰＣ

したがってＡＢ＝２となり

ＡＣ＝$\sqrt{3}$となる。

S　同じ三角形をつくる。



図のように△ＡＢＣと合同な△ＡＤＣを作る。

△ＡＢＤは正三角形となるからＢＤ＝ＡＢ＝２

したがってＡＣ＝$\sqrt{3}$となる。

T　いろいろな証明の方法がありますね。これを覚えておくと図形の計量の問題に役立ちます。では，最後の$\boxed{3}$の問題を解いて下さい。

S　略図を書き面積を求める。

T　本時はこれで終わりますが，教科書P１２７の$\boxed{3}$を家で考えてきて下さい。

5　授業後の反省と今後の課題

(1) 反　　省

① 教科書では，一辺がaの正三角形を先に扱っているが，本時は一辺が４cmの正三角形を先に出してきた。具体的な数を扱う方が生徒は理解しやすいように思う。一辺が４cmの正三角形で十分練習したので，文字aを使った正三角形でもあまり抵抗を感じなかった。

② プリントを用意したのも効果的であった。プリントには解答例がのっていないから，生徒たちはじっくり考えれていたように思う。

③ $AH^2 = 12$から$AH = 2\sqrt{3}$と機械的にしがちである。この習慣がつくと，$x^2 = 3$，$x = \sqrt{3}$といったまちがいをおこす危険性がある。

④ 学力差が大きくて，三平方の定理が理解できない生徒や，図形教材を最初からあきらめている生徒に対する指導が難しかった。

⑤ 時間的なゆとりがなく，教育機器を利用した授業ができなかった。

⑥ 教科書P１２２の$\boxed{1}$の問題を利用して，一辺が１０cmの正三角形の高さと面積を求める問題をプリントにした方が効果的だったかも知れない。

⑦ ６０°の角をもつ直角三角形の辺の比が，$1 : \sqrt{3} : 2$になることの証明に関しては，生徒たちは興味を持ってよく考えた。

(2) 今後の課題

中学３年生の数学の授業で一番悩むことは，学力差が非常に大きいことである。基礎的・基本的事項が理解できていない生徒に対して「図形の計量」を理解させることは大変困難なことである。三平方の定理の利用では，平方根や二次方程式の基本を十分理解させておかなければ授業についてこれない。だから，それらの復習をしながら授業を進めていくことが大切である。

次に，基本的事項を学習しても応用問題になると，それが生かせない生徒がたくさんいることである。例えば，４５°の角をもつ直角三角形と，６０°の角を持つ直角三角形の３辺の比が$1 : 1 : \sqrt{2}$，$1 : \sqrt{3} : 2$ということは知っていても，応用問題の中で使える生徒が少ない。練習問題をたくさんこなしている生徒でなければこれが使いこなせない。その意味でも，家庭学習が非常に重要であり，適当な宿題が必要になってくる。

教育機器を利用して授業を展開し，生徒の理解を援助することも大切である。そのためにも，教師が「ゆとり」の時間を持てるような状況を早くつくって欲しい。

（小野寺武久）

偶然の中から法則を発見させる確率の指導

徳島市城東中学校　3年11組（男子24名，女子20名）

1　題　　材　確率の意味

2　学級の実態

この学級は，中学3年生としては活気もあり，珍しく意見発表も盛んである。ただ，能力的には，上位・下位の差が著しく，授業の展開には工夫の必要な学級である。そのため，課題の与え方も三段階くらいに分けて与えないと，無意味に時間をすごす生徒がしばしば見られる。

しかし，操作活動や実験には，意欲的に取り組み，確率の実験などには興味を示すのではないかと考え，実践することにした。

3　本時の指導計画

(1)　本時の目標

① 偶然に起こることがらの中にも，ある一定の法則があることを発見し，理解する。

② 生徒自身が操作する実験を通して，多数回の試行の中で，確率の考え方を知らせる。

(2)　授業の視点

確率の授業というと，とかく確率を求めることにはしりがちで，機械的計算を数多くこなすことに終始しやすい。3年生の学期もおしせまり，仕方のないことかもしれないが，“確率の概念を知らせ，偶然事象の生起についての考察ができるようにする”という目標からは遠く隔たってしまっている。生徒に深く興味を持たせたうえで，確率を導入するためには，どのような実験があるのか考えてみた。

① 生徒が興味を持って取り組み，しかもあきのこない実験

② 実験の処理に手間どらず，短時間で処理できる実験

③ 生徒が初めて体験する実験

上記の①～③を満たす実験となると，単にサイコロやコインを投げて確率を求めるという，実験では，すでに規則性を知っているため，おもしろ味が半減する。そこで，次のような実験を用意してみた。

◎　偶然のつまようじ

12cmの間隔に平行線が引かれた模造紙がある。この用紙の上に，100本のつまようじ（竹ひごを切ったもの）を投げたとき，何本位のつまようじが平行線にかかるか。 ①　10本位　②　30本位　③　50本位 ④　70本位　⑤　90本位　⑥　決まらない

(3)　本時の展開

学習内容と学習活動	指導上の留意点	準備物
1　学習課題について考える。 12cmの間隔に平行線が引かれた模造紙がある。この用紙の上に，100本のつまようじを投げたとき，何本位のつまようじが平行線にかかるか。 ①　10本位　②　30本位　③　50本位 ④　70本位　⑤　90本位　⑥　決まらない	○　各人で考え，予想した理由を発表させる。	○　プリント
2　実際に実験をする。	○　班の中での係分担を決めスムーズに行わせる。	○　竹ひご 模造紙 記録用紙
3　全体の集計をする。	○　集計作業中，パソコンで実験させる。	○　パソコン
4　結果についてまとめる。	○　予想と比較し，偶然の中にも一定の法則があることを理解させる。	
5　本時のまとめ		

4　指導の実際

T　今日は，今までに学習したことをもとにして，次のような実験をやろうと思います。今からプリントを配るから，問題をよく読んで，自分の予想と，その予想した理由を書いて下さい。

S　この中に，答えはあるんですか。

T　予想だから，自分の考えを書いておいてくれればいい。

S　これは，50本位が正しそうだなあ。

（数分後）

T　それでは，プリントを集めて下さい。

T　実際に実験のやり方を説明するから，集まって下さい。

（模造紙を広げ，適当に投げる）

T　数学係の人，線にかかったものをとって数えて下さい。何本ありましたか。

S　33本です。

S　エーッ。

S　先生，投げるときに何か細工したんだろう。

S　ぼくだったら，50本は線にかけられる。

T　静かに。それでは班に分かれて実験してもらうから，道具を取りに来て下さい。

（班別に実験を始める）

（その間，授業者はアンケートの集計をする。その後，机間巡視。）

S　先生，これは線にかかっているんですか。

S　先生，これはどちらですか。

S　50本はかかると思ったのに，50本は無理なようだなあ。

（数回の試行の後）

S　やはり，投げ方には関係ないのかなあ。

S　どうも，30本位が正解のようだなあ。

（10数分後）

T　そろそろ実験を終わるから，記録用紙を集めて下さい。

T　記録を集計する間，パソコンで実験をして下さい。投げる本数は適当に変えてもいいから，いろいろな場合をためして下さい。

（操作方法を知らせてから，授業者は集計をし，グラフ化する。）

S　100本で実験したから，100本でやってみよう。

S　先程の実験で，30本位と思うから，30本前後で予想したらいけるぞ。

（パソコンで，ぴったりの本数にあうと，“すごい／大当りです”とでる。）

S　パソコンでも，30本前後になるんだなあ。

S　やった。大当りがでたぞ。

S　先生，下にπというのがあるけど，これは何ですか。

T　あとで話すから，実験を続けて下さい。

（集計作業が，予想以上に早く終わり，グラフの作成にかかる。）

T　それでは，実験はこれくらいにして，結果をまとめます。予想と比べてどうだった。

（資料1を示す。）

S　50本位はかかると思ったけど，残念だった。

S　先生の最初の投げ方に，何か工夫があると思いました。

S　結果が，30本位になったのを不思議に思います。

S　なぜ，30本位になるんですか。

T　これを見て下さい。（資料2を示す。）

実験の回数を多くすると，どういう傾向が見られるかな。

S　30本位と言ってたけど，31本から32本位になりそうです。

T　そうです。

T　みんなが，50本位と予想した理由は，平行線が12cmの間隔で，つまようじの長さが，半分の6cmだから$\frac{1}{2}$で50本，という人が多かったようです。

実は，この実験は“ビュッフォンの針”といって，フランスの学者，ビュッフォンが考えた問題です。むずかしい式になるので，途中の式は省略しますが，

針が，平行線のどれかと交わる確率をPとすると

$$P = \frac{(\text{平行線と交わった本数})}{(\text{投げた全部の本数})} \fallingdotseq \frac{1}{\pi}$$

だから

$$(\text{平行線と交わった本数}) \fallingdotseq 100 \times \frac{1}{\pi} \fallingdotseq 31.8\ (\text{本})$$

（板　書）

T　前に書いた式から，πの近似値も求められるようです。どうでしたか。

S　何でもない実験のようですが，計算で求められるなんて驚いた。

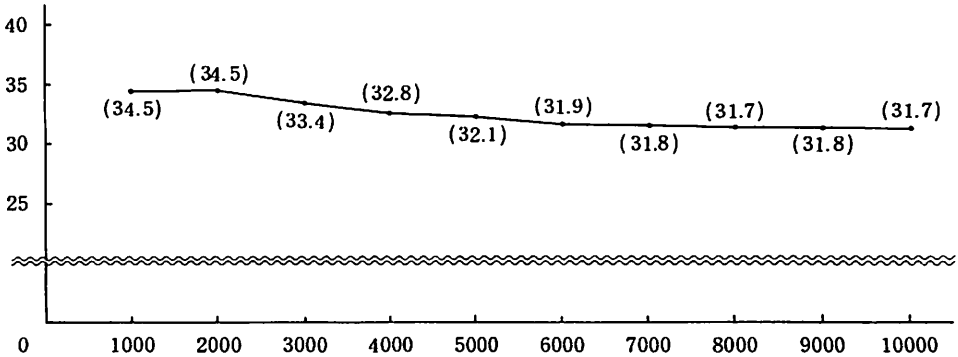
S　この実験と円周率のπとが関係あるなんておもしろい。

T　これで終わります。

（資料1）

10 本 位	1人	70 本 位	2人
30 本 位	7人	90 本 位	0人
50 本 位	30人	決まらない	4人

（資料2）



（資料３）　集計用紙

回　数	本　数
1	
2	
3	
4	
5	

回　数	本　数
6	
7	
8	
9	
10	

(2) 考察と反省

一昨年，中四国大会発表を“確率”でおこなったとき，「コインを投げてでた数の和」を求める実験を試みた。その実験では，空きカンとコインが出す騒音に悩まされた。

今回の確率の実験をおこなうにあたり，場所の確保に悩まされた。模造紙を11枚使うには，普通教室では狭すぎる。そこで，図書室を利用することにした。しかし，教室の移動・準備あとかたづけと，無駄な時間が多く，考えなければいけない問題である。

さて，前回発表のときの実験と今回の実験を生徒の反応をとおして比較してみた。

今回の実験の

＜長所＞

① 実験結果の予想がつきにくい。

② 時間的な制約もあり，実験回数が少なく，あきなかった。

③ パソコンの実験に興味を示した。

＜短所＞

① 線にかかっているかいないかの判定に迷う。

② 投げる本数が多く，集計に時間がかかる。

③ 線にかかった本数を求める式に抵抗があった。

毎回，確率の実験をおこなった後，考えさせられることがある。

① 教師の予備実験をどの程度おこなえばよいか。

② もっと有効で，わかりやすい実験はないのか。

③ 実験後，確率の求め方といかに関連づけるか。

（村上　伸作）

編集にたずさわった人

昭和62年度

＜会　長＞　田村　務

＜副会長＞　岡島一郎　井内孝幸　橋本隆夫

＜研究委員＞

坂東　笑子（徳島中）　佐藤　文子（城西中）　吉坂真由美（富田中）
村上　伸作（城東中）　岸田　正（瀬戸中）　春木　透（坂野中）
森本　昇（阿南一中）　株木　正彦（高鉾中）　徳永　啓牟（平谷中）
大田　美英（海部中）　小野寺武久（板野中）　小西　正志（神山東中）
竹内　裕啓（阿波中）　猪井　淑子（美郷中）　武岡　稔（半田中）
藤本　愼二（三好中）

＜事務局＞

井上　寿夫（津田中）　近清　信章（富田中）　木津　正慰（徳島中）
佐藤　文子（城西中）　吉坂真由美（富田中）　村上　伸作（城東中）
石川　和幸（附属中）　中西　久雄（附属中）

昭和63年度

＜会　長＞　岡島一郎

＜副会長＞　井内孝幸　炭田　覚　柴田良一

＜研究委員＞

吉田　速人（徳島中）　伊藤　憲志（城西中）　長谷川泰子（富田中）
木津　実穂（城東中）　松谷　良彦（八万中）　春木　透（瀬戸中）
川内　時男（小松島中）　湯浅　恵次（阿南中）　森岡　俊哉（福原中）
毛利由紀代（石井中）　徳永　啓牟（平谷中）　今津　久仁（牟岐中）
小山　純子（上板中）　竹内　裕啓（阿波中）　住友　寛子（山川中）
中川　福一（口山中）　豊田　能久（池田中）

＜事務局＞

井上　寿夫（津田中）　吉岡トモ子（川内中）　木津　正慰（徳島中）
佐藤　文子（城西中）　吉坂真由美（富田中）　斎藤寿美子（城東中）
三牧　寿夫（八万中）　石川　和幸（附属中）　中西　久雄（附属中）
庄野　泰志（附属中）

平成元年度

<会　長>　岡島一郎

<副会長>　井内孝幸　炭田　覚　柴田良一　石原庸好

<研究委員>

米津　裕美（徳島中）	伊藤　浩二（城西中）	藤原恵美子（富田中）
橋本　京子（城東中）	笠井　敬介（八万中）	鎌田　明宏（北灘中）
荒井　俊輔（坂野中）	湯浅　恵次（阿南中）	阿部　正直（福原中）
瀬戸　正義（相生中）	谷崎　栄之（日和佐中）	富永　　宏（北島中）
山口　邦子（高浦中）	山野井貴子（市場中）	徳山　富子（鴨島東中）
阿部　雅彦（穴吹中）	内田　清文（三加茂中）	

<事務局>

井上　寿夫（津田中）	井上　　衛（藍住中）	村上　伸作（加茂名中）
米津　裕美（徳島中）	佐藤　文子（城西中）	藤原恵美子（富田中）
木津　実穂（城東中）	中西　久雄（附属中）	田岡　一雄（附属中）
庄野　泰志（附属中）		

数学科学習指導の実践研究（改訂版）

平成２年10月20日　印刷
平成２年10月30日　発行

編　集	徳島県中学校教育研究会数学部会
発　行	代　表　井　内　孝　幸
印　刷	グランド印刷株式会社
事務局	徳島市中吉野町１丁目31番地 鳴門教育大学学校教育学部附属中学校